

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК  
ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. Т.Г. ШЕВЧЕНКО

# ВЕСТНИК ПРИДНЕСТРОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия: **ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Научно-методический журнал  
Основан в июле 1993 г.

**№ 3(60), 2018**  
*Выходит три раза в год*

Тирасполь  
*Издательство  
Приднестровского  
Университета*

2018

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ:

С.И. БЕРИЛ, д-р физ.-мат. наук, проф.  
(ответственный редактор)

И.В. ТОЛМАЧЕВА, канд. экон. наук, доц.  
(зам. ответственного редактора)

К.Д. ЛЯХОМСКАЯ, канд. физ.-мат. наук, доц.  
(ответственный секретарь)

Ю.А. ДОЛГОВ, д-р техн. наук, проф.  
Л.Г. СЕНОКОСОВА, д-р экон. наук, проф.  
Ф.Ю. БУРМЕНКО, канд. техн. наук, доц.  
А.И. ДИКУСАР, д-р хим. наук, проф.  
А.С. СТАРЧУК, канд. физ.-мат. наук, доц.  
В.М. ИШИМОВ, канд. физ.-мат. наук, доц.

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

- М.В. КИОРСАК, д-р хим. наук, проф. каф. электроэнергетики и электротехники Приднестровского государственного университета им. Т.Г. Шевченко  
В.И. ДАНЕЛЮК, канд. техн. наук, доц. каф. технологии строительного производства Одесской государственной академии строительства и архитектуры  
В.И. АВЕРЧЕНКОВ, канд. техн. наук, проф., зав. каф. компьютерных технологий и систем Брянского государственного технического университета  
Т.В. ВОРОНЧЕНКО, д-р экон. наук, проф., зав. каф. бухгалтерского учета и аудита Российской академии предпринимательства  
Л.Б. ВАРДОМСКИЙ, д-р экон. наук, проф., руководитель Центра постсоветских исследований Института экономики Российской академии наук  
В.Т. ЕРЕМЕНКО, д-р техн. наук, проф., зав. каф. электроники и информационной безопасности Орловского государственного университета им. И.С. Тургенева  
Ю.М. РЯБУХИН, д-р физ.-мат. наук, акад. Академии наук Республики Молдова, проф. каф. алгебры, геометрии и МПМ Приднестровского государственного университета им. Т.Г. Шевченко

**Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко.** Вестник Приднестровского университета / Приднестровский гос. ун-т. – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та, 2018

Сер.: Физико-математические и технические науки: № 3(60), 2018. – 324 с.  
ISSN 1857-1174

5:378.4(478-24)(082)

П 71

Журнал зарегистрирован Государственным комитетом по информации и печати ПМР 25.04.1997 г.  
Регистрационный № 29/97

## ФИЗИКА. МАТЕМАТИКА

УДК 537.212:537.533.2

### КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

С.И. Берил, С.А. Баренгольц, Ю.А. Баренгольц, А.С. Старчук

*Выведена обобщенная формула для тока электронной эмиссии как функции температуры, поля и работы выхода электрона в системе металл–диэлектрик с учетом квантового характера сил изображения. Для свободных электронов использовано распределение Ферми–Дирака и квантовый потенциал изображения, полученный методами электронной поляронной теории. В пределе классического потенциала сил изображения получены хорошо известные формулы Ричардсона–Шоттки – для термоэлектронной эмиссии и Фаулера–Нордгейма – для автоэлектронной эмиссии.*

*Показано, что при высоких температурах и электрических полях  $E \geq 10$  МВ/см поляронный вклад растет с увеличением поля и снижается с ростом температуры. Уменьшение эмиссионного тока связано с увеличением эффективной работы выхода электрона, обусловленным электронным поляронным эффектом. Для тока термо- и автоэлектронной эмиссии получены удобные для теоретических оценок экстраполяционные формулы.*

**Ключевые слова:** термоэлектронная эмиссия, автоэлектронная эмиссия, электронный полярон, квантовый потенциал изображения.

### QUANTUM THEORY OF THE ELECTRONIC EMISSION FROM METAL–DIELECTRIC STRUCTURE IN STRONG ELECTRIC FIELDS

S.I. Beril, S.A. Barenjol'ts, Yu.A. Barenjol'ts, A.S. Starchuk

*The article has derived generic formula for electron emission current as a function of temperature, field and work of an electron exit in the system "metal-dielectric" subject to the quantum nature of the force image. For free electrons it is used Fermi–Dirac distribution and quantum potential of image, obtained by the methods of electronic Polaron theory. In the limit of classical potential of image forces the authors have received the well-known formulae of Richardson–Schottky – for thermoelectronic emission and formulae of Fowler–Nordheim – for autoelectronic emission.*

*It is shown that at high temperatures and electric fields  $E \geq 10$  MV/cm the polaronic contribution increases with increasing of field and decreases with raising of temperature. The decrease of the emission current is due to the increase of effective work of an electron exit, resulting by electronic polaronic effect. For thermal and electronic emission current the extrapolation formulae are obtained suitable for theoretical estimates.*

**Keywords:** thermoelectronic emission, autoelectronic emission, electronic polaron, quantum potential of image.

## Введение

Исследование вакуумного пробоя показало, что важную роль в инициировании вакуумного разряда играют эмиссионные процессы, стимулированные неметаллическими включениями (островковыми или сплошными диэлектрическими пленками, адсорбированными атомами и т. д.), на поверхности металлического катода [1]. Именно с наличием таких включений связывают существование аномально высоких коэффициентов усиления электрического поля  $\beta$ , определяемых из характеристик Фаулера–Нордгейма [2]. Значения этих коэффициентов могут достигать нескольких сотен [3]. Катодные микроострия с отношением радиуса при вершине к высоте в несколько сотен были бы легко обнаружены на поверхности катода. Эмиссионные процессы с участием этих неметаллических включений приводят к образованию так называемых катодных пятен 1-го типа – короткоживущих источников плазмы, генерируемой в межэлектродный промежуток [4, 5]. Функционирование пятен 1-го типа во многих случаях определяет начальную стадию вакуумного пробоя.

Вопрос корректного описания процесса эмиссии с катода, покрытого неметаллическими включениями, и их роли в инициировании вакуумного пробоя в последнее время приобрел важное значение в связи с разработкой электрон-позитронных коллайдеров диапазона энергий порядка ТэВ [6]. Инициирование вакуумного пробоя на поверхности ускоряющей структуры является основной проблемой, ограничивающей темп набора энергии частицами [7]. Возможно, что именно присутствие неметаллических включений на поверхности ускоряющей структуры ответственно за существование аномально высоких коэффициентов электрического поля. Эмиссионные центры с высокими  $\beta$

являются потенциальными источниками взрывной электронной эмиссии, которая, по-видимому, и является основной причиной вакуумного пробоя в ускоряющих структурах [8].

Задача корректного описания эмиссионных процессов с участием неметаллических включений актуальна для изучения начальной стадии развития высоковольтного разряда в газовых средах [9]. В этом случае, учитывая наличие газовой среды, такие включения неизбежно присутствуют на поверхности катодов.

В данной работе эмиссионные процессы в структуре металлический катод – адсорбированная неметаллическая пленка – вакуум (газовая среда) рассмотрены на основе квантово-механического способа описания взаимодействия электрона с быстрой поляризацией среды (колебания плазмы валентных электронов диэлектрика и свободных электронов металла), превращающего туннелирующий электрон в квазичастицу – электронный полярон Тоёзавы, имеющий конечные размеры, определенные радиусом  $R_p$  [10–12] и обобщенный на случай поверхностного электронного полярона в работе [13].

Такой подход позволяет получить выражение для потенциальной энергии взаимодействия электрона с наведенной им поляризацией среды и форму потенциального барьера для описания эмиссии электронов из металла в диэлектрик (газовую среду) [14–17], справедливое во всем диапазоне значений расстояния  $x$  электрона до границы раздела металла с диэлектриком, в том числе в точке  $x = 0$  (граница раздела), в которой классический потенциал сил изображения расходится. В пределе  $x \gg R_p$  этот квантовый потенциал переходит в электронную часть классического потенциала сил изображения  $U_{ie}(x) = -e^2 / (4\epsilon x)$ ,  $\epsilon$  – высокочастотная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Структура статьи следующая: в первой части приведен вывод обобщенной формулы для эмиссионного тока через контакт металл–диэлектрик с учетом электронного полярного эффекта в зависимости от приложенного электрического поля и температуры катода. Далее рассмотрены предельные случаи высоких температур (термоэлектронная эмиссия) и электрических полей (автоэлектронная эмиссия). Определены параметры эмиссии электронов и диэлектрических пленок, при которых вклад электронного полярного эффекта становится существенным.

Получены экстраполяционные формулы для случаев термоэлектронной и автоэлектронной эмиссии, переходящие в пределе классического потенциала изображения в известные формулы Ричардсона–Шоттки и Фаулера–Нордгейма соответственно.

## 1. Основные уравнения

Плотность эмиссионного тока через барьер на контакте металл–вакуум (рис. 1а) можно выразить формулой [18]

$$j(E, T) = e \int_{-\infty}^{\infty} N(W, T) D(W, E) dW. \quad (1)$$

Здесь  $j(E, T)$  – плотность эмиссионного тока;  $E$  – напряженность приложенного электрического поля;  $T$  – абсолютная температура;  $e$  – заряд электрона;  $N(W, T)$  – число электронов, падающих на единицу площади барьера за одну секунду и имеющих энергию, близкую к  $W$ ;  $D(W, E)$  – прозрачность потенциального барьера на контакте катода с внешней средой.

В модели Зоммерфельда число электронов, падающих на единицу площади за одну секунду, равно

$$N(W, T) = \frac{4\pi m k_0 T}{h^3} \ln \left\{ 1 + \exp \left( -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right) \right\}, \quad (2)$$

где  $m$  – эффективная масса электрона;  $k_0$ ,  $h$  – постоянные Больцмана и Планка соответственно;  $W_F$  – энергия Ферми металла.

Энергия отсчитывается от нуля для свободного электрона вне металла (рис. 1б), поэтому работа выхода  $\Phi$  электрона

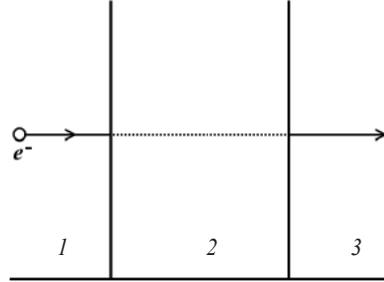


Рис. 1а. Контакт металлический катод (1) – диэлектрическая пленка (2) толщиной  $d$  – вакуум (3)

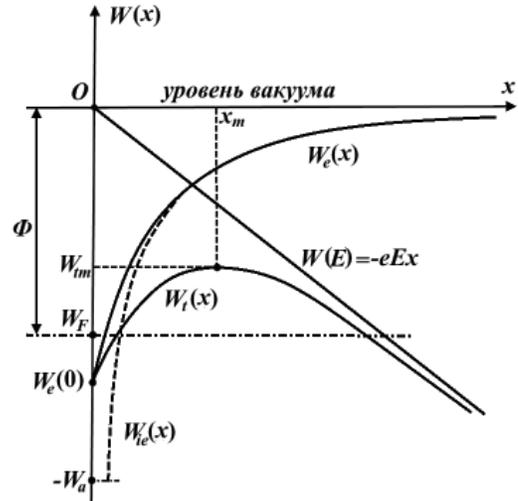


Рис. 1б. Потенциальная энергия  $W(x)$  электрона вблизи поверхности металла в области  $x \geq 0$ .

Здесь  $W_{ie}(x)$  – классический электронный потенциал изображения;  $W_e(x)$  – квантовый потенциал взаимодействия электрона с наведенной им быстрой поляризацией;  $W(E) = -eEx$  – потенциальная энергия взаимодействия электрона с полем;  $W_a$  – эффективная потенциальная энергия электрона внутри металла (постоянная величина);

$\Phi = W_F$  – работа выхода (равная энергии Ферми);  $W_{im}$  – максимальное значение  $W_i(x)$ ;

$$W_e(0) = W_i(x=0)$$

равна по модулю энергии Ферми  $W_F$ ,  $W$  – часть энергии для движения электрона в направлении, перпендикулярном к поверхности вне металла:

$$W = \frac{p^2(x)}{2m} + W_t(x), \quad (3a)$$

где  $p(x)$  – импульс электрона по нормали к поверхности;  $W_t(x)$  – эффективная потенциальная энергия электрона (см. рис. 1б), имеющая вид:

$$W_t(x) = \begin{cases} W_e(x) - eEx, & x \geq 0, \\ -W_a, & x < 0, \end{cases} \quad (3б)$$

где  $W_e(x)$  – квантовая потенциальная энергия взаимодействия электрона с наведенной им быстрой поляризацией на контакте металл–диэлектрик (в пределе переходит в классический потенциал изображения при  $x \gg R_p$ , где

$$R_p = (\hbar / (2m\omega_p))^{1/2}$$

– радиус электронного полярона;  $\omega_p$  – частота объемных плазменных колебаний).

В работе [18] и последующих теориях в качестве потенциала  $W_e(x)$  использован классический потенциал сил изображения, который имеет сингулярность при  $x = 0$ , т. е. является некорректным как на самой границе контакта, так и вблизи нее ( $x \sim R_p$ ).

В работах [13–17] на основе поляронной теории потенциала и сил изображения получено выражение для квантового потенциала изображения  $W_e(x)$ , описывающего взаимодействие электрона с наведенной им быстрой поляризацией на контакте металл–диэлектрик и справедливого во всей области значений  $x \geq 0$ :

$$W_e(x) = -e^2 \int_0^\infty d\eta e^{-2\eta x} \left[ 1 - \frac{\eta^2}{2(\eta^2 + k_s^2 + k_{F_s}^2)} \right] \times \\ \times \sum_{j=1,2} \frac{\varphi_j(\varepsilon_j(\eta))}{\Omega_j^2(\eta) [1 + R_{S_j}^2 \eta^2]} - \\ - e^2 \int_0^\infty k_\perp dk_\perp \int_0^\infty dk_x [1 + e^{-2k_\perp x} - \\ (\varepsilon - 1) \left[ 1 - \frac{k^2}{2(k^2 + k_s^2 + k_V^2)} \right] - \\ - 2e^{-k_\perp x} \cos(k_x x)] \frac{1}{\varepsilon_1 k^2 (1 + R_V^2 k^2)}, \quad (4)$$

где

$$\varphi_1(\varepsilon_1(\eta)) = \frac{1}{(\varepsilon_1(\eta) + 1)^2} \times \\ \times \left[ \omega_{pV} \left( \frac{(\varepsilon_1(\eta) - 1)^{1/2}}{\varepsilon_1(\eta)} \right) - \omega_p F_{12}(\Omega_1(\eta)) \right]^2 \times \\ \times [1 + F_{12}^2(\Omega_1(\eta))]^{-1} \cdot [1 + R_{S_1}^2(\eta) \eta^2]^{-1}; \quad (5)$$

$$\varphi_2(\varepsilon_2(\eta)) = \frac{1}{(\varepsilon_2(\eta) + 1)^2} \times \\ \times \left[ -\omega_{pV}(\eta) \left( \frac{(\varepsilon_2(\eta) - 1)^{1/2}}{\varepsilon_2(\eta)} \right) F_{21}(\Omega_2(\eta)) + \omega_p \right]^2 \times \\ \times [1 + F_{21}^2(\Omega_2(\eta))]^{-1} \cdot [1 + R_{S_2}^2(\eta) \eta^2]^{-1}. \quad (6)$$

Здесь  $\varepsilon_j(\eta)$  – диэлектрическая функция квантового диэлектрика, для которой в [15] получено выражение:

$$\varepsilon_j(\eta) = 1 + \frac{\varepsilon - 1}{\left[ 1 + \frac{\eta^2}{\lambda^2} (\varepsilon - 1) \right] \left( 1 + \frac{3\eta^2}{4\eta_F^2} \right)}; \quad (7)$$

$$\lambda^{-1} = \frac{2(\varepsilon-1)}{\pi\sqrt{\varepsilon-1}} R_{ps} \times \left\{ \sqrt{\varepsilon} + (\varepsilon-1) \arctg \sqrt{\varepsilon} - \frac{\pi}{2}(\varepsilon-1) \right\}; \quad (8)$$

$R_{ps_{1,2}} = \left( \hbar / (2m\Omega_{ps_{1,2}}) \right)^{1/2}$  – радиус поверхностного электронного полярона;  $\Omega_{ps_{1,2}}$  – частоты поверхностных плазменных колебаний;

$$k_s = 2\pi^{-1}k_F; \quad k_F = (3\pi^2 N)^{1/3}.$$

Явные выражения для величин  $F_{12}(\Omega_1(\eta)); F_{21}(\Omega_2(\eta))$ , входящих в формулы (5) и (6), приведены в монографии [17, с. 155, 156].

Формулы (4)–(8) для квантового потенциала  $W_e(x)$  являются громоздкими и не очень удобными для расчетов. В работах [16], [19], [20] показано, что потенциальная энергия  $W_e(x)$  может быть аппроксимирована с высокой точностью выражением

$$\tilde{W}_e(x) \approx -\frac{e^2}{(4x+x_0)\varepsilon}. \quad (9)$$

Здесь  $x_0$  – параметр из теории поляронов, для которого получено выражение

$$x_0 = \frac{e^2}{\varepsilon W_e(0)}, \quad (10)$$

где

$$W_e(0) = -e^2 \int_0^\infty d\eta \left[ 1 - \frac{\eta^2}{2(\eta^2 + k_s^2 + k_{F_s}^2)} \right] \times \left\{ \frac{\varphi_1(\varepsilon_1(\eta))}{\Omega_1^2(\eta)[1+R_{s_1}^2\eta^2]} + \frac{\varphi_2(\varepsilon_2(\eta))}{\Omega_2^2(\eta)[1+R_{s_2}^2\eta^2]} \right\}. \quad (11)$$

Представляет интерес оценить величину  $x_0$  в сравнении с характерными масштабами теории. Для случая контакта кристалл–вакуум без учета пространственной дисперсии интеграл (11) вычисляется точно, и для  $x_0$  получаем выражение

$$x_0 = \frac{2e^2 \left( 1 - \frac{R_s^2}{R_F^2} \right)}{\pi\alpha_{ps} \hbar \Omega_{ps} \left( 1 + \frac{R_s}{R_F} + 2 \frac{R_s^2}{R_F^2} \right)}, \quad (12)$$

где  $R_{ps}$ ,  $\alpha_{ps}$  – радиус поверхностного электронного полярона и константа электрон-плазмонного взаимодействия соответственно;  $R_s = k_s^{-1}$ ;  $R_F = k_F^{-1}$ .

Учитывая, что

$$\alpha_{ps} = \frac{e^2}{\hbar} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon+1} \right) \left( \frac{m}{2\hbar\Omega_{ps}} \right)^{1/2};$$

$$R_{ps} = \left( \frac{m}{2\hbar\Omega_{ps}} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

получаем

$$x_0 = \frac{4 \left( 1 - \frac{R_s^2}{R_F^2} \right)}{\left( 1 + \frac{R_s}{R_F} + 2 \frac{R_s^2}{R_F^2} \right)} R_{ps}, \quad (14)$$

т. е.  $x_0 \sim R_{ps}$  и по порядку величины совпадает с радиусом электронного полярона.

Для типичных значений параметров  $m = (0,1-1)m_0$

$$R_{ps} \sim (1-10) \cdot 10^{-8} \text{ см}, \quad (15)$$

т. е. составляет от одной до нескольких постоянных решетки.

Отметим, что некоторыми авторами [21, 22] параметр  $x_0$  вводился как «обрезающий фактор» в классическом потенциале изображения для устранения в нем «нефизической расходимости» на поверхности кристалла ( $x=0$ ).

Для прозрачности барьера  $D(W, E)$  на контакте можно записать:

$$D(E, W) = \left[ 1 + \exp \left( -\frac{4\pi i}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \right) \right]^{-1}, \quad (16)$$

где

$$p(x) = \sqrt{2m(W - W_i(x))} \quad (17)$$

– зависящий от координаты импульс электрона;  $W_i(x)$  – эффективная потенциальная энергия эмитированного электрона, которая с учетом выражений (3) и (9) может быть представлена в виде

$$W_i = -\frac{e^2}{4\varepsilon(x + x_0/4)} - eEx. \quad (18)$$

Тогда

$$p(x) = \sqrt{2m\left(W + \frac{e^2}{4\varepsilon\{x + x_0/4\}}\right) + eEx}. \quad (19)$$

(В выражениях (18)–(19) и далее использована система единиц CGSE.)

Пределы интегрирования в (16) находятся из условия  $p(x) = 0$ . Тогда в соответствии с (19)

$$W + \frac{e^2}{4\varepsilon(x + x_0/4)} + eEx = 0. \quad (20)$$

Чтобы привести интеграл в (16), учитывая (20), к виду, рассмотренному в [18], проведем замену:

$$z = x + x_0/4. \quad (21)$$

Тогда из (20) следует:

$$W\left(1 - \frac{eEx_0}{4W}\right) + \frac{e^2}{4\varepsilon z} + eEz = 0. \quad (22)$$

Следуя [19], введем обозначение:

$$\gamma = 1 - \frac{eEx_0}{4W}. \quad (23)$$

Для нахождения пределов интегрирования из (20) получаем квадратное уравнение, решение которого имеет вид:

$$z_{1,2} = -\frac{\gamma W}{2eE} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2 W^2}{4e^2 E^2} - \frac{e}{4\varepsilon E}}. \quad (24)$$

Вводим новую переменную:

$$y_a = \frac{e}{|\gamma W|} \sqrt{\frac{eE}{\varepsilon}}. \quad (25)$$

Тогда, считая, что энергия  $W$  принимает только отрицательные значения, можно записать:

$$z_{1,2} = -\frac{\gamma W}{2eE} \left(1 \pm \sqrt{1 - y_a^2}\right). \quad (26)$$

С учетом введенных обозначений интеграл в (16) приобретает вид:

$$I = -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} i \int_{z_1}^{z_2} \left(\gamma W + \frac{e^2}{4\varepsilon z} + eEz\right)^{1/2} dz. \quad (27)$$

Полученный интеграл аналогичен рассмотренному в [20]. Интегрирование в (27) приводит к появлению функции  $v_a(y_a)$ :

$$v_a(y_a) = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - y_a^2}}{2}} \left( E \left[ \frac{2\sqrt{1 - y_a^2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - y_a^2}}} \right] - \left(1 - \sqrt{1 - y_a^2}\right) K \left[ \frac{2\sqrt{1 - y_a^2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - y_a^2}}} \right] \right), \quad (28)$$

где

$$K[k] = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \quad (29)$$

$$E[k] = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (30)$$

– эллиптические интегралы Эйлера 1-го и 2-го рода соответственно.

Отметим, что функция (28) отличается от функции Нордгейма [18] наличием в аргументе  $y_a$  поляронного вклада.

Следуя [23], для случая  $y_a \geq 1$  (что соответствует режиму автоэлектронной эмиссии) из (28) можно получить:

$$v_a(y_a) = \sqrt{1+y_a} \times \left( E \left[ \sqrt{\frac{1-y_a}{1+y_a}} \right] - y_a K \left[ \sqrt{\frac{1-y_a}{1+y_a}} \right] \right). \quad (31)$$

Аргумент  $y_a$  может быть определен через аргумент  $y$  функции Нордгейма:

$$y_a = \frac{y}{\gamma\sqrt{\varepsilon}}. \quad (32)$$

Тогда из (31) для  $v_a(y)$  (при условии  $\varepsilon \approx 1$ , которое выполняется для нанометрового диапазона толщины адсорбированной пленки) справедливо выражение

$$v_a(y) = \sqrt{\frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - y^2}}{2\gamma}} \left( E \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{\gamma^2 - y^2}}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - y^2}}} \right] - \frac{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - y^2}}{2\gamma} K \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{\gamma^2 - y^2}}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - y^2}}} \right] \right). \quad (33)$$

На рис. 2 представлены функции  $v_a(y_a)$  и  $v(y)$  в зависимости от параметра  $y$  для различных значений множителя  $\gamma$ .

Полный ток через контакт определяется выражением, аналогичным общей формуле (20) работы [18]:

$$j(E, T) = \frac{k_0 T}{2\pi^2} \times \int_{-W_a}^{W_m} \frac{\ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right] \right)}{1 + \exp \left[ \frac{4}{3} \sqrt{2} E^{-\frac{1}{4}} y^{-\frac{3}{2}} v_a(y_a) \right]} dW + \frac{k_0 T}{2\pi^2} \int_{W_m}^{\infty} \ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right] \right) dW. \quad (34)$$

(Согласно [18] выражение (34) записано в единицах Хартри, т. е.  $j$  выражено в

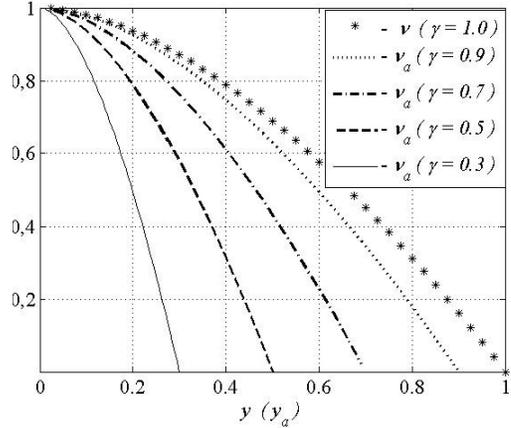


Рис. 2. Графики функций  $v_a(y_a)$  и  $v(y)$  в зависимости от параметра  $y$  для различных значений множителя  $\gamma$

единицах  $m^3 e^9 \hbar^{-7} = 2,37 \cdot 10^{14} \text{ A / см}^2$ ;  $E$  – в единицах  $m^2 e^5 \hbar^{-4} = 5,14 \cdot 10^9 \text{ В / см}$ ;  $W_F, k_0 T, W, W_a, W_m$  – в единицах  $me^4 \hbar^{-2} = 27,2 \text{ эВ}$ .

## 2. Термоэлектронная эмиссия

При высоких температурах эмиссионный ток обусловлен электронами, преодолевающими потенциальный барьер с энергией выше  $W_m$ . В этом случае первым интегралом в (34) можно пренебречь. Тогда из (34) следует:

$$j_{RS} = \frac{4\pi e m k_0 T}{h^3} \times \int_{W_m}^{\infty} \ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right] \right) dW. \quad (35)$$

Очевидно, что энергия эмитированных электронов в рассматриваемых условиях много больше энергии Ферми. Следовательно, подынтегральную функцию можно представить в виде:

$$\ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right] \right) \approx \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right]. \quad (36)$$

При этом из (35) с учетом (36) следует:

$$j_{RS} = \frac{4\pi em(k_0 T)^2}{h^3} \exp\left(-\frac{W_{im} - W_F}{k_0 T}\right). \quad (37)$$

Определим энергию  $W_{im}$ . Потенциальная энергия электрона вне металлического катода определяется выражением

$$W_i = W_F + \Phi - \frac{e^2}{\varepsilon(4x + x_0)} - eEx. \quad (38)$$

Здесь  $\Phi$  – работа выхода материала катода.

Энергия  $W_i$  достигает максимума в точке

$$x_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{\varepsilon E_a} - \frac{x_0}{4}}. \quad (39)$$

Подставляя выражение (39) в (38), для  $W_m$  получаем:

$$W_{im} = W_F + \Phi - \sqrt{\frac{e^3 E_a}{\varepsilon}} + \frac{eE_a x_0}{4}. \quad (40)$$

Из формул (37) и (40) следует окончательное выражение для плотности тока полярной термоэлектронной эмиссии, представляющее собой обобщенную формулу Ричардсона–Шоттки (с учетом обозначения  $E_a = E/\varepsilon$ ):

$$j_{RS} = \frac{4\pi emk_0^2}{h^3} T^2 \times \exp\left[\frac{1}{k_0 T} \left(-\Phi + \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{e^3 E} - \frac{eEx_0}{4\varepsilon}\right)\right]. \quad (41)$$

Как показано в [18], формула Ричардсона–Шоттки (а значит, и формула (41)) справедлива вплоть до полей напряженности порядка 50 МВ/см.

Оценим влияние учета полярного эффекта (т. е. учета квантового характера сил изображения) на величину эмиссионного тока Ричардсона–Шоттки.

Без учета квантового характера сил изображения ( $x_0 = 0$ ) плотность тока определяется вытекающим из (41) выражением

$$j_{RS_0} = \frac{4\pi emk_0^2}{h^3} T^2 \times \exp\left[\frac{1}{k_0 T} \left(-\Phi + \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{e^3 E}\right)\right]. \quad (42)$$

Тогда отношение  $j_{RS} / j_{RS_0}$  характеризует влияние учета полярного характера туннелирования на величину эмиссионного тока:

$$\frac{j_{RS}}{j_{RS_0}} = \exp\left(-\frac{eEx_0}{4\varepsilon k_0 T}\right). \quad (43)$$

Результаты расчетов для некоторых усредненных значений  $\varepsilon = 3$ ,  $x_0 = 0,3$  нм,  $\Phi = 4,5$  эВ приведены на рис. 3а, 3б. Графики на рис. 3а, 3б свидетельствуют о большом влиянии электронного полярного эффекта на эмиссионные характеристики катодов в сильных электрических полях. Причем в области значений напряженности полей  $E \geq 10$  МВ/см это влияние растет с увеличением поля (достигая примерно двух порядков при напряженности электрического поля 50 МВ/см) и снижается с повышением температуры.

На рис. 4 приведены зависимости плотности тока Ричардсона–Шоттки, рассчитанные по точной формуле (35) и приближенной формуле (41). Как следует из сравнения, они дают практически совпадающие результаты вплоть до значений напряженности поля более 100 МВ/см.

Уменьшение эмиссионного тока с ростом напряженности электрического поля связано с увеличением эффективной работы выхода  $\Phi$ . Как следует из (41) и (42), в расчетах необходимо использовать значение

$$\bar{\Phi} = \Phi + \frac{eEx_0}{4\varepsilon}. \quad (44)$$

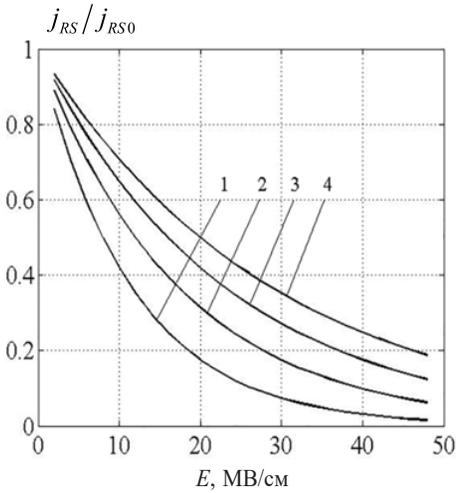


Рис. 3а. Влияние квантовых сил изображения на величину плотности эмиссионного тока: полевая зависимость для различных значений температуры: 1 – 1000 К; 2 – 1500 К; 3 – 2000 К; 4 – 2500 К

Аналогичный результат получен при исследовании поляронной автоэлектронной эмиссии [19] в высоких электрических полях.

Таким образом, показано, что учет электронного полярного эффекта приводит к увеличению работы выхода во всем интервале полей и температур. В области напряженности поля  $E > 5$  МВ/см это приводит к снижению плотности эмиссионного тока более чем на порядок, что связано с дополнительной работой поля по перемещению как самого электрона, так и следующего за ним поляризационного облака при туннелировании электронного полярона через барьер. Формула (44) для эффективной работы выхода  $\Phi$  подтверждает результат, представленный ранее Фаулером и Харштейном в работе [24] и Фаулером и Вайнбергом в работе [25], в которых экспериментально измеренная величина контактного барьера в процессе внутреннего фотоэффекта в структуре

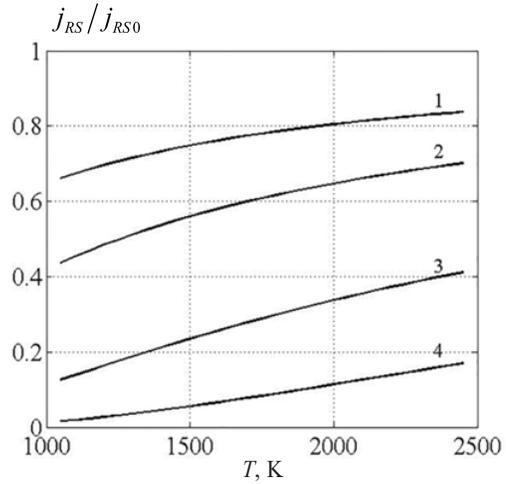


Рис. 3б. Влияние квантовых сил изображения на величину плотности эмиссионного тока: температурная зависимость для различных значений напряженности электрического поля: 1 – 5 МВ/см; 2 – 10 МВ/см; 3 – 25 МВ/см; 4 – 50 МВ/см

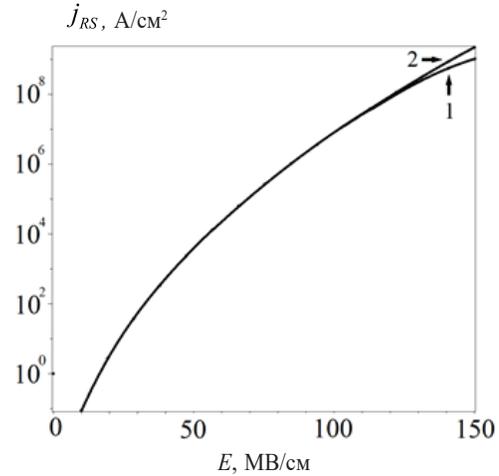


Рис. 4. Зависимость тока термоэлектронной эмиссии от напряженности электрического поля. Кривая 1 рассчитана по точной формуле (35), кривая 2 – по обобщенной формуле Ричардсона–Шоттки (41). Значения параметров:  $\epsilon = 1$ ,  $\Phi = 4$  эВ,  $m = m_0$ ,  $T = 0,3$  К

Al – SiO<sub>2</sub> – вакуум оказалась больше, чем действительная высота барьера примерно на 0,2 эВ.

### 3. Автоэлектронная эмиссия

Интегрирование выражения (34) с учетом (27) и (31) приводит к уравнению, аналогичному уравнению Мерфи–Гуда [18]:

$$j(E, T, x_0) = \frac{e^3 E^2}{8\pi h \varepsilon^2 \Phi t_a^2(y_a)} \times \quad (45)$$

$$\times \frac{\pi c_a k_0 T}{\sin(\pi c_a k_0 T)} \exp\left[-\frac{8\pi \varepsilon \sqrt{2m\Phi}^{3/2}}{3ehE} v_a(y_a)\right].$$

Отметим, что кроме функции  $v_a(y_a)$  в формуле (45) появляются новые функции  $t_a(y_a)$  и  $c_a(y_a)$  (содержащие поляронные вклады), которые можно выразить через аргумент  $y$  функции Нордгейма:

$$t_a(y_a) = \bar{\gamma} \sqrt{\frac{y_a}{2}} \times \left\{ 2E \left[ \sqrt{\frac{y_a - y}{2y_a}} \right] - K \left[ \sqrt{\frac{y_a - y}{2y_a}} \right] \right\}, \quad (46)$$

$$c_a(y_a) = \frac{4\pi \varepsilon \sqrt{2m\Phi}}{ehE} t_a(y_a), \quad (47)$$

где

$$\bar{\gamma} = 1 + \frac{eEx_0}{4\Phi}. \quad (48)$$

Температурная зависимость тока автоэлектронной эмиссии определяется вторым предэкспоненциальным множителем уравнения (45):

$$\alpha(T, E) = \frac{\pi c_a k_0 T}{\sin(\pi c_a k_0 T)}. \quad (49)$$

Если  $\pi c_a k_0 T$  настолько мало, что  $\alpha(T, E) \cong 1$ , а поляронный эффект пренебрежимо мал (т. е.  $x_0 = 0$ ), то формула (45) приходит в формулу Фаулера–Нордгейма:

$$j_{F-N}(E) = \frac{e^3 E^2}{8\pi h \varepsilon^2 \Phi t^2(y)} \times \exp\left[-\frac{8\pi \varepsilon \sqrt{2m\Phi}^{3/2}}{3ehE} v(y)\right]. \quad (50)$$

Следует отметить, что формулы (45) и (50) имеют ограничения по значениям входящих в эти соотношения физических параметров – температуры, работы выхода и напряженности электрического поля.

Таким образом, формулу (45) можно считать обобщенным выражением плотности тока автоэлектронной и термоэлектронной эмиссии на контакте металл–диэлектрик, покрытом адсорбированной неметаллической пленкой, которое учитывает вклад поляронного эффекта и его возрастающую роль с увеличением напряженности электрического поля и температуры. Она отличается от классической формулы для плотности эмиссионного тока, приведенной в [18], наличием в аргументе функции  $v_a(y_a)$  «поляронного вклада».

Формула (45) в пределе низких температур ( $T \rightarrow 0$ ), при которых  $\alpha(T, E) \cong 1$ , и высоких полей может быть преобразована к более простому виду, если использовать аппроксимацию, найденную в работе [26], для функций  $v_a(y_a)$  и  $t_a^2(y_a)$ :

$$v_a(y_a) \approx 0,95 - 1,03y_a^2; \quad t_a^2(y_a) \approx 1,1. \quad (51)$$

Подставляя (50) в (45), с учетом (32), (25) получаем выражение для плотности тока автоэлектронной эмиссии:

$$j_{appr}(E) = \frac{e^3 E^2}{8,8\pi h \varepsilon^2 \Phi} \exp\left[-\frac{8\pi \sqrt{2m\Phi}^{3/2}}{3ehE_{eff}}\right], \quad (52)$$

где  $E_{eff}$  имеет вид:

$$E_{eff} = \frac{E}{0,95 - \frac{1,03e^3 E}{\varepsilon \left( \Phi + \frac{eEx_0}{4} \right)^2}} \quad (53)$$

и включает в себя поляронный параметр  $x_0$ .

На рис. 5 приведена зависимость отношения плотности тока автоэлектронной

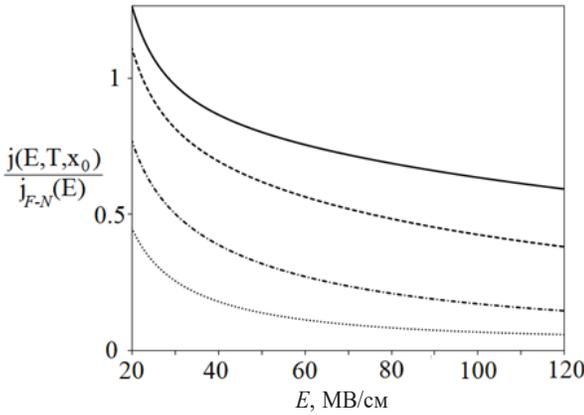


Рис. 5. Отношение плотности тока автоэлектронной эмиссии, рассчитанного на основе формулы (45), к плотности тока, полученного на основе классического потенциала сил изображения (формула Фаулера–Нордгейма (50)), в зависимости от напряженности приложенного поля для различных значений поляронного параметра  $x_0$ : сплошной кривой соответствует значение  $x_0 = 0,1$  нм; штриховой кривой –  $x_0 = 0,2$  нм; штрих-пунктирной кривой –  $x_0 = 0,5$  нм и точечной –  $x_0 = 1$  нм. Значения остальных параметров:  $\varepsilon = 1$ ,  $\Phi = 4$  эВ,  $m = m_0$ ,  $T = 500$  К

эмиссии, рассчитанного на основе формулы (45), к плотности тока, полученного на основе классического потенциала сил изображения (формула (50) для плотности тока автоэлектронной эмиссии, полученной Фаулером–Нордгеймом):

$$F_1(E, T, x_0) = \frac{j(E, T, x_0)}{j_{F-N}(E)}. \quad (54)$$

Как следует из рис. 5, поляронный эффект существенно снижает ток автоэлектронной эмиссии, причем с ростом напряженности электрического поля до 100 МВ/см снижение тока происходит более чем на порядок.

На рис. 6 представлена полевая зависимость отношения плотности тока автоэлектронной эмиссии, рассчитанного по формуле (45), к плотности тока, рассчитанного по экстраполяционным формулам (52)–(53):

$$F_2(E, T, x_0) = \frac{j(E, T, x_0)}{j_{appr}(E)}. \quad (55)$$

Анализ полевой зависимости  $F_2(E, T, x_0)$  в интервале полей 20–50 МВ/см для различных значений  $x_0$  в интерва-

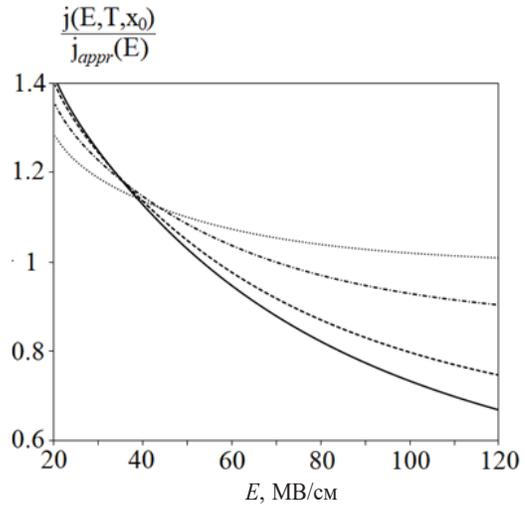


Рис. 6. Полевая зависимость отношения плотности тока автоэлектронной эмиссии, рассчитанного по формуле (45), к плотности тока, рассчитанного по экстраполяционным формулам (52)–(53), для различных значений поляронного параметра  $x_0$ . Обозначения кривых и значения параметров такие же, как на рис. 5

ле от 0,1 нм до 1,0 нм позволяет считать формулы (52)–(53) пригодными для качественной оценки зависимости плотности эмиссионного тока от величины поля и поляронного параметра  $x_0$ .

Приведенная на рис. 7 зависимость  $E_{eff}$  от  $E$  для различных значений поляронного параметра  $x_0$  указывает на

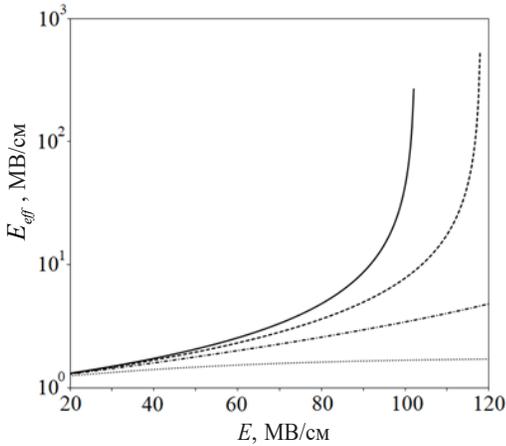


Рис. 7. Зависимость напряженности эффективного поля от напряженности приложенного поля для различных значений полярного параметра  $x_0$ : сплошной кривой соответствует значение  $x_0 = 0$  нм; штриховой кривой –  $x_0 = 0,1$  нм; штрих-пунктирной кривой –  $x_0 = 0,3$  нм и точечной –  $x_0 = 1$  нм. Значения остальных параметров такие же, как на рис. 5

достижение минимального значения величины  $E_{eff}$  при  $E_{eff} \cong E$ . Как и в случае термоэлектронной эмиссии, уменьшение плотности тока автоэлектронной эмиссии объясняется увеличением работы выхода электрона в сильном электрическом поле, обусловленным электронным поляронным эффектом.

## Заключение

Применение поляронной теории к рассмотрению физических процессов на контакте металл–диэлектрик или металл – адсорбированная диэлектрическая нанопленка позволяет устранить сингулярность потенциальной энергии туннелирующего электрона на эмитирующей границе (при  $x = 0$ ), поскольку в теории учитывается проникновение электриче-

ского поля в металл на глубину порядка радиуса электронного полярона (формулы (9)–(12)).

Из выражения для плотности тока (45) следует, что для полей  $E < 10^6$  В/см роль поляронных эффектов незначительна и формулы Фаулера–Нордгейма и Ричардсона–Шоттки дают хорошее согласие с экспериментом. При полях  $E > 5 \cdot 10^6$  В/см, когда ширина потенциального барьера соизмерима с радиусом электронного полярона, квантовый вклад в плотность эмиссионного тока становится существенным.

Этот вклад определяется параметром  $x_0$ , который связан с радиусом туннелирующего полярона. С повышением напряженности электрического поля это влияние увеличивается, что обусловлено ростом работы выхода электрона, как и в случае термоэлектронной зависимости, определяемым поляронным параметром  $x_0$ . Данный эффект частично ослабляется при учете реального значения диэлектрической проницаемости материала адсорбированной нанопленки.

Как показано в работе [19], параметр  $x_0$  фигурирует и в формуле для плотности тока термоэлектронной эмиссии из катодов, покрытых адсорбированной неметаллической нанопленкой. Приведенные в работе [20] графики свидетельствуют о большом влиянии полярного эффекта на эмиссионные характеристики термокатодов в условиях высоковольтного газового разряда. При этом в области полей  $E \geq 10$  МВ/см данное влияние увеличивается с ростом напряженности электрического поля (достигая почти двух порядков при  $E \sim 10^8$  В/см) и снижается с повышением температуры. Там же отмечено, что уменьшение эмиссионного тока с ростом напряженности электрического поля связано с увеличением эффективной работы выхода  $\bar{\Phi}$ .

### Цитированная литература

1. **Mesyats G.A., Proskurovsky D.I.** Pulsed Electrical Discharge in Vacuum. – Berlin: Springer, 1989.
2. **Latham, Rod V.** High voltage vacuum insulation: Basic concepts and technological practice. Elsevier, – 1995.
3. **Cox B.M., Williams W.T.** // Journal of Physics D: Applied Physics. – 1977. – Vol. 10(3). – L 5.
4. **Mesyats G.A.** Cathode Phenomena in a Vacuum Discharge: The Breakdown, the Spark, and the Arc. – Moscow: Nauka, 2000.
5. **Anders A.** Cathodic Arcs: From Fractal Spots to Energetic Condensation. – N.Y.: Springer, 2008.
6. A 3 TeV  $e^+e^-$  Linear Collider Based on CLIC Technology // ed. G. Guignard, CERN Report No. CERN 2000-008, 2000.
7. **Wuensch W.** // CERN-OPEN-2014-028. CLIC-Note-1025, CERN, Geneva, May 2013.
8. **Barengolts S.A., Mesyats V.G., Oreshkin V.I. et al.** // Physical Review Accelerators and Beams. – 2018. – Vol. 21(6). – P. 061004.
9. **Korolev Y.D., Mesyats G.A.** Physics of pulsed breakdown in gases. URO-press, 1998.
10. **Toyozawa Y.** // Progr. Theor. Phys. – 1954. – Vol. 12, № 3. – P. 421–436.
11. **Hermanson V.** // Phys. Rev. – 1972. – Vol. 6, № 6. – P. 2427–2432.
12. **Hermanson V.** Elementary Excitations in Solid, Molecules and Atoms, Part B. L.-N. – P. 199–211.
13. **Берил С.И., Покатилов Е.П.** // ФТП. – 1978. – Т. 12. – С. 2030–2033.
14. **Покатилов Е.П., Берил С.И., Фомин В.М.** // Поверхность (Физика, химия, механика). – 1988. – Т. 5. – С. 5–12.
15. **Pokatilov E.P., Beril S.I., Fomin V.M.** // Phys. Stat. Sol. (b). – 1988. – Vol. 147. – P. 163–172.
16. **Beril S.I., Pokatilov E.P., Goryachkovskii E.P. et al.** // Phys. Stat. Sol. (b). – 1993. – Vol. 176. – P. 347–353.
17. **Покатилов Е.П., Берил С.И., Фомин В.М.** Колебательные возбуждения, поляроны и экситоны в многослойных системах и сверхрешетках. – Кишинев: Штиинца, 1990. – 288 с.
18. **Murphy E.I., Good A.H.** // Phys. Rev. – 1956. – Vol. 162. – P. 1464–1473.
19. **Barengolts Y.A., Beril S.I.** // IEEE Transaction on Plasma Science. – 2014. – Vol. 42. – P. 3109–3112.
20. **Barengolts Y.A., Beril S.I.** // Book IF-MBE Proceedings: 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Nanotechnologies and Biomedical Engineering. – 2016. – January. – Vol. 55. – P. 230–233.
21. **Эдельман В.С.** // УФН. – 1980. – Т. 130, вып. 4. – С. 675–704.
22. **Шикин В.Б., Монарха Ю.П.** // ФНТ. – 1975. – Т. 1, № 8. – С. 957–983.
23. **Modinos A.** Field, Thermionic, and Secondary Electron Emission Spectroscopy. – N.Y.: Plenum Press. 1984. – 320 p.
24. **Harstein A., Weinberg Z.A.** // Phys. Rev. – 1979. – Vol. 20, № 4. – P. 1335–1338.
25. **Harstein A., Weinberg Z.A.** // J. Phys. C. Solid State Phys. – 1978. – Vol. 11, № 11. – L. 469–L. 473.
26. **Шредник В.Н.** Теория автоэлектронной эмиссии металлов // В кн.: Ненакаливаемые катоды. – М.: Сов. радио, 1974. – С. 166–169.

## УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЕЙ ВЫРАЩИВАНИЯ В КВАЗИЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИ СОВЕРШЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СЛОЕВ

*Э.А. Сенокосов, В.И. Чукита, А.А. Жданов*

*Разработано устройство для стабилизации режима выращивания полупроводниковых слоев в квазизамкнутом объеме и управления им. Оно обеспечивает рост совершенных по структуре эпитаксиальных слоев с контролируруемыми технологическими параметрами. С применением данного устройства выращены кристаллически совершенные эпитаксиальные пленки CdSe на ориентированных (0001) подложках слюды.*

**Ключевые слова:** *технологический процесс, квазизамкнутый объем, полупроводниковые слои, физические параметры, микроконтроллер, аналогово-цифровой преобразователь, индикаторное устройство, цифровой датчик, оптическая развязка, нагревательное устройство.*

## MANAGEMENT OF GROWING TECHNOLOGY OF CRYSTALLINE PERFECT SEMICONDUCTING LAYERS IN QUASI-CLOSED VOLUME

*E.A. Senokosov, V.I. Chukita, A.A. Zhdanov*

*The authors developed the device to stabilize and control the regime of growing of semiconductor layers in a quasi-closed volume. It ensures the growth of epitaxial layers with controlled technological parameters. The crystalline perfect epitaxial CdSe films are grown on oriented (0001) mica substrates, using this device.*

**Keywords:** *technological process, quasi-closed volume, semiconducting layers, physical parameters, microcontroller, analog-digital converter, indicator device, digital sensor, optical isolation, heating device.*

### Экспериментальные результаты

Прогресс современной науки и техники неразрывно связан с успехами как в развитии и совершенствовании технологии получения традиционных материалов, так и в разработке и исследовании новых перспективных полупроводников. В частности, процесс получения чистых и кристаллически совершенных полупроводниковых слоев в квазизамкнутом объеме (КО) во многом зависит от степени совершенства технологического процесса [1].

В использованной нами технологии КО графитовый контейнер, с помощью которого осуществляется выращивание слоев, оснащен блоками испарителя и

подложки с их нагревателями. Контроль технологических температур испарителя ( $t_{\text{и}}$ ) и подложки ( $t_{\text{п}}$ ) производится измерительным механизмом магнитоэлектрической системы в сочетании с датчиками температуры. В ручном режиме нагрев испарителя и подложки, а также управление их температурой выполняются с помощью лабораторного автотрансформатора. Установка и поддержание заданного технологического режима в полной мере зависит от квалификации технолога. Для выхода на необходимый режим испарения полупроводникового материала технолог вынужден многократно выполнять манипуляции, связанные с субъективной коррекцией технологических температур. Кроме того, инерционность и не-

стабильность температуры нагревателей не позволяют поддерживать устойчивый режим технологического процесса выращивания полупроводниковых слоев. Это существенно сказывается на структурном совершенстве и физических параметрах слоев.

С целью оптимизации технологического процесса разработано устройство для стабилизации режима выращивания полупроводниковых слоев в квазизамкнутом объеме и управления им (см. рисунок).

Основным элементом устройства является микроконтроллер ATmega 16PU. Он выполняет генерацию широтно-импульсной модуляции (ШИМ) сигнала и прием данных от цифровых датчиков с последующей передачей их на индикаторное устройство [2]. Одновременно осуществляет прием и передачу данных на персональный компьютер (ПК) при помощи протокола RS-232 (UART) [3].

Питание микроконтроллера производится стабилизированным источником постоянного напряжения 4,5–5,5 В. Номи-

нальная тактовая частота работы микроконтроллера составляет 8 МГц и обеспечивается внутренним RC-генератором [4]. Микроконтроллер обрабатывает сигналы согласно алгоритму его программы и включает исполнительную часть, которая содержит два канала оптической развязки [5], отвечающих за управление нагревательными приборами.

Учитывая, что температуры выращивания полупроводниковых слоев изменяются в пределах 500–800 °С, выбрана термопара К-типа (хромель–алюмель) с чувствительностью 41 мВ/°С [6]. Прием и преобразование аналогового сигнала от термопары в последовательный цифровой код осуществляется с помощью 12-разрядного аналогово-цифрового преобразователя MAX6675 [7], имеющего встроенную схему автоматической компенсации температуры холодного спая. Данные с цифровых датчиков сохраняются в определенный документ, анализируются и позволяют строить графики температурных режимов.



Структурная схема устройства управления технологическими режимами

ШИМ-сигнал управляет мощностью, подводимой к нагревательным приборам, путем изменения скважности импульсов при их постоянной частоте. Усредненное значение напряжения ШИМ-сигнала управляет работой оптрона. Когда оптрон открыт, сигнал с него подается на базу транзистора, что позволяет ему открыться и включить нагревательные приборы. Программное обеспечение для устройства разработано на языке Си (C) с помощью интегрированной среды Atmel Studio 7 и задействует синхронный трехпроводной последовательный интерфейс (SPI) и канал ШИМ-сигнала микроконтроллера [8].

Программа, занесенная в контроллер, содержит несколько значений скважности ШИМ-сигнала, т. е. несколько температурных режимов. Переключение режимов осуществляется при помощи тактовых кнопок. При включении одного из выбранных режимов устанавливается соответствующая скважность на обоих каналах ШИМ-сигнала. При этом на одном из них она выше, чем на другом, поскольку один из нагревательных приборов должен иметь или имеет значительно большую температуру. Разработанное устройство обеспечивает работу четырех технологических режимов. Количество режимов зависит от разрядности ШИМ-канала, напряжения открытия оптрона и транзистора.

Для оптической развязки низковольтной части схемы от высоковольтной по постоянному и переменному току выбран оптрон марки CNY65 [9].

Индикаторное устройство LCD 1602 построено на базе контроллера HD44780 [10]. Текущее значение температур нагревателей и номер выбранного режима отображаются на индикаторном устройстве в режиме реального времени. Микроконтроллер обрабатывает данные, поступающие от цифровых датчиков, и отправляет их на ЖК-дисплей по четырехбитной шине.

## Заключение

В результате применения разработанного устройства решены следующие технико-технологические задачи:

- стабилизированы режимы работы нагревательных элементов;
- уменьшено инерционное время выхода на режим напыления;
- автоматизировано управление технологическими режимами напыления;
- определена последовательность установления рабочих температур испарителя и подложки;
- установлен контроль и регистрация технологических режимов выращивания эпитаксиальных слоев;
- разработана операция по хранению и обработке технологических результатов на ПК.

Автоматизация технологического процесса выращивания полупроводниковых слоев снизила влияние человеческого фактора до минимального уровня и позволяет собирать, хранить и обрабатывать большое количество технологической информации. С применением предлагаемого устройства выращены структурно совершенные эпитаксиальные пленки CdSe на кристаллически ориентированных (0001) подложках слюды. Определены оптимальные условия их получения:  $t_{\text{н}} = 660\text{--}680\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $t_{\text{п}} = 500\text{--}550\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Таким образом, автоматизированный процесс выращивания эпитаксиальных полупроводниковых слоев обеспечивает рост совершенных по структуре пленок с контролируемыми технологическими параметрами.

## Цитированная литература

1. Сенокосов Э.А., Чукита В.И., Чукичев М.В. и др. Катодолюминесценция фоточувствительных слоев CdSe, выращенных в

квазизамкнутом объеме // Неорганические материалы. – 2012. – Т. 48, № 12. – С. 1299–1302.

2. Техническая документация на микроконтроллер Atmega16 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.atmel.com/images/doc2466.pdf>

3. Хофман М. Микроконтроллеры для начинающих: пер. с нем. – СПб.: БХВ - Петербург, 2010. – 304 с.

4. Евстифеев А.В. Микроконтроллеры AVR семейства Mega. Руководство пользователя. – М.: Додэка-XXI, 2007. – 592 с.

5. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники: пер. с англ. – 2-е. изд. – М.: БИНОМ. – 2014. – 704 с.

6. ГОСТ Р. 8.585-2001 ГСИ. Термопары. Номинальные статические характеристики преобразования.

7. Техническая документация на АЦП MAX6675 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.atmel.com/images/doc2466.pdf>

8. Гребнев В.В. Микроконтроллеры семейства AVR фирмы Atmel. – М.: РадиоСофт, 2002. – 176 с.

9. Техническая документация на оптрон CNY65 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.DatasheetCatalog.com.CNY65.pdf>

10. Техническая документация на контроллер HD44780 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.DatasheetCatalog.com.HD44780.pdf>

УДК 538.975, 538.958

## ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕССЫ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ

*Э.П. Сиявский, С.А. Карапетян, Н.С. Костюкевич*

*Теоретически исследованы различные модели процессов взаимодействия носителей заряда с шероховатой поверхностью в квантовых ямах. Получены аналитические выражения для времени релаксации носителей в квантовых ямах при различных внешних условиях.*

**Ключевые слова:** шероховатая поверхность, квантовая яма, электрическое поле.

## INFLUENCE OF ELECTRIC FIELD ON THE PROCESSES OF ELECTRON SCATTERING ON A ROUGH SURFACE IN QUANTUM WELLS

*E.P. Sinyavskii, S.A. Karapetyan, N.S. Kostukevich*

*The article studied various models of interaction processes of charge carriers with a rough surface in quantum wells. The analytic expressions are obtained for the time of carrier relaxation in quantum wells under various external conditions.*

**Keywords:** rough surface, quantum well, electric field.

В узких нелегированных размерно-ограниченных системах при низких температурах возможным и наиболее важ-

ным является рассеяние носителей на шероховатой поверхности. Этот механизм рассеяния определяет величину и тем-

пературную зависимость подвижности в квантовых ямах [1], в кремниевых инверсионных слоях [2], в которых электронный газ остается вырожденным вплоть до  $T < 100$  К. Исследование влияния шероховатой поверхности на процессы фотолюминесценции в узких ( $d \geq 50$  Å) одиночных квантовых ямах GaAs/AlGaAs проводилось в [3] при  $T = 4$  К.

Модель взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью строится следующим образом: из-за неровности поверхности случайным образом меняется ширина  $a$  размерно-ограниченной системы, что приводит к флуктуации энергии размерного квантования  $E_n$  при движении носителя параллельно поверхности исследуемой квантовой системы. Следовательно, энергия взаимодействия носителя заряда с шероховатой поверхностью в случае двухмерного электронного газа может быть записана в виде

$$V(x, y) = \frac{\partial E_n}{\partial a} \Delta(x, y) \equiv V_n \Delta(x, y), \quad (1)$$

где  $\Delta(x, y)$  – случайная функция.

Например, для прямоугольной квантовой ямы с бесконечными стенками

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2} \equiv E_0 n^2 \Rightarrow V_n = -\frac{2}{a} E_0 n^2. \quad (2)$$

Для случая квантовой ямы с параболическим потенциалом для электрона с эффективной массой  $m_e$

$$E_n = 2\hbar \left[ \frac{2\Delta E_c}{m_e} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{a} \left( n + \frac{1}{2} \right) = \hbar \omega_e \left( n + \frac{1}{2} \right),$$

$$V_n = -\frac{1}{a} \hbar \omega_e \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (3)$$

$$\hbar \omega_e = \frac{2\hbar}{a} \sqrt{\frac{2\Delta E_c}{m_e}},$$

где  $\Delta E_c$  – высота параболического потенциала на границе наноструктуры;  $\hbar \omega_e$  – энергия размерного квантования.

Часто при расчетах кинетических коэффициентов используется случай гауссовой флуктуации поверхности, когда автокорреляционная функция для различных точек поверхности определяется соотношением [4]

$$\begin{aligned} \left\{ \Delta(x, y) \Delta(x', y') \right\}_V &= \\ &= \Delta_0^2 \exp \left\{ -\frac{1}{\Lambda_0^2} \left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 \right] \right\} \equiv \\ &\equiv F(|\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}'|). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\{\dots\}_V$  описывает усреднение по реализации случайного процесса  $\Delta(x, y)$ ;  $\Delta_0, \Lambda_0$  – высота и ширина гауссовой флуктуации соответственно;  $|\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}'| = \sqrt{\{(x-x')^2 + (y-y')^2\}}$ .

Естественно, можно рассматривать случай  $\delta$ -образной флуктуации, когда

$$\begin{aligned} \left\{ \Delta(x, y) \Delta(x', y') \right\} &= \gamma_0 \delta(\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}') = \\ &= \gamma_0 \delta(x-x') \delta(y-y') = \tilde{F}(|\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}'|), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\gamma_0$  определяет квадрат амплитуды флуктуации.

Время релаксации носителей на шероховатой поверхности, определяемое квантово-механической вероятностью рассеяния в единицу времени, в нижайшем порядке теории возмущений определяется соотношениями:

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\beta} W_{\alpha\beta} \delta(\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\beta}); \quad (6)$$

$$W_{\alpha\beta} = \int dr dr_1 \Psi_{\alpha}^*(r) \Psi_{\beta}^*(r_1) V_{\alpha} V_{\beta} F \Psi_{\alpha}(r_1) \Psi_{\beta}(r), \quad (7)$$

где  $\Psi_{\alpha}(r_1)$  – волновая функция носителей в состоянии  $\alpha$  в размерно-квантованной системе.

Для квазидвумерных систем с бесконечным потенциалом (квантовых ям, гетероструктур) в случае гауссовой флуктуации поверхности (4) нетрудно получить:

$$W_{\text{эф}} = \frac{\pi}{L_x L_y} (\Delta_0 \Lambda_0)^2 V_\alpha V_\beta \exp \left[ -\frac{\Lambda_0^2}{4} |k_\perp - k'_\perp|^2 \right]. \quad (8)$$

Время релаксации при рассеянии носителей в одной зоне определяется соотношением

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{m_e}{\hbar^3} \pi (\Delta_0 \Lambda_0)^2 V_n^2 \times \exp \left[ -\frac{1}{2} (\Lambda_0 k_\perp)^2 \right] I_0 \left[ \frac{1}{2} (\Lambda k_\perp)^2 \right],$$

где  $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  – волновой вектор электрона в плоскости двумерной системы;  $I_0(z)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого значка.

При низких температурах, когда  $\Lambda k_\perp \ll 1$  из (7) следует:

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{m_e}{\hbar^3} \pi (\Delta_0 \Lambda_0)^2 V_n^2. \quad (9)$$

Аналогично можно записать для случая  $\delta$ -образной флуктуации поверхности:

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{m_e}{\hbar^3} \gamma_0 V_n^2. \quad (10)$$

Согласно (9), (10) рассеяние электронов происходит в одной зоне и время релаксации зависит только от номера размерно-квантованной зоны  $n$ . При этом с ростом  $n$   $\tau_a$ , если учитывать (2), (3), уменьшается.

В случае прямоугольной квантовой ямы

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{4\pi m_e (\Delta_0 \Lambda_0)^2}{a^2 \hbar^3} E_0^2 n^4. \quad (11)$$

А для параболической квантовой ямы

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{m_e \gamma_0 (\hbar \omega_e)^2}{\hbar^3 a^2} \left( n + \frac{1}{2} \right)^2. \quad (12)$$

Следовательно, для двумерного электронного газа при низких температурах, время релаксации при рассеянии носителей на шероховатой поверхности (8), (9) справедливо для произвольного вида потенциала  $V(\mathbf{p})$ :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{p}^2} + V(\mathbf{p}) \right] \Psi(\mathbf{p}) = E_n \Psi(\mathbf{p}). \quad (13)$$

Особый интерес представляют наноструктуры в поперечном электрическом поле, которое существенно влияет на явления переноса в таких структурах. В параболических квантовых ямах (ПКЯ), когда постоянное электрическое поле  $\mathbf{E}$  направлено вдоль оси пространственного квантования, потенциальная энергия электрона определяется соотношением

$$U(z) = \frac{m_e \omega^2}{2} z^2 + eEz.$$

Волновая функция и собственные значения энергии электрона уравнения Шредингера с потенциальной энергией  $U(z)$  известны [5]:

$$\Psi_{k_x, n, m}^{(c)}(x, y, z) = \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L_x}} \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}} \left( \frac{\lambda}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \times \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n \left[ (z - z_0) \sqrt{\lambda} \right] e^{-\frac{\lambda}{2}(z - z_0)^2}; \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{m_e \omega}{\hbar}, z_0^{(c)} = -\frac{eE}{m\omega^2};$$

$$E_{n, k_\perp} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_e} + E_n; \quad (15)$$

$$E_n = \hbar \omega \left( n + \frac{1}{2} \right) - \Delta_c, k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2;$$

$$\Delta_c = \frac{e^2 E^2}{2m_e \omega^2}, \quad (16)$$

где  $\hbar \omega$  – энергия размерного квантования, которая простым образом связана с величиной потенциальной энергии  $\Delta E_c$  на границе ПКЯ с шириной  $a$ :

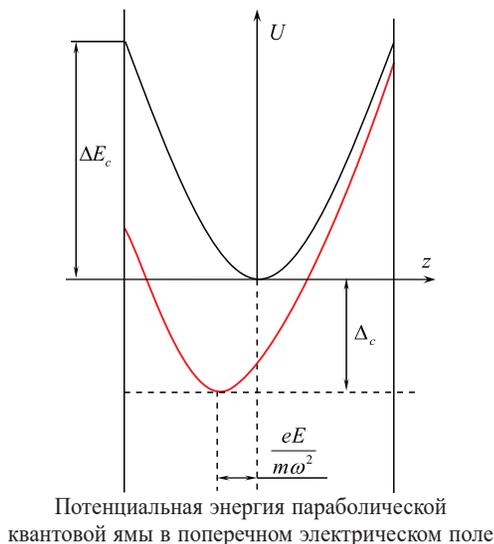
$$\hbar \omega = \frac{2\hbar}{a} \sqrt{\frac{2\Delta E_c}{m_e}}. \quad (17)$$

Заметим, что энергия размерного квантования убывает как  $a^{-1}$  (в прямо-

угольных квантовых ямах она уменьшается как  $a^{-2}$ ).  $k_{\perp}$  – волновой вектор электрона в плоскости низкоразмерной системы,  $\Delta_c$  – сдвиг энергии электрона в поперечном электрическом поле. Для типичных параметров ПКЯ  $\Delta E_c \sim 0,25$  эВ и  $a = 10^3$  Å при  $\hbar\omega = 14,5$  мэВ, т. е. при  $T \ll 170$  К исследуемая система является квантовой.

Исследования кинетических и оптических явлений в размерно-ограниченных системах с использованием параболического потенциала широко проводятся в настоящее время.

Из энергетического спектра (15) следует, что с ростом напряженности электрического поля минимум зоны проводимости опускается в область запрещенной зоны на величину  $\Delta_c$  (см. рисунок). В дальнейшем рассматриваем такие значения напряженности поперечного электрического поля, при которых параболическая форма потенциальной энергии сохраняется и в ней остается много размерно-квантованных эквидистантных уровней, т. е. решения уравнения Шредингера с потенциальной энергией  $U(z)$  остаются справедливыми [6]. Для параметров ПКЯ, приведенных выше,  $E \leq 3 \cdot 10^4$  В/см. При



низких температурах  $T$  в нелегированных системах с пониженной размерностью важным является механизм рассеяния носителей на шероховатой поверхности [7].

В направлениях  $OX$ ,  $OY$  свободного движения носителей заряда ширина ПКЯ изменяется случайным образом и, следовательно, энергия размерного квантования  $E_n$ , определяемая шириной квантовой системы, флуктуирует. Именно по этой причине энергию взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью можно записать следующим образом (1):

$$W_n = \frac{\partial E_n}{\partial a} \Delta(x, y) \equiv -\frac{1}{a} [E_n + 2\Delta_c] \Delta(x, y) = V_n \Delta(x, y). \quad (18)$$

Здесь  $\Delta(x, y)$  – случайная величина, автокорреляционная функция которой определяется: в случае гауссовой флуктуации поверхности – выражением (4), в случае  $\delta$ -образной флуктуации поверхности – выражением (5).

Необходимо заметить, что в энергии (15) слагаемое, отвечающее за взаимодействие носителя с поперечным электрическим полем, зависит от энергии размерного квантования (17), которая непосредственно связана с шириной размерно-ограниченной системы, что приводит к дополнительному слагаемому  $2\Delta_c/a$  в энергии взаимодействия носителя с шероховатой поверхностью (15). Такая зависимость механизма рассеяния от величины электрического поля представляется довольно интересной, поскольку другие механизмы рассеяния (на акустических фононах, на примесях) не зависят от величины поперечного электрического поля.

В случае  $\delta$ -образной флуктуации поверхности получаем

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{\gamma_0 m_e (\hbar\omega)^2}{\hbar^3 a^2} \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) + N_c \right]^2, \quad N_c = \frac{2\Delta_c}{\hbar\omega}. \quad (19)$$

В отсутствие электрического поля ( $N_c = 0$ ) из (19) получаются результаты (11).

При расчете времени релаксации в случае гауссовой флуктуации поверхности, когда

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Lambda^{-2} \gg (3/2)k_0T,$$

что выполняется в широкой области температур,  $1/\tau_\alpha$  описывается соотношением (19), в котором нужно  $\gamma_0$  заменить на  $(\pi\Delta^2\Lambda^2)$ . Заметим, что  $\tau_\alpha$  (для любого типа флуктуации) в точности равно транспортному времени релаксации, используемому при решении кинетического уравнения Больцмана. Как следует из (19), время релаксации определяется только номером подзоны проводимости, в которой происходит рассеяние.

Согласно классической теории явления переноса в конденсированных средах, использующей решение кинетического уравнения Больцмана, кинетические коэффициенты определяются транспортным временем релаксации, которое имеет вид:

$$\frac{1}{\tau_\alpha^{tr}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\beta} W_{\alpha\beta} (1 - \cos\theta) \delta(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta), \quad (20)$$

где  $\theta$  – угол между волновыми векторами  $k_x$  и  $k'_x$ , характеризующими движение электронов до и после процессов рассеяния.

Для случая рассеяния носителей на гауссовой флуктуации

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau^{tr}} &= \frac{\Delta_0^2 \Lambda_0}{\hbar^3} |V_n|^2 \frac{m_e}{2} \int_0^{2\pi} d\theta (1 - \cos\theta) e^{-\frac{k_\perp^2 \Lambda_0^2}{2}(1 - \cos\theta)} = \\ &= \frac{\pi m_e}{\hbar^3} (\Delta_0 \Lambda_0 V_n)^2 e^{-\frac{k_\perp^2 \Lambda_0^2}{2}} \left[ I_0 \left( \frac{k_\perp^2 \Lambda_0^2}{2} \right) - I_1 \left( \frac{k_\perp^2 \Lambda_0^2}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Заметим, что при  $k_\perp^2 \Lambda_0^2 \ll 1$  (21) совпадает с временем релаксации (9).

Обратим внимание, что времена релаксации для размерно-ограниченных систем (квантовых ям, нанопроволок), определяемые рассеянием носителей на шероховатой поверхности, для  $\delta$ -образной флуктуации в точности совпадают с транспортным временем релаксации. С ростом температуры и увеличением размеров наноструктуры (ширины квантовой ямы, радиуса нанопроволоки) на кинетические явления в исследуемых квантовых системах начинают влиять процессы рассеяния носителей на колебаниях кристаллической решетки. Из (19) следует, что с уменьшением размеров наноструктуры время релаксации существенно уменьшается ( $\tau_\alpha \sim R^4$ ). Это позволяет экспериментально выделять рассматриваемый механизм рассеяния среди других конкурирующих механизмов рассеяния при исследовании явлений переноса. Поперечное электрическое поле прижимает электроны к поверхности исследуемой наноструктуры, поэтому вероятность рассеяния носителей на шероховатой поверхности увеличивается. Именно по этой причине время релаксации уменьшается, что влияет на кинетические коэффициенты (электропроводность, термоэдс) квантовых ям.

### Цитированная литература

1. Sakaki H., Noda T., Hirakawa K. et al. Interface roughness scattering in GaAs/AlAs quantum wells // Appl. Phys. Lett. – 1987. – Vol. 51, № 23. – P. 1934.
2. Frank Stern. Calculated Temperature Dependence of Mobility in Silicon Inversion Layers // Phys. Rev. Lett. – 1980. – Vol. 44(22). – P. 1469.
3. Gurioli M., Vinattieri A., Colocci M. et al. Optical investigation of interface roughness and defect incorporation in GaAs/AlGaAs quantum wells grown with and without growth interruption // Appl. Phys. Lett. – 1991. – Vol. 59(17). – P. 2150–2152.

4. Shchurova L., Kulbachinskii V. The thermodynamic, transport and magnetotransport properties of Mn -doped GaAs / InGaAs / GaAs quantum well with ferromagnetism // International Journal of Modern Physics B. – 2009. – Vol. 23, № 17. – P. 3596–3601.

5. Sinyavskii E.P., Sokovnich S.M., Pasechnik F.I. Energy of the Bound State in a Parabolic Quantum Well in Magnetic and Electric Fields // Physica status solidi (b). – 1998. – Vol. 209, № 1. – P. 55–62.

6. Синявский Э.П., Канаровский Е.Ю. Влияние постоянного электрического поля на оптические свойства параболических квантовых ям // ФТТ. – 1995. – Т. 37, № 9. – С. 2639–2645.

7. Vurgafhman I., Meyer. J.R. TE-and TM-polarized roughness-assisted free-carrier absorption in quantum wells at midinfrared and terahertz wavelengths // Phys. Rev. – 1999. – В 60(20). – P. 14294–14301.

УДК 538.975, 538.958

## МОДЕЛИ ОПИСАНИЯ РАССЕЯНИЯ НОСИТЕЛЕЙ НА ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОКАХ

*Э.П. Синявский, С.А. Карапetyан, Н.С. Костюкевич*

*Теоретически исследованы различные модели процессов взаимодействия носителей заряда с шероховатой поверхностью в нанопроволоках. Получены аналитические выражения для времени релаксации носителей в квантовых проволоках при различных условиях. Представлены графики зависимостей параметров взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью от значений электрического поля.*

**Ключевые слова:** квантовая проволока, шероховатая поверхность, электрическое поле.

## DESCRIPTION MODELS OF CARRIER SCATTERING ON A ROUGH SURFACE IN QUANTUM WIRES

*E.P. Sinyavskii, S.A. Karapetyan, N.S. Kostukevich*

*The article studied various models of interaction processes of charge carriers with a rough surface in nanowires. The analytic expressions are obtained for the time of carrier relaxation in quantum wires under various conditions. The graphs of the dependences of the interaction parameters of carriers with a rough surface on the values of the electric field are presented.*

**Keywords:** quantum wire, rough surface, electric field.

### Введение

В квантовых проволоках благодаря эффектам размерного квантования шероховатая поверхность оказывает существенное воздействие на кинетические и оптические параметры. В квантовых про-

волоках может четко проявиться эффект рассеяния носителей на шероховатой поверхности [1], который полностью определяет оптические свойства [2], явления переноса в квантовых системах.

В последние годы интенсивно изучаются оптические свойства полупровод-

никовых квантовых проволок типа GaAs, CdS, InP, GaN, ZnO [3–5], поскольку в таких квантовых системах наблюдаются большие подвижности носителей, кроме того, в них очень активны процессы рассеяния заряженных частиц на шероховатой поверхности.

### Модели описания шероховатой поверхности в наноструктурах

Модель взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью строится следующим образом: из-за неровности поверхности случайным образом меняется ширина  $a$  размерно-ограниченной системы, что приводит к флуктуации энергии размерного квантования  $E_\alpha$  при движении носителя параллельно поверхности исследуемой квантовой системы.

В случае одномерного электронного газа (примером могут служить квантовые проволоки, квантовые нанотрубки) для гауссовой флуктуации поверхности автокорреляционная функция для различных точек может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \{\Delta(x)\Delta(x')\} &= \Delta_0^2 \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{\Lambda_0^2}\right] = \\ &= F_0(x-x'), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Delta(x)$  – случайная функция;  $\Delta_0, \Lambda_0$  – высота и ширина гауссовой флуктуации соответственно;  $\{\dots\}_V$  описывает усреднение по реализации случайного процесса  $\Delta(x)$ .

Для случая  $\delta$ -образной флуктуации поверхности естественно положить:

$$\{\Delta(x)\Delta(x')\} = \gamma_0 \delta(x-x') = \tilde{F}_0(x-x'), \quad (2)$$

где  $\gamma_0$  определяет квадрат амплитуды флуктуации.

Время релаксации носителей на шероховатой поверхности, определяемое квантово-механической вероятностью рассеяния в единицу времени, в низжайшем порядке теории возмущений определяется соотношениями:

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_\beta W_{\alpha\beta} \delta(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta); \quad (3)$$

$$W_{\alpha\beta} = \int dr dr_1 \Psi_\alpha^*(\mathbf{r}) \Psi_\beta^*(\mathbf{r}) V_\alpha V_\beta F \Psi_\alpha(\mathbf{r}_1) \Psi_\beta(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где  $\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1)$  – волновая функция носителей в состоянии  $\alpha$  в размерно-квантованной системе  $F$ .

Для одномерных квантовых систем (например, нанопроволоки, нанотрубки), когда носители свободно движутся вдоль оси  $Ox$  исследуемой наноструктуры, волновая функция определяется как

$$\Psi_\alpha(\mathbf{r}) = C e^{ik_x} \varphi(y, z).$$

Согласно [6] для гауссовой флуктуации поверхности

$$W_{\alpha\beta} = \frac{\sqrt{\pi} \Delta_0^2 \Lambda_0}{L_x} V_n^2 \exp\left[-\frac{(k_x - k'_x)^2 \Lambda_0^2}{4}\right] \delta_{nm}, \quad (5)$$

для  $\delta$ -образной флуктуации поверхности

$$W_{\alpha\beta} = \frac{\gamma_0}{L_x} V_n^2 \delta_{nm}. \quad (6)$$

Наличие символов Кронекера указывает на то, что процессы рассеяния носителей происходят в одной зоне. Следовательно, согласно (3) время релаксации определяется соотношением

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{L_x}{\hbar} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \int W_{nk_x, n_1 k'_x} \delta(\varepsilon_{nk_x} - \varepsilon_{n_1 k'_x}) dk'_x. \quad (7)$$

Тогда для квадратичного закона дисперсии

$$\varepsilon(k_x) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e}$$

и для гауссовой флуктуации поверхности (1) из (7) нетрудно получить:

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_e V_n^2 \Delta_0^2 \Lambda_0 \sqrt{\pi}}{\hbar^3 |k_x|} \left( 1 + \exp[-\Lambda_0^2 k_x^2] \right), \quad (8)$$

аналогично для  $\delta$ -образной флуктуации поверхности (2) время релаксации записывается в виде

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_e V_n^2}{\hbar^3 |k_x|} \gamma_0. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что время релаксации зависит от номера размерно-квантованной зоны и имеет особенности при  $k_x = 0$ , т. е. на дне зоны проводимости. Это является следствием одномерности движения носителей заряда.

Для анизотропных параболических квантовых проволок (такая модель часто применяется при расчетах кинетических коэффициентов в нанопроволоках и находит свое математическое подтверждение) радиуса  $R$  энергетический спектр зонных электронов, когда магнитное поле  $B$  направленно перпендикулярно оси нанопроволоки, а электрическое поле  $E$  параллельно  $B$ , определяется аналогично и имеет вид:

$$E_{k_x, n, m} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x^*} + \hbar\Omega_y \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_z \left( m + \frac{1}{2} \right) - \Delta_c. \quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Omega_y^2 &= \frac{m_x}{m_y} (\omega_x^c)^2 + \omega_y^2; \quad \omega_x^c = \frac{eH}{m_x c}; \\ \omega_i &= \frac{1}{R} \left[ \frac{2\Delta E_c}{m_i} \right]^{\frac{1}{2}}; \\ m_x^* &= m_x \left( \frac{\Omega_y}{\omega_y} \right)^2; \quad \Delta_c = \frac{(eER)^2}{4\Delta E_c}; \end{aligned}$$

$k_x$  – волновой вектор электрона вдоль оси квантовой проволоки;  $\hbar\omega_z, \hbar\Omega_y$  – энер-

гии размерного квантования;  $\Delta E_c$  – высота потенциальной энергии на границе наноструктуры.

С ростом напряженности электрического поля дно размерно-квантованной зоны проводимости опускается в область запрещенной зоны.

Тогда, согласно (1)

$$V_\alpha = -\frac{1}{R} \left[ \left( \frac{\omega_y \omega_x^c}{\Omega_y^2} \right)^2 \frac{m_y \hbar^2 k_x^2}{m_x m_x} + \hbar\omega_y \left( \frac{\omega_y}{\Omega_y} \right) \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_z \left( m + \frac{1}{2} \right) + 2\Delta_c \right]. \quad (11)$$

Исследование кинетических явлений производят при низких температурах, когда процессы рассеяния носителей на шероховатой поверхности наиболее активны. Но при низких температурах в процессах переноса принимают участие электроны с малыми значениями волнового вектора, поэтому зависимостью  $V_\alpha$  от волнового вектора можно пренебречь, если  $\hbar\omega_e \gg k_0 T$ . Последнее неравенство хорошо выполняется в области низких температур, когда размерно-квантованные уровни проявляются наиболее ярко. В рассматриваемых приближениях время релаксации с учетом (9), (11) для случая  $\delta$ -образной флуктуации принимает вид:

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \Gamma_\alpha \frac{1}{|k_x|}, \quad \Gamma_\alpha = \frac{2\gamma_0 m_x^* V_\alpha^2}{\hbar^3}. \quad (12)$$

Для случая гауссовой флуктуации поверхности при  $\Lambda_0 k_x < 1$  нужно  $\gamma_0$  заменить на  $\Delta_0^2 \Lambda_0 \sqrt{\pi}$ . Из (12) непосредственно следует, что с уменьшением размеров нанопроволоки время релаксации существенно уменьшается ( $\tau_\alpha \sim R^4$ ). Это обстоятельство позволяет экспериментально выделить рассматриваемый механизм рассеяния среди других конкурирующих механизмов рассеяния при исследовании явлений переноса. С ростом напряженности

магнитного поля время релаксации уменьшается, что связано с увеличением локализации зонных носителей. Поперечное электрическое поле прижимает электроны к поверхности исследуемой наноструктуры, поэтому вероятность рассеяния носителей на шероховатой поверхности увеличивается. Именно по этой причине время релаксации уменьшается, что, естественно, должно влиять на кинетические коэффициенты (электропроводность, термоэдс) исследуемой наноструктуры.

В изотропном случае, если  $\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$  (оба вектора расположены в плоскости, перпендикулярной оси квантовой проволоки), то

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{2m_e \Omega_e^2 \gamma_0}{\hbar R^2 |k_x|} \times \left[ \left( \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right) \left( n + \frac{1}{2} \right) + \left( m + \frac{1}{2} \right) + \frac{2\Delta_c}{\hbar \Omega_e} \left( \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right)^3 \right]^2. \quad (13)$$

При  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{E}$ , как показывают расчеты:

$$\frac{1}{\tau_{00}} = \frac{2m_e \Omega_e^2 \gamma_0}{\hbar R^2 |k_x|} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right) + \frac{2\Delta_c}{\hbar \omega_e} \right]^2; \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{2m_e \Omega_e^2 \gamma_0}{\hbar R^2} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega_e}{\Omega_e} \right) + \frac{2\Delta_c}{\hbar \omega_e} \right]^2.$$

Следовательно, заметная зависимость  $\tau_a$  от напряженности поперечного электрического поля проявляется при больших значениях  $E$ , а не в случае  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{E}$  (рис. 1, 2). На рис. 1. представлена зависимость  $\gamma / \gamma_{00}$  от напряженности электрического поля при разных значениях магнитного поля квантовой проволоки. Видно, что с увеличением электрического поля  $\gamma / \gamma_{00}$  растет как  $\propto E^4$ , а при больших значениях магнитного поля  $\gamma / \gamma_{00}$  растет быстрее.

На рис. 2 показана зависимость  $\gamma / \gamma_{00}$  от величины электрического поля при различных радиусах квантовой проволоки,

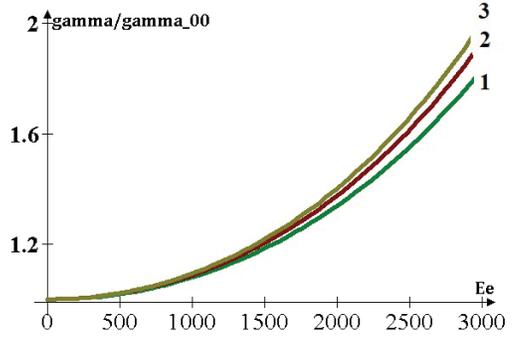


Рис. 1. Зависимость  $\gamma / \gamma_{00}$  от величины напряженности электрического поля. Кривые 1–3 получены при различных значениях напряженности магнитного поля  $\delta = 0; 0,5; 1$  соответственно

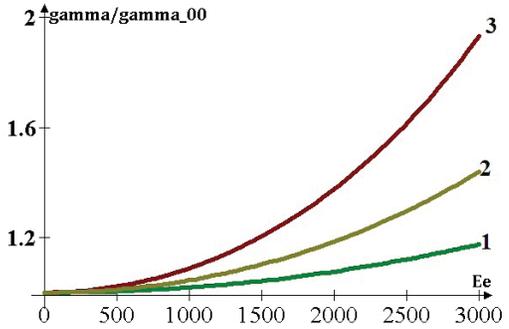


Рис. 2. Зависимость  $\gamma / \gamma_{00}$  от величины напряженности электрического поля. Кривые 1–3 получены при различных значениях радиуса квантовой проволоки  $R = 300, 400, 500 \text{ \AA}$  соответственно

откуда следует, что при больших радиусах нанопроволоки время релаксации, определяемое рассеянием на шероховатой поверхности, больше.

Заметим, что только процессы рассеяния носителей на шероховатой поверхности зависят от напряженности постоянного поперечного электрического поля. В частном случае при  $\omega_e = 0$  из (13) получается выражение для времени релаксации только в поперечном электрическом поле:

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2m_c \omega_e^2 \gamma}{\hbar R^2 |k_x|} (n + m + 1 + N_c)^2; \quad (15)$$

$$N_c = \frac{2\Delta_c}{\hbar \omega_e}.$$

Обратим внимание, что времена релаксации для размерно-ограниченных систем (квантовых ям, нанопроволок), определяемые рассеянием носителей на шероховатой поверхности, для  $\delta$ -образной флуктуации в точности совпадают с транспортным временем релаксации. С ростом температуры и увеличением размеров наноструктуры (ширины квантовой ямы, радиуса нанопроволоки) на кинетические явления в исследуемых квантовых системах начинают влиять процессы рассеяния носителей на колебаниях кристаллической решетки. В случае упругого рассеяния носителей на длинноволновых колебаниях время релаксации определяется соотношением [7, 8]:

$$\frac{1}{\tau_\alpha^{ph}} = \frac{2\pi E_1^2 k_0 T}{\pi \rho v^2} \times \int \int d\mathbf{r} |\Psi_\alpha(\mathbf{r})|^2 |\Psi_\beta(\mathbf{r})|^2 \delta(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta), \quad (16)$$

где  $E_1$  – константа деформационного потенциала для электронов;  $v$  – скорость звука в размерно-ограниченной системе плотностью  $\rho$ .

Для параболической квантовой проволоки в поперечном магнитном поле время релаксации при рассеянии носителей в нижней размерно-квантованной зоне проводимости определяется соотношением

$$\frac{1}{\tau_\alpha^{ph}} = \frac{E_1^2 m_c^2 \omega_e k_0 T}{\pi \rho v^2 \hbar^4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{|k_x|}. \quad (17)$$

Согласно (12) и (17), как показывают расчеты, влиянием рассеяния носителей заряда на длинноволновых акустических колебаниях можно пренебречь, если

$$T \left[ \frac{R \cdot 10^{-2}}{\gamma_0^{\frac{1}{3}}} \right] \ll 1. \quad (18)$$

При записи (18) учитывались типичные для полупроводниковых квантовых проволок параметры  $E_1 = 10$  эВ,  $v = 1,5 \cdot 10^5$  см/с,  $m_e = 0,06m_0$ ,  $\rho = 5,4$  г/см<sup>3</sup>. Следовательно, при  $T = 4$  К,  $\gamma_0^{1/3} \cong 12$  Å можно пренебрегать взаимодействием электронов с колебаниями кристаллической решетки, если  $R \ll 10^3$  Å.

## Основные выводы

Исследованы модели описания взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью для квантовых проволок. Получены выражения для времен релаксации носителей в квантовых проволоках в присутствии внешних магнитного и электрического полей. Графически показаны зависимости параметров взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью от величины внешнего электрического поля при различных значениях радиусов квантовых проволок и различных значениях магнитных полей.

## Цитированная литература

1. Sakaki H., Noda T., Hirakawa K. et al. Interface roughness scattering in GaAs/AlAs quantum wells // Appl. Phys. Lett. – 1987. – Vol. 51, № 23. – P. 1934–1936.
2. Sinyavskii E.P., Kostyukevich N.S. Features of absorption of a weak electromagnetic wave in nanowires // Opt. Spectrosc. – 2013. – Vol. 114, № 2. – P. 205–210.
3. Agarwal R., Lieber C.M. Semiconductor nanowires: optics and optoelectronics // Appl. Phys. A. Springer-Verlag. – 2006. – Vol. 85, № 3. – P. 209–215.

4. Pozdnyakov D., Galenchik V., Borzdov A. Electron Scattering in Thin GaAsQuantum Wires // Phys. Low-Dim. Struct. – 2006. – Vol. 2. – P. 87–90.

5. Coulomb interaction and transient charging of excited states in open nanosystems / V. Moldoveanu [et al.] // Physical Review B. – 2010. – Apr. – Vol. 81, № 15. – P. 155442.

6. Гейлер В.А., Маргулис В. Проводимость квантовой проволоки в параллельном

магнитном поле // ФТП. – 1999. – Т. 113, № 9. – С. 1141–1143.

7. Синявский Э.П., Костюкевич Н.С. Особенности поглощения слабой электромагнитной волны в нанопроволоках // Оптика и спектроскопия. – 2013. – Т. 114, № 2. – С. 225–231.

8. Синявский Э.П., Соловенко В.Г. Особенности термоэдс в квантовых проволоках  $\text{Bi}$  в поперечных магнитном и электрическом полях // ФТТ. – 2014. – Т. 56, № 11. – С. 2197–2200.

УДК 53.044

## ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОЛЯРИТОНОВ В МИКРОРЕЗОНАТОРЕ

О.Ф. Васильева, А.П. Зинган, В.В. Васильев, П.И. Хаджи

*Изучена динамика поляритонов в микрорезонаторе в режиме параметрического осциллятора, когда два поляритона накачки превращаются в поляритоны сигнальной и холостой мод и обратно. При этом накачка осуществляется двумя лазерами с близкими частотами.*

**Ключевые слова:** поляритоны накачки, поляритоны сигнальной и холостой мод, временная эволюция.

## PECULIARITIES OF DYNAMICS OF PARAMETRIC OSCILLATIONS OF POLARITONS IN MICRORESONATOR

O.F. Vasilieva, A.P. Zingan, V.V. Vasiliev, P.I. Khadzhi

*The article studies the dynamics of polaritons in microresonator in the regime of a parametric oscillator, when two pump polariton are converted into polaritons of the signal and idle modes and back. The pumping is carried out by two lasers with close frequencies.*

**Keywords:** pump polaritons, polaritons of the signal and idle modes, time evolution.

### Введение

Смешанные экситон-фотонные состояния в плоских полупроводниковых микрорезонаторах с квантовыми ямами в активном слое представляют собой новый класс квазидвумерных квазичастиц с уникальными свойствами [1–13]. Такие состояния называются микрорезонаторными экситон-поляритонами. Они возникают благодаря сильной связи экситонов с собственными модами электромагнитного

излучения микрорезонатора. В условиях сильной связи экситонная и фотонная моды расталкиваются и появляются верхняя и нижняя микрорезонаторные поляритонные моды. Экситонная компонента поляритона отвечает за эффективное поляритон-поляритонное взаимодействие, благодаря чему поляритоны могут рассеиваться друг на друге, а фотонная компонента обуславливает малую эффективную массу поляритона. Непараболичность нижней поляритонной ветви допускает возникно-

вление параметрического процесса, в результате которого два поляритона накачки рассеиваются в сигнальную и холостую моды с сохранением энергии и импульса.

При использовании *pump-probe*-метода в [8, 9] впервые наблюдалось параметрическое усиление в микрорезонаторе при возбуждении нижней поляритонной ветви пикосекундным импульсом накачки под углом падения  $16,5^\circ$ .

После возбуждения (с небольшой задержкой) нижней поляритонной ветви дополнительно слабым пробным импульсом, падавшим нормально, обнаружилось, что данный импульс в отражении усиливался более чем в 70 раз. При этом появлялась холостая мода под углом  $35^\circ$ . Именно для таких углов выполнялись резонансные условия.

Результаты экспериментов [8, 9] воспроизводились также в [14] и моделировались в [7] с применением механизма поляритон-поляритонного рассеяния. Аналогичные процессы наблюдались в [15] при использовании двух пучков накачки под углами  $\pm 45^\circ$  и пробного пучка под углом  $0^\circ$ . Режим параметрического осциллятора изучался в [9, 16] при непрерывном возбуждении нижней поляритонной ветви излучением накачки под «магическим» углом  $16^\circ$  без пробного импульса. Выше пороговой интенсивности наблюдались сильные пучки сигнальной и холостой мод под углами  $0^\circ$  и  $35^\circ$  соответственно. В [17] обнаружена сильная и необычная зависимость поляризации света, излучаемого микрорезонатором, от поляризации накачки. Эта зависимость интерпретируется с использованием псевдоспиновой модели в рамках квазиклассического формализма, где параметрическое рассеяние описывается как резонансное четырехволновое смещение. В [18–20] наблюдалось бистабильное пропускание излучения в зависимости от интенсивности накачки при возбуждении экситон-поляритонов в микрорезонаторе.

## 1. Постановка задачи. Основные уравнения

Цель данной работы – изучить изменение во времени плотности поляритонов при накачке нижней ветви в двух близких по энергии точках закона дисперсии. В [21–23] при исследовании свойств оптического параметрического осциллятора использовались два одинаковых фотона накачки на нижней ветви поляритонного закона дисперсии. Однако в [24, 25] было показано, что два различных пучка накачки можно конвертировать в два вырожденных на частоте фотонов сигнальной и холостой мод. Наличие двух различных пучков накачки дает большие возможности для генерации сигнального и холостого пучков с наперед заданными свойствами. Поэтому далее мы будем считать, что оба пучка накачки различаются по амплитуде (интенсивности), однако энергии фотонов различаются слабо.

Рассматриваем ситуацию на временах порядка либо меньших времени релаксации возбуждений среды. Мы считаем, что с помощью ультракоротких импульсов резонансного лазерного излучения в микрорезонаторе создается система когерентных экситон-поляритонов. Микрорезонатор обеспечивает пространственное ограничение области существования поляритонов, которые взаимно превращаются друг в друга. Квантовая яма, в которой возникают поляритоны, вставляется в брэгговскую структуру, характеризующуюся определенным пропусканием, отражением и потерями [8, 9, 12, 26, 27]. Особенности эволюции системы будут проявляться в генерации вторичных субимпульсов либо периодического излучения на частотах экситон-поляритонов.

Далее рассмотрим ситуацию, когда поляритоны возбуждаются на нижней ветви закона дисперсии под «магическим» углом (рис. 1). Процесс параметрическо-

го рассеяния двух поляритонов накачки в сигнальную и холостую моды описывается гамильтонианом вида:

$$\frac{1}{\hbar} H = \omega_{p_1} \hat{a}_{p_1}^+ \hat{a}_{p_1} + \omega_{p_2} \hat{a}_{p_2}^+ \hat{a}_{p_2} + \omega_s \hat{a}_s^+ \hat{a}_s + \omega_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i + \mu \left( \hat{a}_s^+ \hat{a}_i^+ \hat{a}_{p_1} \hat{a}_{p_2} + \hat{a}_{p_1}^+ \hat{a}_{p_2}^+ \hat{a}_s \hat{a}_i \right), \quad (1)$$

где  $\omega_{p_1}, \omega_{p_2}, \omega_s$  и  $\omega_i$  – собственные частоты поляритонов накачки, сигнальной и холостой мод соответственно;  $\hat{a}_{p_1}, \hat{a}_{p_2}, \hat{a}_s, \hat{a}_i$  – операторы уничтожения поляритонов;  $\mu$  – константа параметрической поляритон-поляритонной конверсии.

Используя (1), легко получить систему гайзенберговских уравнений для операторов  $\hat{a}_{p_1}, \hat{a}_{p_2}, \hat{a}_s, \hat{a}_i$ . Усредняя эту систему уравнений и используя приближение среднего поля (mean field approximation), применимость которого обоснована в [28], в условиях точного резонанса ( $\omega_{p_1} + \omega_{p_2} - \omega_s - \omega_i = 0$ ) для комплексных амплитуд поляритонов  $a_{p_1} = \langle \hat{a}_{p_1} \rangle, a_{p_2} = \langle \hat{a}_{p_2} \rangle, a_s = \langle \hat{a}_s \rangle$  и  $a_i = \langle \hat{a}_i \rangle$  можно получить следующую систему нелинейных эволюционных уравнений:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_{p_1} &= \mu a_{p_2}^* a_s a_i, & i\dot{a}_{p_2} &= \mu a_{p_1}^* a_s a_i, \\ i\dot{a}_s &= \mu a_{p_1} a_{p_2} a_i^*, & i\dot{a}_i &= \mu a_{p_1} a_{p_2} a_s^*. \end{aligned} \quad (2)$$

Решения уравнений (2) ищем в виде:

$$\begin{aligned} a_{p_1} &= A_{p_1} \exp(i\varphi_{p_1}), & a_{p_2} &= A_{p_2} \exp(i\varphi_{p_2}), \\ a_s &= A_s \exp(i\varphi_s), & a_i &= A_i \exp(i\varphi_i), \end{aligned}$$

где  $A_{p_1}, A_{p_2}, A_s, A_i$  и  $\varphi_{p_1}, \varphi_{p_2}, \varphi_s, \varphi_i$  – действительные амплитуды и фазы соответствующих поляритонных состояний.

В результате для амплитуд и разности фаз  $\theta = \varphi_{p_1} + \varphi_{p_2} - \varphi_s - \varphi_i$  мы получаем систему нелинейных эволюционных уравнений:

$$\dot{A}_{p_1} = -\mu A_{p_2} A_s A_i \sin \theta, \quad \dot{A}_{p_2} = -\mu A_{p_1} A_s A_i \sin \theta,$$

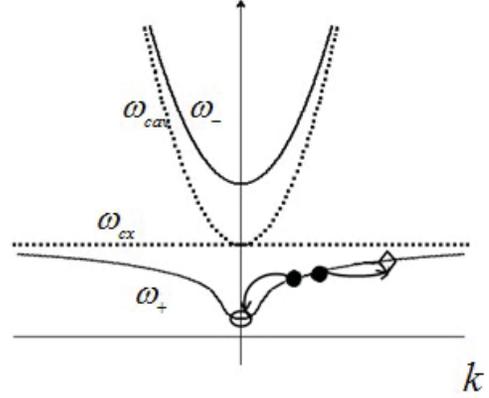


Рис. 1. Энергии поляритонов верхней и нижней ветвей ( $\omega_{\pm}$ ). Дисперсия собственных частот микрорезонатора  $\omega_{cav}$  и экситона  $\omega_{ex}$ . Два поляритона накачки рассеиваются в сигнальную и холостую моды

$$\begin{aligned} \dot{A}_s &= \mu A_{p_1} A_{p_2} A_i \sin \theta, & \dot{A}_i &= \mu A_{p_1} A_{p_2} A_s \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \mu \left( \frac{A_{p_1} A_{p_2} A_i}{A_s} + \frac{A_{p_1} A_{p_2} A_s}{A_i} - \frac{A_{p_1} A_s A_i}{A_{p_2}} - \frac{A_{p_2} A_s A_i}{A_{p_1}} \right) \cos \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Систему уравнений (3) дополним начальными условиями:  $A_{p_1}|_{t=0} = A_{p_1 0}, A_{p_2}|_{t=0} = A_{p_2 0}, A_s|_{t=0} = A_{s 0}, A_i|_{t=0} = A_{i 0}$  и  $\theta|_{t=0} = \theta_0$ .

Из (3) легко получить следующие интегралы движения:

$$\begin{aligned} A_{p_1}^2 - A_{p_2}^2 &= A_{p_1 0}^2 - A_{p_2 0}^2, & A_s^2 - A_i^2 &= A_{s 0}^2 - A_{i 0}^2, \\ A_{p_1}^2 + A_s^2 &= A_{p_1 0}^2 + A_{s 0}^2, & A_{p_2}^2 + A_i^2 &= A_{p_2 0}^2 + A_{i 0}^2, \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{A_{p_1 0} A_{p_2 0} A_{s 0} A_{i 0}}{A_{p_1} A_{p_2} A_s A_i} \cos \theta_0. \quad (4)$$

Вводя далее плотности поляритонов  $N_{p_1} = A_{p_1}^2, N_{p_2} = A_{p_2}^2, N_s = A_s^2, N_i = A_i^2$  и используя полученные интегралы движения, систему уравнений (3) можно привести к одному нелинейному дифференциальному уравнению, описывающему

временную эволюцию плотности поляритонов накачки  $N_{p_1}$ :

$$\dot{N}_{p_1}^2 + W(N_{p_1}) = E_0, \quad (5)$$

где

$$W(N_{p_1}) = -N_{p_1} (N_{p_0_2} - N_{p_0_1} + N_{p_1}) (N_{s_0} + N_{p_0_1} - N_{p_1}) (N_{i_0} + N_{p_0_1} - N_{p_1}), \quad (6)$$

$$E_0 = N_{p_0_1} N_{p_0_2} N_{s_0} N_{i_0} \cos^2 \theta_0. \quad (7)$$

Здесь  $\dot{N}_{p_1}^2$  играет роль кинетической энергии,  $W(N_{p_1})$  – потенциальной, а  $E_0$  – полной энергии нелинейного осциллятора.

Значения корней уравнения  $W(N_{p_1}) = E_0$  определяются начальными условиями. Поэтому необходимо исследовать временную эволюцию системы при различных соотношениях между параметрами  $N_{p_0_1}$ ,  $N_{p_0_2}$ ,  $N_{s_0}$ ,  $N_{i_0}$  и  $\theta_0$ .

Рассмотрим эволюцию системы в случае, когда в начальный момент времени  $N_{p_0_1} > N_{p_0_2}$  и определенности ради  $N_{s_0} > N_{i_0}$ . Тогда решение уравнения (5) получим в виде:

$$N_{p_1} = \left( (N_{p_0_1} - N_{p_0_2})(N_{p_0_1} + N_{i_0}) \right) \times \left( N_{p_0_1} - N_{p_0_2} - (N_{p_0_2} + N_{i_0}) \times \operatorname{sn}^2 \left( \pm \sqrt{(N_{p_0_2} + N_{s_0})(N_{p_0_1} + N_{i_0})} \mu t + F(\varphi_0, k) \right) \right)^{-1}, \quad (8)$$

где  $\operatorname{sn}(x)$  – эллиптическая функция Якоби;  $F(\varphi_0, k)$  – неполный эллиптический интеграл первого рода с модулем  $k$  и параметром  $\varphi_0$  [29, 30]. Величины  $k$  и  $\varphi_0$  выражаются формулами:

$$k^2 = \frac{(N_{p_0_1} + N_{s_0})(N_{p_0_2} + N_{i_0})}{(N_{p_0_2} + N_{s_0})(N_{p_0_1} + N_{i_0})}, \quad \varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{(N_{p_0_1} + N_{i_0})N_{p_0_2}}{(N_{p_0_2} + N_{i_0})N_{p_0_1}}}. \quad (9)$$

Из (8) легко получить период  $T$  колебаний плотности поляритонов накачки

$$T = \frac{2K(k)}{\mu \sqrt{(N_{p_0_2} + N_{s_0})(N_{p_0_1} + N_{i_0})}}, \quad (10)$$

где  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл [29, 30].

В данном случае эволюция системы представляет собой периодическое превращение поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод и обратно (рис. 2). За период плотность поляритонов меньшей из накачек полностью истощается, преобразуясь в поляритоны сигнальной и холостой мод.

Если положить  $N_{p_0_1} = N_{p_0_2}$ , то решение уравнения (5) получается в виде:

$$N_{p_1} = (4ab) \left( C \exp(\pm 2\mu \sqrt{abt}) + 2(a+b) + \frac{(a-b)^2}{C} \exp(\mp 2\mu \sqrt{abt}) \right)^{-1}, \quad (11)$$

где  $a = N_{p_0_1} + N_{s_0}$ ,  $b = N_{p_0_1} + N_{i_0}$ ,

$$C = \frac{\left( \sqrt{N_{i_0}(N_{p_0_1} + N_{s_0}) + N_{s_0}(N_{p_0_1} + N_{i_0})} \right)}{N_{p_0_1}},$$

которое при  $N_{s_0} = N_{i_0}$  приводится к виду

$$N_{p_1} = \frac{N_{p_0_1} (N_{p_0_1} + N_{s_0}) \exp(\pm 2\mu (N_{p_0_1} + N_{s_0}))}{N_{s_0} + N_{p_0_1} \exp(\pm 2\mu (N_{p_0_1} + N_{s_0}))}. \quad (12)$$

На рис. 3 представлена временная эволюция поляритонов накачки в зависимости от нормированной начальной плотности поляритонов накачки. Видно, что в случае решения со знаком (+) все поляритоны накачки  $N_{p_1}$  превращаются в поляритоны сигнальной и холостой мод, чем эволюция и завершается. Что касается решения со знаком (-), то вначале плотность поляритонов накачки  $N_{p_1}$  увеличивается,

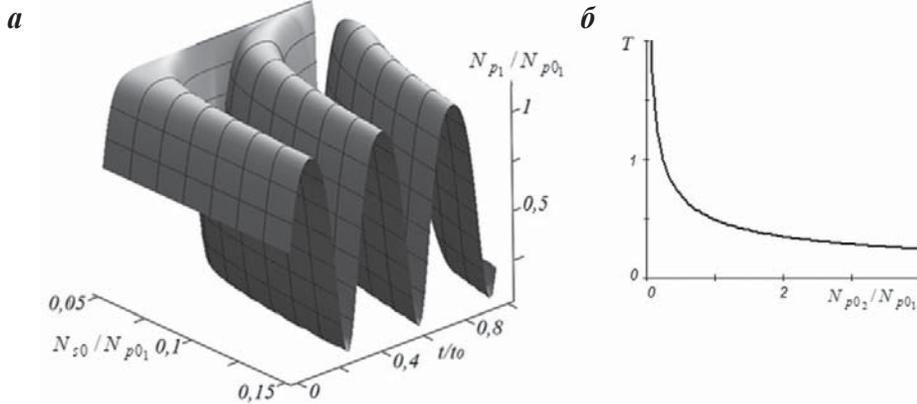


Рис. 2. а – Временная эволюция нормированной плотности поляритонов накачки  $N_{p_1} / N_{p_{0_1}}$  в зависимости от отношения начальных концентраций  $N_{s_0} / N_{p_{0_1}}$ , при  $N_{p_{0_2}} / N_{p_{0_1}} = 1,2$ ,  $N_{i_0} / N_{p_{0_1}} = 0,05$ ,  $t_0 = \frac{\mu t}{N_{p_{0_1}}}$ ; б – период колебаний  $T$  в зависимости от отношения начальных концентраций  $N_{p_{0_2}} / N_{p_{0_1}}$

достигая своего максимального значения  $N_{p_{0_1}} + N_{i_0}$ , а затем монотонно уменьшается. На больших временах оба решения ведут себя одинаково. Таким образом, в данном случае мы получаем аperiodический режим эволюции, сводящийся к тому, что все поляритоны накачки превращаются в поляритоны сигнальной и холостой мод. Скорость изменения плотности поляритонов определяется их начальной концентрацией.

Итак, при накачке поляритонной ветви в двух близких точках возможен периодический процесс превращения пары поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод. Амплитуда и период колебаний плотности поляритонов определяются начальными условиями. Необходимо отметить, что при накачке нижней поляритонной ветви в одной точке закона дисперсии в условиях точного резонанса при начальной разности фаз, равной  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ , наблюдался только аperiodический режим эволюции превращения пары поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод [21–23].

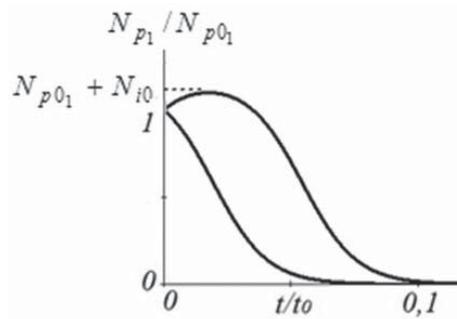


Рис. 3. Временная эволюция нормированной плотности поляритонов накачки  $N_{p_1} / N_{p_{0_1}}$  при  $N_{i_0} / N_{p_{0_1}} = 0,1$ ,  $N_{s_0} / N_{p_{0_1}} = 0,25$ ,  $t_0 = \frac{\mu t}{N_{p_{0_2}}}$

### Цитированная литература

1. Kavokin A.V., Malpuech G. Thin Films and Nanostructures. Cavity polaritons / edited by V.M. Agranovich and D. Taylor. – Amsterdam, 2003.
2. Deng H., Haug H., Yamamoto Y. // Rev. Mod. Phys. **82**, 1489 (2010).
3. Kavokin A. // Appl. Phys. A **89**, 241 (2007).
4. Glazov M.M., Kavokin K.V. // Phys. Rev. **B 73**, 245317 (2006).

5. Shelykh I.A., Johne R., Solnyshkov D.D. et al. // Phys. Rev. B **76**, 155308 (2007).
6. Whittaker D.M. // Phys. Rev. B **63**, 193305 (2001).
7. Ciuti C., Schwendimann P., Deveaud B. et al. // Phys. Rev. B **62**, R 4825 (2000).
8. Savvidis P.G., Baumberg J.J., Stevenson R.M. et al. // Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
9. Baumberg J.J., Savvidis P.G., Stevenson R.M. et al. // Phys. Rev. B **62**, R 16247 (2000).
10. Ciuti C. // Phys. Rev. B **69**, 245304 (2004).
11. Schwendimann P., Ciuti C., Quattropani A. // Phys. Rev. B **68**, 165324 (2003).
12. Savvidis P.G., Baumberg J.J., Porras D. et al. // Phys. Rev. B **65**, 073309 (2002).
13. Shelykh I.A., Kavokin A.V., Malpuech G. // Phys. Status Solidi. B **242**, 2271 (2005).
14. Saba M., Ciuti C., Bloch J. et al. // Nature. **414**, 731 (2001).
15. Huang R., Tassone F., Yamamoto Y. // Phys. Rev. B **61**, R 7854 (2000).
16. Stevenson R.M., Astratov V.N., Skolnick M.S. et al. // Phys. Rev. Lett. **85**, 3680 (2000).
17. Kavokin A., Lagoudakis P.G., Malpuech G. et al. // Phys. Rev. B **67**, 195321 (2003).
18. Baas A., Karr J-Ph., Romanelli M. et al. // Phys. Rev. B **70**, 161307 (R) (2004).
19. Baas A., Karr J-Ph., Eleuch H. et al. // Phys. Rev. A **69**, 023819 (2004).
20. Krzhizhanovski D.N., Gavrilov S.S., Love A.P.D. et al. // Phys. Rev. B **77**, 115336 (2008).
21. Хаджи П.И., Васильева О.Ф. // Оптика и спектроскопия. **111**, 831 (2011); ФТТ. **53**, 1216 (2011).
22. Васильева О.Ф., Хаджи П.И. // Оптика и спектроскопия. **115**, 922 (2013).
23. Khadzhi P.I., Vasilieva O.F. // Journal of Nanophotonics. **6**, 061805 (2012); Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics. **9**, 1 (2014).
24. Mc Konstrie C.J., Radic S., Raymer M.G. // Opt. Express. **12**, 5037 (2004).
25. Okawachi Y., Yu M., Luke K. et al. // Opt. Lett. **40**, 5267 (2015).
26. Tartakovskii A.I., Krzhizhanovskii D.N., Malpuech G. et al. // Phys. Rev. B **67**, 165302 (2003).
27. Tartakovskii A.I., Krzhizhanovskii D.N., Kurysh D.A. et al. // Phys. Rev. B **65**, 081308 (R) (2002).
28. Пятаевский Л.П. // УФН. **168**, 641 (1998).
29. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., ГИФМЛ, 1963.
30. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1971.

УДК 537.31+537.612/613

## ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Р.А. Хамидуллин, Е.И. Брусенская*

*Исследованы состояния носителей заряда в квантовых проволоках, находящихся во внешнем постоянном магнитном поле, с учетом возможной анизотропии свойств материала наносистемы. Изучено влияние магнитного поля на электропроводность в квантовых проволоках при учете рассеяния носителей заряда на длинноволновых акустических колебаниях кристаллической решетки.*

**Ключевые слова:** квантовая проволока, анизотропия, электропроводность, магнитное поле.

## EXPLORATION OF ANISOTROPIC QUANTUM WIRES IN MAGNETIC FIELD

R.A. Khamidullin, E.I. Brusenskaia

The article investigates the states of charge carriers in the quantum wire in external static magnetic field, taking into account possible anisotropy of material properties of quantum wire. The authors studied the influence of magnetic field on the conductivity of quantum wire subject to scattering of charge carriers on long-wave acoustical oscillation of crystal lattice.

**Keywords:** quantum wire, anisotropy, conductivity, magnetic field.

В настоящее время большое внимание уделяется исследованию физических свойств наносистем, что обусловлено потребностями бурно развивающейся электроники. В наносистемах возможно возникновение новых, не наблюдаемых в массивных образцах эффектов, связанных с проявлением квантования в оптических и кинетических свойствах и др. [1–7].

Рассмотрим полупроводниковую квантовую проволоку (КП) с параболическим ограничивающим потенциалом [3] (ось  $Ox$  вдоль оси КП):

$$U(y, z) = \frac{m_2 \omega_2^2 y^2}{2} + \frac{m_3 \omega_3^2 z^2}{2}. \quad (1)$$

Здесь учтена анизотропия вещества КП в приближении эффективной массы, тензор обратных эффективных масс электронов считаем диагональным:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \end{pmatrix}.$$

Приближение (1) часто используется в расчетах в силу простоты и удобства [3].

Уравнение Шредингера для электронов примет вид:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m_3} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{2} m_2 \omega_2^2 y^2 + \frac{1}{2} m_3 \omega_3^2 z^2 \right\} \psi = E \psi. \quad (2)$$

Уравнение (2), очевидно, описывает свободное движение носителей вдоль оси  $Ox$  и гармонические колебания вдоль осей  $Oy$  и  $Oz$ . Его решением будут волновые функции электронов [8]:

$$\begin{aligned} \Psi_{k_x n_2 n_3}(x, y, z) &= \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L}} \left( \frac{\lambda_2}{\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^{n_2} n_2!}} \times \\ &\times H_{n_2} \left( y \sqrt{\lambda_2} \right) e^{-\frac{\lambda_2}{2} y^2} \left( \frac{\lambda_3}{\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^{n_3} n_3!}} \times \\ &\times H_{n_3} \left( z \sqrt{\lambda_3} \right) e^{-\frac{\lambda_3}{2} z^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\lambda_2 = \frac{m_2 \omega_2}{\hbar}$ ;  $\lambda_3 = \frac{m_3 \omega_3}{\hbar}$ ;  $L$  – длина КП;  $H_n(\xi)$  – полином Эрмита.

Собственные значения энергии электронов равны:

$$\begin{aligned} E_{k_x n_2 n_3} &= \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_1} + \hbar \omega_2 \left( n_2 + \frac{1}{2} \right) + \hbar \omega_3 \left( n_3 + \frac{1}{2} \right), \\ &(n_2, n_3 = 0, 1, 2, \dots). \end{aligned} \quad (4)$$

Аналогичные соотношения можно получить для дырок, заменив электронные характеристики на дырочные (с символом  $\hbar$ ).

Как следует из (4), энергетическая структура полупроводниковой КП имеет вид системы парабол, а ширина запрещенной зоны равна:

$$\tilde{E}_g = E_g + \frac{\hbar}{2} (\omega_2 + \omega_3 + \omega_{2h} + \omega_{3h}),$$

где  $E_g$  – ширина запрещенной зоны кристалла.

Рассмотрим также КП в продольном магнитном поле  $\mathbf{H}(H, 0, 0)$ .

Выбирая калибровку вектора-потенциала  $\mathbf{A}\left(0, -\frac{H}{2}z, \frac{H}{2}y\right)$ , запишем уравнение Шредингера для электронов в виде:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2m_2} \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} - \frac{e}{2c} Hz \right)^2 + \frac{1}{2m_3} \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} + \frac{e}{2c} Hy \right)^2 + \frac{m_2 \omega_2^2 y^2}{2} + \frac{m_3 \omega_3^2 z^2}{2} \right\} \psi = E\psi. \quad (5)$$

Вводя циклотронную массу

$$m = \sqrt{m_2 m_3} \quad (6)$$

и переходя к новым переменным

$$\xi = y \sqrt{\frac{m_2}{m}} = y^4 \sqrt{\frac{m_2}{m_3}} = y \sqrt{\frac{m}{m_3}}$$

$$\text{и } \eta = z \sqrt{\frac{m_3}{m}} = z^4 \sqrt{\frac{m_3}{m_2}} = z \sqrt{\frac{m}{m_2}},$$

$$\hat{P}_\xi = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \hat{P}_\eta = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \eta},$$

преобразуем (5) к виду

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2m} \left( \hat{P}_\xi + \frac{e}{c} A_\xi \right)^2 + \frac{1}{2m} \left( \hat{P}_\eta + \frac{e}{c} A_\eta \right)^2 + \frac{m\omega_2^2}{2} \xi^2 + \frac{m\omega_3^2}{2} \eta^2 \right\} \psi = E\psi. \quad (7)$$

Уравнение (7) является уравнением Шредингера в новых координатах

$(x, \xi, \eta)$  с калибровкой вектора-потенциала

$$\mathbf{A}\left(0, -\frac{H}{2}\eta, \frac{H}{2}\xi\right).$$

В случае  $\omega_2 = \omega_3$  удобно переписать уравнение (7) в цилиндрической системе координат, так что этим случаем мы и ограничимся:

$$\begin{cases} \xi = \rho \cos \varphi, \\ \eta = \rho \sin \varphi; \end{cases}$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + i \frac{m\omega_c}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{m^2 \omega^2}{\hbar^2} \rho^2 \right] \right\} \psi = E\psi. \quad (8)$$

Здесь

$$\omega_c = \frac{eH}{mc}; \quad \omega = \sqrt{\omega_2^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}. \quad (9)$$

Как следует из (8), движение электронов вдоль оси КП свободное, в поперечном направлении происходят колебания электронов (круговой осциллятор) [8].

Решением (8) являются волновые функции

$$\begin{aligned} \Psi_{k_x, n_p, M}(x, \rho, \varphi) = & \lambda^{\frac{|M|+1}{2}} \sqrt{\frac{n_p!}{(n_p + |M|)!}} \times \\ & \times \rho^{|M|} e^{-\frac{\lambda}{2}\rho^2} L_{n_p}^{|M|}(\lambda\rho^2) \frac{e^{iM\varphi}}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L}}, \end{aligned} \quad (10)$$

собственные значения энергии электронов равны:

$$E_{k_x, n_p, M} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_1} + \hbar\omega(2n_p + |M| + 1) + \frac{\hbar\omega_c}{2} M$$

$$(n_p = 0, 1, 2, \dots, M = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (11)$$

Здесь  $\lambda = \frac{m\omega}{\hbar}$ ,  $L_n^\alpha(z)$  – полином Лагерра.

Аналогично для дырок. В результате магнитное поле модифицирует энергетический спектр носителей, раздвигая

подзоны и снимая вырождение. Ширина запрещенной зоны монотонно увеличивается с ростом магнитного поля:

$$\tilde{E}_g(H) = E_g + \hbar\omega + \hbar\omega_h;$$

$$\omega_h = \sqrt{\omega_{2h}^2 + \frac{\omega_V^2}{4}}, \quad \omega_V = \frac{eH}{m_h c}, \quad m_h = \sqrt{m_{2h} m_{3h}}.$$

Рассмотрим полупроводниковую КП в поперечном магнитном поле  $\mathbf{H}(0, H_y, H_z)$ . Уравнение Шредингера для электронов примет вид:

$$\left\{ \frac{1}{2m_1} \left( \hat{\mathbf{p}}_x + \frac{e}{c} A_x \right)^2 + \frac{1}{2m_2} \left( \hat{\mathbf{p}}_y + \frac{e}{c} A_y \right)^2 + \frac{1}{2m_3} \left( \hat{\mathbf{p}}_z + \frac{e}{c} A_z \right)^2 + U(y, z) \right\} \psi = E\psi.$$

Выбирая вектор-потенциал в калибровке  $\mathbf{A}(zH_y - yH_z, 0, 0)$ , его можно записать следующим образом:

$$\left\{ \frac{1}{2m_1} \left[ -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c} (zH_y - yH_z) \right]^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m_3} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m_2 \omega_2^2 y^2}{2} + \frac{m_3 \omega_3^2 z^2}{2} \right\} \psi = E\psi. \quad (12)$$

Поскольку движение вдоль оси  $Ox$ , очевидно, не ограничено, то, подставив в (12) волновую функцию в виде

$$\psi(x, y, z) = \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L}} Y(y, z),$$

придем к следующему уравнению:

$$\left\{ \frac{1}{2m_1} \left[ \hbar k_x + \frac{e}{c} (zH_y - yH_z) \right]^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{2m_3} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m_2 \omega_2^2 y^2}{2} + \frac{m_3 \omega_3^2 z^2}{2} \right\} Y = EY. \quad (13)$$

Сделаем замену переменных, так чтобы:

$$\begin{cases} y = a_{11}\xi + a_{12}\eta, \\ z = a_{21}\xi + a_{22}\eta. \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0;$$

$$a_{21} = a_{11} \left[ \sqrt{\left( \frac{D m_2}{2 m_3} \right)^2 + \frac{m_2}{m_3}} - \frac{D m_2}{2 m_3} \right]; \quad (15)$$

$$a_{12} = -a_{22} \left[ \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{m_3}{m_2}} - \frac{D}{2} \right]; \quad (16)$$

$$D \equiv \left[ m_3 (\omega_3^2 - \omega_2^2) + \frac{e^2}{m_1 c^2} \left( H_y^2 - H_z^2 \frac{m_3}{m_2} \right) \right] \times \frac{m_1 c^2}{e^2 H_y H_z}.$$

Вводя обозначения:

$$\frac{1}{M_2} = \frac{1}{\Delta^2} \left( \frac{a_{22}^2}{m_2} + \frac{a_{12}^2}{m_3} \right); \quad (17)$$

$$\frac{1}{M_3} = \frac{1}{\Delta^2} \left( \frac{a_{21}^2}{m_2} + \frac{a_{11}^2}{m_3} \right); \quad (18)$$

$$m_2 \omega_2^2 a_{11}^2 + m_3 \omega_3^2 a_{21}^2 + \frac{1}{m_1} \frac{e^2}{c^2} \times (H_y^2 a_{21}^2 - 2H_y H_z a_{11} a_{21} + H_z^2 a_{11}^2) \equiv M_2 \Omega_2^2; \quad (19)$$

$$m_2 \omega_2^2 a_{12}^2 + m_3 \omega_3^2 a_{22}^2 + \frac{1}{m_1} \frac{e^2}{c^2} \times (H_y^2 a_{22}^2 - 2H_y H_z a_{12} a_{22} + H_z^2 a_{12}^2) \equiv M_3 \Omega_3^2; \quad (20)$$

$$\frac{\hbar k_x}{m_1} \frac{e}{c} [a_{21} H_y - a_{11} H_z] \equiv -M_2 \Omega_2^2 \xi_0; \quad (21)$$

$$\frac{\hbar k_x}{m_1} \frac{e}{c} [a_{22} H_y - a_{12} H_z] \equiv -M_3 \Omega_3^2 \eta_0; \quad (22)$$

$$\frac{1}{M_1} = \frac{1}{m_1} \left[ \frac{m_2 \omega_2^2 a_{11}^2 + m_3 \omega_3^2 a_{21}^2}{M_2 \Omega_2^2} + \frac{m_2 \omega_2^2 a_{12}^2 + m_3 \omega_3^2 a_{22}^2}{M_3 \Omega_3^2} - 1 \right], \quad (23)$$

получаем вместо (13) уравнение, аналогичное уравнению в отсутствие поля:

$$\left\{ \left[ -\frac{\hbar^2}{2M_2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{M_2 \Omega_2^2}{2} (\xi - \xi_0)^2 \right] + \left[ -\frac{\hbar^2}{2M_3} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{M_3 \Omega_3^2}{2} (\xi - \xi_0)^2 \right] \right\} Y = \left\{ E - \frac{\hbar^2 k_x^2}{2M_1} \right\} Y. \quad (24)$$

Таким образом, в квантовой проволоке в поперечном магнитном поле собственные значения энергии электронов равны:

$$E_{k_x n_2 n_3} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2M_1} + \hbar \Omega_2 \left( n_2 + \frac{1}{2} \right) + \hbar \Omega_3 \left( n_3 + \frac{1}{2} \right) \quad (n_2, n_3 = 0, 1, 2, \dots). \quad (25)$$

И волновые функции электронов принимают вид:

$$\begin{aligned} \Psi_{k_x n_2 n_3}(x, \xi, \eta) &= \frac{e^{ik_x x}}{\sqrt{L}} \left( \frac{\Lambda_2}{\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^{n_2} n_2!}} \times \\ &\times H_{n_2} \left[ (\xi - \xi_0) \sqrt{\Lambda_2} \right] e^{-\frac{\Lambda_2 (\xi - \xi_0)^2}{2}} \left( \frac{\Lambda_3}{\pi} \right)^{1/4} \times \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2^{n_3} n_3!}} H_{n_3} \left[ (\eta - \eta_0) \sqrt{\Lambda_3} \right] e^{-\frac{\Lambda_3 (\eta - \eta_0)^2}{2}}; \quad (26) \\ \Lambda_2 &= \frac{M_2 \Omega_2}{\hbar}, \quad \Lambda_3 = \frac{M_3 \Omega_3}{\hbar}. \quad (27) \end{aligned}$$

Если выбрать коэффициенты  $a_{11}$  и  $a_{22}$  в (14) равными друг другу и так, чтобы определитель  $\Delta = 1$ , то получим

$$a_{11} = a_{22} = \left[ 1 + \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{m_3}{m_2} - \frac{D}{2}} \right]^{-1/2}, \quad (28)$$

и тогда оказывается, что

$$M_2 = m_2 \quad \text{и} \quad M_3 = m_3. \quad (29)$$

Как следует из (25) и (26), магнитное поле изменяет энергетический спектр носителей: раздвигает подзоны (при этом снимается вырождение, если оно было) и уменьшает их кривизну (продольная эффективная масса электрона как бы возрастает). Эти изменения сильно зависят от направления поля. Заменяя в (25) и (26) электронные параметры соответствующими дырочными, можно получить собственные значения энергии и волновые функции дырок (с символом  $h$ ). Ширина запрещенной зоны монотонно возрастает с увеличением поперечного магнитного поля:

$$\tilde{E}_g(H) = E_g + \frac{\hbar}{2} (\Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_{2h} + \Omega_{3h}).$$

Рассчитаем из формулы Кубо электропроводность невырожденного электронного газа в анизотропной квантовой проволоке при учете рассеяния электронов на акустических фононах [4, 7, 9]:

$$\sigma_{xx} = \frac{\beta_0 e^2}{Vm_1^2} \sum_{\alpha} \left( P_{\alpha\alpha}^{(x)} \right)^2 n_{\alpha}^{(0)} \tau_{\alpha}. \quad (30)$$

Здесь  $\beta_0 = \frac{1}{k_0 T}$ ;  $k_0$  – постоянная Больцмана;  $V$  – объем;  $\alpha = (k_x, n_2, n_3)$ ;  $P_{\alpha\alpha}^{(x)}$  – матричный элемент оператора импульса на волновых функциях электрона;  $n_{\alpha}^{(0)}$  – равновесная функция распределения электронов;  $\tau_{\alpha}$  – время релаксации.

В приближении упругого рассеяния (энергия фонона  $\hbar\omega_q = \hbar v_0 q$  мала по сравнению с энергией электрона) [4, 7]

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{\alpha}} &= \frac{2\pi E_c^2 k_0 T}{\rho_0 v_0^2 \hbar} \times \\ &\times \sum_{\gamma} \int d\mathbf{r} |\Psi_{\alpha}(\mathbf{r})|^2 |\Psi_{\gamma}(\mathbf{r})|^2 \delta(E_{\alpha} - E_{\gamma}), \quad (31) \end{aligned}$$

где  $E_c$  – деформационный потенциал в зоне проводимости;  $q$  – квазиимпульс фонона;  $\rho_0$  – плотность;  $v_0$  – скорость звука в кристалле.

Для невырожденного электронного газа КП можно считать, что все носители находятся в нижайших подзонах. В отсутствие магнитного поля для нижайшей подзоны ( $n_2 = n_3 = 0$ ), используя волновые функции (3) и собственные значения энергии электронов (4), из (31) получаем

$$\frac{1}{\tau_{k_x,00}} = \frac{E_c^2 k_0 T m_1 \sqrt{\lambda_2 \lambda_3}}{2\pi \rho_0 v_0^2 \hbar^3} \frac{1}{|k_x|}. \quad (32)$$

Также имеем:

$$P_{\alpha\alpha}^{(x)} = \hbar k_x, \quad n_{k_x,00} = \frac{\sqrt{\pi n_e S \hbar}}{\sqrt{2m_1 k_0 T}} e^{-\frac{\hbar^2}{2m_1 k_0 T} k_x^2}, \quad (33)$$

где  $n_e$  – концентрация электронов;  $S$  – площадь сечения КП.

Подставляя (32) и (33) в (30) и интегрируя по квазиимпульсу в нижайшей подзоне, получаем для электропроводности КП выражение, похожее на [7]:

$$\sigma_{xx} = \frac{2\sqrt{2\pi n_e} e^2 \hbar^3 \rho_0 v_0^2}{E_c^2 m_1 \sqrt{m_1 m_2 m_3} \omega_2 \omega_3 k_0 T}. \quad (34)$$

Как следует из (34), электропроводность КП убывает с ростом температуры и зависит от размеров КП и направления в кристалле, в котором выращена КП.

Рассчитаем электропроводность нанопроволоки в продольном магнитном поле. Для нижайшей подзоны ( $n_p = M = 0$ ), используя (10) и (11), из (31) получаем

$$\frac{1}{\tau_{k_x,00}} = \frac{E_c^2 k_0 T m \lambda}{2\pi \rho_0 v_0^2 \hbar^3} \frac{1}{|k_x|}. \quad (35)$$

Также имеем:

$$P_{\alpha\alpha}^{(x)} = \hbar k_x, \quad n_{k_x,00} = \frac{\sqrt{\pi n_e S \hbar}}{\sqrt{2m k_0 T}} e^{-\frac{\hbar^2}{2m k_0 T} k_x^2}. \quad (36)$$

Подставляя (35) и (36) в (30) и интегрируя по квазиимпульсу в нижайшей

подзоне, получаем для электропроводности КП в продольном магнитном поле выражение, похожее на результаты [7]:

$$\sigma_{xx} = \frac{2\sqrt{2\pi n_e} e^2 \hbar^3 \rho_0 v_0^2}{E_c^2 \omega m_1 \sqrt{m_1 m_2 m_3} k_0 T}. \quad (37)$$

Из (37) следует, что электропроводность КП в продольном магнитном поле монотонно убывает с ростом поля (вследствие увеличения степени локализации носителей возрастает рассеяние на фононах). Эта зависимость различна для разных направлений роста КП. На рис. 1 представлена зависимость продольного магнетосопротивления от магнитного поля:

$$\frac{R(H) - R(0)}{R(0)} = \frac{\sigma(0)}{\sigma(H)} - 1.$$

Рассчитаем электропроводность КП в поперечном магнитном поле. В случае поперечного магнитного поля матричный элемент обобщенного импульса имеет как диагональные элементы (это возможно только в размерно-квантованных системах), так и недиагональные по осцилляторному размерно-магнитному (гибридному) квантовому числу элементы.

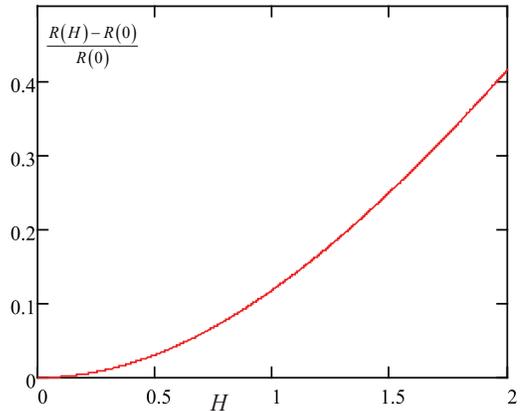


Рис. 1. Зависимость продольного магнетосопротивления КП от магнитного поля (отн. ед.)

Последние слагаемые при разумных параметрах квантованной проволоки дают незначительный вклад в поперечную электропроводность [2, 4, 7].

Для нижней подзоны ( $n_2 = n_3 = 0$ ), используя волновые функции (26) и собственные значения энергии электронов (25), из (31) получаем

$$\frac{1}{\tau_{k_x,00}} = \frac{E_c^2 k_0 T M_1 \sqrt{\Lambda_2 \Lambda_3}}{2\pi \rho_0 v_0^2 \hbar^3} \frac{1 + \exp(-\delta_0 k_x^2)}{|k_x|}, \quad (38)$$

где

$$\delta_0 = \frac{2}{\Lambda_2} \frac{e^2}{m_1 m_2 \Omega_2^2 c^2} (H_y a_{21} - H_z a_{11})^2 + \frac{2}{\Lambda_3} \frac{e^2}{m_1 m_3 \Omega_3^2 c^2} (H_y a_{22} - H_z a_{12})^2. \quad (39)$$

Также имеем:

$$P_{aa}^{(x)} = \hbar k_x \frac{m_1}{M_1},$$

$$n_{k_x,00} = \frac{\sqrt{\pi n_e S \hbar}}{\sqrt{2M_1 k_0 T}} e^{-\frac{\hbar^2}{2M_1 k_0 T} k_x^2}. \quad (40)$$

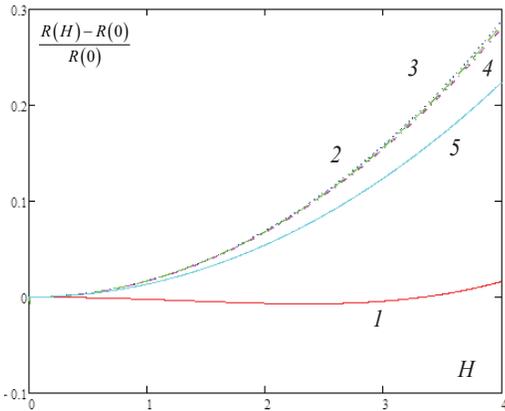


Рис. 2. Зависимость поперечного магнетосопротивления КП ( $m_2 = 100 m_1$ ;  $m_3 = 4 m_1$ ) от магнитного поля (отн. ед.) для различных направлений поля  $\varphi = (\mathbf{H}, Oz)$ : 1 -  $0^\circ$ ; 2 -  $30^\circ$ ; 3 -  $45^\circ$ ; 4 -  $60^\circ$ ; 5 -  $90^\circ$

Подставляя (38) и (40) в (30) и интегрируя по квазиимпульсу в нижней подзоне, получаем для электропроводности КП выражение, схожее с результатами [7]:

$$\sigma_{xx} = \frac{4\sqrt{2\pi n_e} e^2 \hbar^2 \rho_0 v_0^2}{E_c^2 M_1 \sqrt{M_1 \Lambda_2 \Lambda_3} k_0 T} I(\delta), \quad (41)$$

где

$$I(\delta) = \int_0^\infty \frac{x e^{-x}}{1 + e^{-\delta x}} dx, \quad \delta = \frac{2M_1 k_0 T}{\hbar^2} \delta_0. \quad (42)$$

Как следует из (41), электропроводность КП в поперечном магнитном поле может монотонно убывать с ростом поля, а также меняться немонотонно (рис. 2 и 3). В магнитном поле КП в результате увеличения степени локализации носителей обычно рассеяние на фононах возрастает и сопротивление повышается, в то же время при специальном подборе параметров и направления поля может быстро подавляться полем переброс электронов с одной дисперсионной ветви на другую и в относительно небольших полях умень-

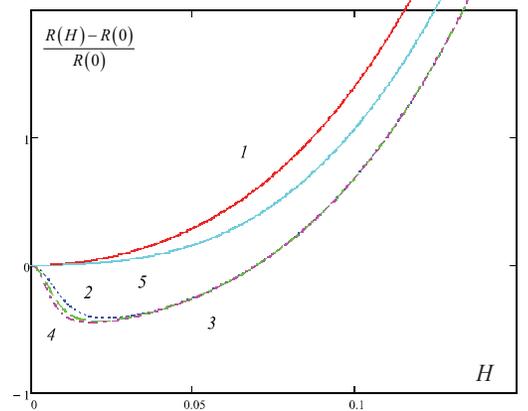


Рис. 3. Зависимость поперечного магнетосопротивления КП ( $m_2 = 0,01 m_1$ ;  $m_3 = 0,04 m_1$ ) от магнитного поля (отн. ед.) для различных направлений поля  $\varphi = (\mathbf{H}, Oz)$ : 1 -  $0^\circ$ ; 2 -  $30^\circ$ ; 3 -  $45^\circ$ ; 4 -  $60^\circ$ ; 5 -  $90^\circ$

шаться сопротивление (на рис. 2 – до 1 %; на рис. 3 – до 45 %), но не более чем на 50 %. Эти результаты соответствуют экспериментальным данным [5] и могут быть использованы в практических целях.

### Цитированная литература

1. Тавгер Б.А., Демиховский В.Я. // УФН, **96**, 1, 61 (1968).
2. Блох М.Д., Тавгер Б.А. // ФММ, **34**, 691 (1972).

3. Гейлер В.А., Маргулис В.А., Филина Л.И. // ЖЭТФ, **113**, 1376 (1998).
4. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. // ФТП, **36**, 989 (2002).
5. Nikolaeva A., Gitsu D., Huber T. et al. // Physica, В **346–347**, 282 (2004).
6. Zhang Zh., Sun X., Dresselhaus M.S. et al. // Phys. Rev., В **61**, 7, 4850 (2000).
7. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. // ФТП, **40**, 1368 (2006).
8. Флюгге З. Задачи по квантовой механике. – М.: Мир, 1974.
9. Kubo R. // J. Phys. Soc. Jap. **12**, 570 (1957).

УДК 537.31

## ДАТЧИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРОХОДНОГО ТИПА НА ОСНОВЕ ТЕТРАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ $CdP_2$ И $ZnP_2$

В.В. Афонин, В.В. Панасенко, И.Г. Стамов,  
Д.В. Ткаченко

*Исследованы датчики температуры на основе тетрагональных кристаллов  $CdP_2$  и  $ZnP_2$ . Проведен теоретический анализ чувствительности датчиков от параметров кристалла, температуры и длины волны зондирующего излучения. Показано, что, несмотря на существенный рост удельного вращения плоскости поляризации света в области края поглощения, температурное смещение края фундаментального поглощения является доминирующим и определяет температурную чувствительность датчика. Влияние гиротропии на этот параметр является определяющим в области прозрачности кристаллов при больших толщинах используемых пластин.*

**Ключевые слова:** датчики температуры, удельное вращение, гиротропия.

## TRANSIENT TEMPERATURE SENSORS BASED ON TETRAGONAL CRYSTALS $CdP_2$ AND $ZnP_2$

V.V. Afonin, V.V. Panasenko, I.G. Stamov, D.V. Tkachenko

*The article studies the temperature sensors based on tetragonal crystals  $CdP_2$  and  $ZnP_2$ . The authors carried out a theoretical analysis of the sensitivity of the crystal parameters, temperature, and wavelength of the probe radiation. It is shown, that despite the substantial growth of specific rotation of the plane of light polarization in the zone of the absorption edge, the temperature shift of the fundamental absorption edge is dominant and determines the temperature sensitivity of the sensor. The influence of gyrotropy on this parameter is decisive in the transparency of crystals at large thicknesses of the used plates.*

**Keywords:** temperature sensors, the probe radiation, gyrotropy.

## Введение

Датчики температуры на основе поглощения света полупроводником находят применение в волоконно-оптических измерительных сетях благодаря своей миниатюрности и возможностям проводить бесконтактные и дистанционные измерения. Высокая температурная чувствительность таких датчиков достигается благодаря экспоненциальной зависимости пропускания света в заданном интервале температур [1].

В работах [2, 3] описаны датчики температуры проходного и отражательного типов на основе тетрагональных кристаллов  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$ . Принцип действия этих датчиков заключается в температурной зависимости удельного вращения плоскости поляризации при распространении света вдоль оптической оси. Чувствительность датчиков в указанных трудах определена на основе экспериментальных кривых спектрального распределения удельного вращения плоскости поляризации света при разных температурах [4, 5]. Влияние температуры на другие физические параметры кристаллов, такие как ширина запрещенной зоны [6, 7], линейное расширение [8], показатель преломления [9, 10] и т. п., определяющие чувствительность датчиков, не учитывалось.

Нами исследованы датчики температуры в соответствии с [2, 3] на основе кристаллов  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$  и проведен теоретический анализ чувствительности от температуры, параметров кристалла и длины волны зондирующего излучения.

## 1. Методика эксперимента

Кристаллы  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$  получены газофазным методом. Пластины заданной толщины получены путем скалыва-

ния кристалла по плоскостям спайности или механической полировкой до высокой степени чистоты и плоскопараллельности. Оптическая ось  $S$  кристалла совпадала с нормалью плоскости пластин и направлением распространения света. Спектры пропускания кристаллов  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$ , помещенных между двумя поляризаторами, измерены в спектральном диапазоне 600–800 нм и в интервале температур 273–450 К. Источниками монохроматического излучения служили монохроматор МДР-23 и He-Ne – одноимодовый лазер. Измерения проведены при разных углах между главными направлениями поляризатора и анализатора  $\varphi_0$ . В качестве поляризатора и анализатора использованы призмы Глана-Фуко.

## 2. Результаты

На рис. 1 представлены зависимости интенсивности света от времени на разных длинах волн после включения нагревателя кристалла  $\text{CdP}_2$ . Температурный перепад при всех измерениях составлял 11,6 °С. Чувствительность датчиков определялась по формуле

$$\beta = 1/I \cdot dI/dT, \quad (1)$$

где  $I$  – интенсивность проходящего света;  $T$  – температура кристалла.

На рис. 2 представлена зависимость  $\beta$  от длины волны зондирующего излучения. Чувствительность датчиков температуры растет по абсолютной величине с уменьшением длины волны в области края фундаментального поглощения света. В области длин волн  $\lambda > 640$  нм  $\beta$  незначительно изменяется с ростом длины волны света и может иметь положительный или отрицательный знак в зависимости от угла  $\varphi_0$  и от знака вращения плоскости поляризации

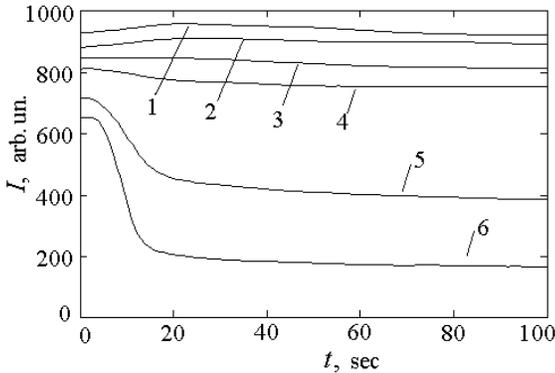


Рис. 1. Зависимости интенсивности света от времени после включения нагревателя кристалла  $\text{CdP}_2$  на длинах волн  $\lambda$ , нм: 1 – 650; 2 – 640; 3 – 630; 4 – 635; 5 – 625; 6 – 620

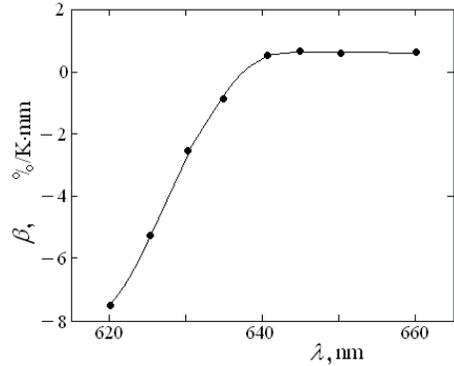


Рис. 2. Экспериментальная зависимость чувствительности  $\beta$  датчика температуры на  $\text{CdP}_2$  ( $l = 765$  мкм)

кристаллом. Коэффициент температурной чувствительности пропорционально растет с увеличением толщины кристалла и температуры.

При определении чувствительности датчиков в случае, когда источником света служил He-Ne-лазер, обнаружено, что интенсивность прошедшего света с ростом температуры имеет осциллирующий характер (рис. 3). Этот эффект используется в лазерной термометрии и связан с температурной зависимостью показателя преломления пластинки, выполняющей роль резонатора Фабри–Перо для излучения в области прозрачности полупроводника [10]. Размах осцилляций растет с уменьшением толщины кристалла и составляет 5 и 75 % для толщин кристаллов 765 и 240 мкм соответственно в  $\text{CdP}_2$  и 65 % в кристалле  $\text{ZnP}_2$  толщиной 105 мкм. Если чувствительность измерять по интерференционной картине, то ее величина, определенная при температурах, при которых  $\beta$  изменяет знак, возрастает более чем в 100 раз. Для некогерентного света на длине волны лазера  $\beta$  составляет 0,5 %, а для лазерного света – 53,2 % при толщине кристалла  $\text{CdP}_2$  240 мкм.

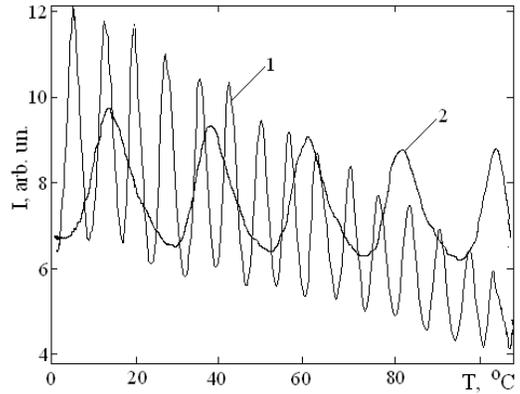


Рис. 3. Зависимости пропускания от температуры кристаллов  $\text{CdP}_2$  при  $l = 240$  мкм (1) и  $\text{ZnP}_2$  при  $l = 105$  мкм (2) на длине волны  $\lambda = 632,8$  нм (лазерное излучение)

### 3. Обсуждение результатов

В соответствии с оптическим законом Малюса интенсивность света  $I$ , прошедшего через систему анализатор–поляризатор от угла  $\varphi_0$  между главными направлениями элементов, описывается зависимостью

$$I = I_0 \cos^2(\varphi_0), \quad (2)$$

где  $I_0$  – интенсивность света, падающего на кристалл.

Пластинка из гиротропного материала, помещенная между поляризатором и анализатором, вносит дополнительный фазовый сдвиг и затухание. Излучение на выходе пластинки является линейно поляризованным. В этом случае

$$I = I_0 t \cos^2(\varphi), \quad (3)$$

где  $t$  – коэффициент пропускания пластинки;  $\varphi = \varphi_0 \pm \varphi_x$ ;  $\varphi_x = \rho l - n\pi$ ;  $\rho$  – реальная часть комплексного оптического вращения;  $l$  – толщина кристалла;  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\varphi_x$  – фазовое слагаемое, дополнительно сдвигающее плоскость поляризации световой волны к фазовому сдвигу  $\varphi_0$ .

Если угол  $\varphi_0$  отсчитывается против часовой стрелки, знак «+» перед ним обозначает, что кристалл вращает плоскость поляризации света влево, знак «-» – вправо.

Рассмотрим пропускание света в случаях, когда интерференция имеет место (кристаллы с плоскопараллельными поверхностями, полученные скалыванием по плоскостям спайности) и когда интерференция не проявляется (в сколотых пластинках  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$  интерференция проявляется до толщин  $\sim 1$  мм). Тогда [11]:

$$t = (1 - R)^2 [1 + (\alpha \cdot \lambda / 4\lambda n_0)^2] / (e^{\alpha l} - R^2 \cdot e^{-\alpha l}). \quad (4)$$

В области прозрачности кристаллов и когда интерференция проявляется:

$$t = (1 - R)^2 [1 + (\alpha \cdot \lambda / 4\lambda n_0)^2] / (1 + R^2 - 2 \cdot R \cdot \cos(4\lambda n_0 l / \lambda)). \quad (5)$$

В области длин волн, где поглощение света становится существенным:

$$t = (1 - R)^2 [1 + (\alpha \cdot \lambda / 4\lambda n_0)^2] / [(e^{\alpha l} - R \cdot e^{-\alpha l})^2 + 4 \cdot R \cdot \sin^2(\xi + \zeta)], \quad (6)$$

где  $R$  – коэффициент отражения света;  $\alpha$  – коэффициент поглощения света;  $n_0$  – пока-

затель поглощения кристалла;  $\xi = 2 \cdot \pi \cdot n_0 / \lambda$ ;  $\zeta = \alpha \cdot \lambda [n_0^2 + (\alpha \cdot \lambda / 4 \pi \pi)^2 - 1]^{-1}$ ;  $\zeta = \alpha l / 2$ .

Применение данных формул в гиротропных поглощающих средах не совсем корректно [11, 12]. Однако, как показали исследования интерференции обыкновенных и необыкновенных лучей в спектральной области прозрачности этих кристаллов [13] до края фундаментального поглощения, погрешности теоретических расчетов по ним не превышают методических и инструментальных погрешностей.

Чувствительность датчика температуры на основе гиротропных кристаллов при отсутствии интерференции определяется по формулам (1)–(6) (температурной зависимостью  $l$  и интерференционными явлениями пренебрежем) [14, 15]:

$$\beta = - [\pm \sin^2(2 \cdot \varphi) \cdot d(\rho l) / dT] + (1 - R)^2 \{ \lambda / d(\alpha n_0) / 4 \pi dT - [1 + (\alpha \cdot \lambda / 4 \lambda n_0)^2] l \cdot (d\alpha / dT) / (e^{\alpha l} - R^2 \cdot e^{-\alpha l}) (e^{\alpha l} + R^2 \cdot e^{-\alpha l}) \} / (e^{\alpha l} - R^2 \cdot e^{-\alpha l}). \quad (7)$$

Учитывая непрямозонный характер переходов в области края фундаментального поглощения света в  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$  [16, 17], для коэффициента поглощения  $\alpha$  запишем [11]:

$$\alpha^- = A \cdot (h\nu - E_{gi} + E_{phi})^2 / h\nu (e^{E_{phi}/kT} - 1) \quad (8a)$$

и

$$\alpha^+ = A \cdot (h\nu - E_{gi} - E_{phi})^2 / h\nu (1 - e^{E_{phi}/kT}) \quad (8b)$$

на участках с поглощением и испусканием фононов соответственно. В этих выражениях  $A$  – слабо зависящая от температуры величина.

В дифосфиде кадмия при комнатной температуре в интервалах длин волн (636–620) и (620–600) нм переходы происходят с поглощением фононов с  $E_{phi} = 30$  мЭв и

13 мЭв соответственно, при длинах волн  $\lambda < 600$  нм – с испусканием фононов.

В исследуемом интервале температур воспользуемся линейной аппроксимацией зависимостей  $\rho$ ,  $E_{gi}$ ,  $n_0$  от температуры:

$$\rho = \rho_0 + (d\rho/dT) (T - T_0), \quad (9)$$

$$n_0 = n_{00} + (dn_0/dT) (T - T_0), \quad (10)$$

$$E_{gi} = E_{gi0} + (dE_{gi}/dT) (T - T_0). \quad (11)$$

Величины температурных коэффициентов  $d\rho/dT$ ,  $dn_0/dT$ ,  $dE_{gi}/dT$  приведены в работах [8, 9].

Анализ выражения (7) в зависимости от длины волны, температуры, толщины и других параметров кристалла показывает, что чувствительность датчика температуры определяется температурной зависимостью коэффициента поглощения света и температурной зависимостью удельного вращения плоскости поляризации света. Для кристаллов  $CdP_2$  толщиной более 0,1 мм чувствительность  $\beta$  определяется температурным смещением края погло-

щения при длинах волн  $\lambda < 635$  нм. При больших длинах волн  $\beta$  определяется температурной зависимостью  $\rho$ .

В области длин волн  $\lambda < 635$  нм  $\beta$  увеличивается по абсолютной величине с ростом толщины кристалла (рис. 4, 5), затем уменьшается, стремясь к небольшой положительной или отрицательной величине в зависимости от угла  $\varphi_0$ . Для длин волн  $\lambda > 635$  нм чувствительность практически растет при увеличении толщины кристалла, знак чувствительности определяется типом кристалла (левый, правый) и начальным углом между анализатором и поляризатором.

Температурная зависимость  $\beta$  по абсолютной величине имеет максимум в области низких температур для длин волн  $\lambda > 629$  нм. При меньших длинах волн и после экстремума при больших длинах волн  $\beta$  быстро уменьшается с ростом температуры (рис. 6).

Несмотря на существенный рост удельного вращения плоскости поляризации света в области края поглощения, температурное смещение края фундаментального

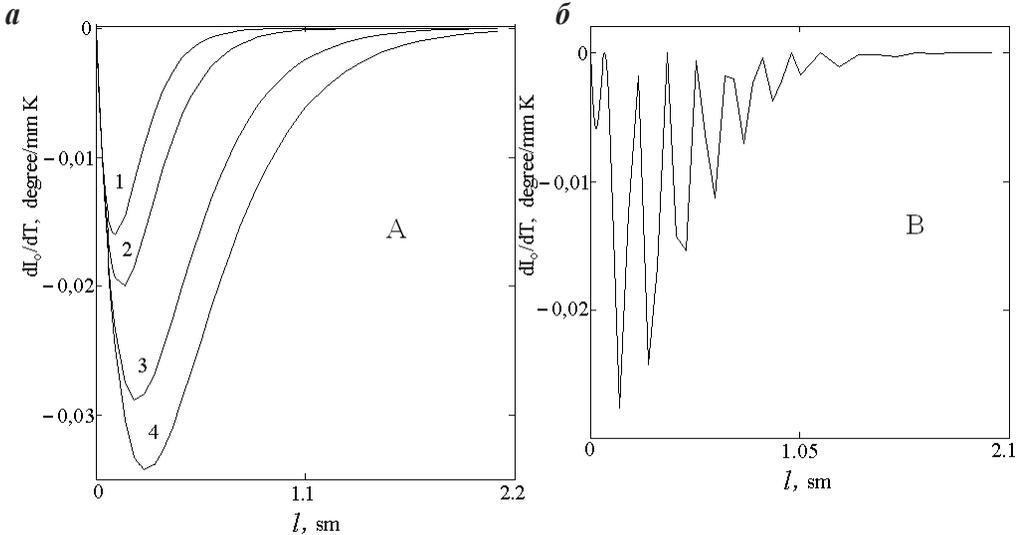


Рис. 4. Зависимости чувствительности от толщины кристалла  $CdP_2$  при оптимальном угле на длинах волн  $\lambda$ , нм: 1 – 627; 2 – 628; 3 – 629; 4 – 630 (а) и на длине волны  $\lambda = 629$  нм при постоянном угле между поляризатором и анализатором  $45^\circ$  (б)

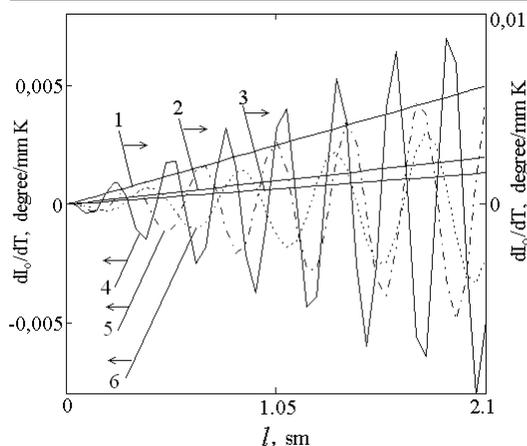


Рис. 5. Зависимости чувствительности от толщины кристалла  $\text{CdP}_2$  при оптимальном угле  $45^\circ$  (1, 2, 3) и постоянном угле (4, 5, 6) между поляризатором и анализатором на длинах волн  $\lambda$ , нм: 1, 4 – 656; 2, 5 – 689; 3, 6 – 730

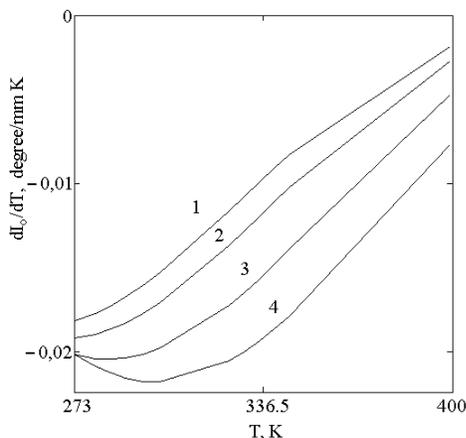


Рис. 6. Зависимости чувствительности от температуры кристалла  $\text{CdP}_2$  при оптимальном угле на длинах волн  $\lambda$ , нм: 1 – 627; 2 – 628; 3 – 629; 4 – 631

поглощения является доминирующим, и в этом случае датчик ничем не отличается от датчиков температуры сорбционного типа на других непрямозонных полупроводниках. Анализ экспериментальных результатов и расчеты по известным термическим коэффициентам кристалла показывают, что влияние эффектов линейного расширения и фазовых переходов на температурные характеристики чувствительности датчиков малы.

## Заключение

Из вышеизложенного следует, что высокая температурная чувствительность оптических характеристик  $\text{CdP}_2$  и  $\text{ZnP}_2$  и возможность получения на их основе активных структур (барьеров Шоттки,  $p$ - $n$ -переходов, гетеропереходов) создают предпосылки для разработки оптоэлектронных датчиков для прецизионного контроля температуры и других приборов, которые могут найти применение в поляризационной оптоэлектронике.

## Цитированная литература

1. Гармаш В.Б., Егоров Ф.А., Коломиец Л.Н. и др. Возможности, задачи и перспективы волоконно-оптических измерительных систем в современном приборостроении // Фотон-экспресс. – 2005. – № 6. – С. 128–140.
2. Новиков В.П., Шелег А.У., Трухан В.М. и др. Устройство для измерения температуры. А.С. СССР № 917004 от 01.12.81.
3. Федотов В.Г., Трухан В.М., Шелковая Т.В. Чувствительные термометры на основе оптически активных кристаллов дифосфидов кадмия и цинка // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. Біялогія. – 2010. – № 3(102).
4. Певцов А.Б., Хашхожев З.М., Трухан В.М. Вращение плоскости поляризации света в кристаллах  $\text{ZnP}_2$  тетрагональной поляризации // ФТТ. – 1978. – Т. 20. – С. 1246.
5. Румянцев К.Е. Волоконно-оптическая сенсорика. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1996. – 108 с.
6. Виглеб Г. Датчики: устройство и применение. – М.: Мир, 1989. – 196 с.
7. Шелег А.У., Новиков В.П. Фазовые переходы в тетрагональном  $\text{CdP}_2$  // ФТТ. – 1982. – Т. 24. – С. 3508–3510.
8. Bezv O.A., Kushnir O.S., Kapustianik V.B. et al. Peculiarities of temperature behaviour

of the optical birefringence in  $\alpha$ -ZnP<sub>2</sub> crystals // Ukrainian Journal of Physical Optics. – 2001. – № 4. – Vol. 2. – P. 203–210.

9. **Kushnir O.S., Bevez O.A., Polovinko I.I. et al.** Temperature dependence of optical activity and circular dichroism in  $\alpha$ -ZnP<sub>2</sub> crystals // Phys. Stat. Sol. (b). – 2003. – Vol. 238, № 1. – P. 92–101.

10. **Лапшинов Б.А., Магунов А.Н.** Уставка для измерения температурной зависимости показателя преломления твердых тел // Приборы и техника эксперимента. – 2010. – № 1. – С. 159–164.

11. **Уханов Ю.И.** Оптика полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 366 с.

12. **Федоров Ф.И.** Теория гиротропии. – Минск: Наука и техника, 1976. – 456 с.

13. **Федоров Ф.И.** Оптика анизотропных сред. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 384 с.

14. **Стамов И.Г., Панасенко В.В.** Особенности характеристик датчиков температуры на основе дифосфидов кадмия и цинка // Математическое моделирование в образовании, науке и производстве: матер. VIII Междунар. науч.-практ. конф. – Тирасполь, 2013. – С. 100.

15. **Стамов И.Г.** Влияние интерференции и фазовых переходов в дифосфиде кадмия на характеристики датчиков температуры на их основе // Тр. XVI Междунар. конф. «Опто-, наноэлектроника, нанотехнологии и микросистемы». – Ульяновск, 2013. – С. 144–145.

16. **Сырбу Н.Н.** Оптоэлектронные свойства соединений группы A<sup>2</sup>B<sup>5</sup>. – Кишинев: Штиинца, 1983.

17. **Стамов И.Г., Баранов В.Ф.** Температурная зависимость края поглощения CdP<sub>2</sub> // ЖПС. – 1986. – Т. 26, № 1. – С. 154.

УДК 621.382

## ГЕНЕРАТОР, УПРАВЛЯЕМЫЙ НАПРЯЖЕНИЕМ, ДЛЯ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ

А.Л. Макаревич, М.С. Токарь, А.В. Кинаш, В.А. Чубаров

*Приводится анализ схемотехнических решений и результаты схемотехнического моделирования нескольких вариантов построения важного компонента устройств фазовой автоподстройки частоты – генератора, управляемого напряжением, реализуемого в рамках классической КМОП-технологии и схемотехники. Осуществление предлагаемых решений на КМОП-транзисторах с субмикронными проектными нормами требует использования новых моделей транзисторов, параметры которых определяются совокупностью технологических операций процесса их изготовления и конструктивно-технологическими ограничениями.*

**Ключевые слова:** фазовая автоподстройка частоты (ФАПЧ), компоненты ФАПЧ, фазовый детектор (компаратор), SPICE-модели компонентов ФАПЧ, генератор, управляемый напряжением, синхронизация.

## GENERATOR CONTROLLED BY VOLTAGE FOR DIGITAL SYNCHRONIZATION SYSTEMS

A.L. Makarevich, M.S. Tokar', A.V. Kinash, V.A. Chubarov

*The article gives the circuit analysis and the results of circuit simulation for several variants of the construction of component of devices of phase-lock-loop frequency control, a voltage-controlled generator, implemented within the framework of classical CMOS technology and circuitry. The implementation of the proposed solutions on CMOS transistors with submicron design rules will require only the usage of new transistor models. Its parameters are determined by a group of technological operations of their manufacturing process and inherent structural and technological limitations.*

**Keywords:** phase-lock-loop frequency control (PLL), PLL components, phase-lock detector (comparer), SPICE models of PLL components, generator controlled by voltage, synchronization.

Сегодня достаточно интенсивно проводятся исследования в области цифровых систем синхронизации (ЦСС), что обусловлено совершенствованием электронно-компонентной базы и существенным увеличением рабочих частот. Применяемые в сетях мобильной связи современные приемники используются в достаточно сложной электромагнитной обстановке, обусловленной как ростом промышленных помех, так и особенностями условий распространения радиоволн в соответствующем диапазоне частот [1].

В нашей работе рассмотрены в основном ранее известные и некоторые усовершенствованные варианты реализации компонентов систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) [2] (генераторов, управляемых напряжением, – ГУН), предназначенных для применения в узлах и блоках ЦСС. Приведенные результаты получены моделированием в пакете LTSpice с использованием характеристик КМОП-устройств и блоков с микронными и субмикронными размерами элементов. Параметры моделей транзисторов изначально были настроены на стандартный технологический процесс изготовления КМОП БИС с проектными нормами в единицы микрон. Исходные данные с параметрами моделей субмикронных транзисторов (проектные нормы 90 и 45 нм) были взяты на официальном сайте компании Microwind [2]. Тип используемых моделей  $level = 3$ . Для моделирования работы аналогичных устройств в оптоволоконных сетях и оптических интерфейсах возможно использование программы OptiSPICE компании Optiwave [3], имеющей тот же входной язык, что и классический SPICE.

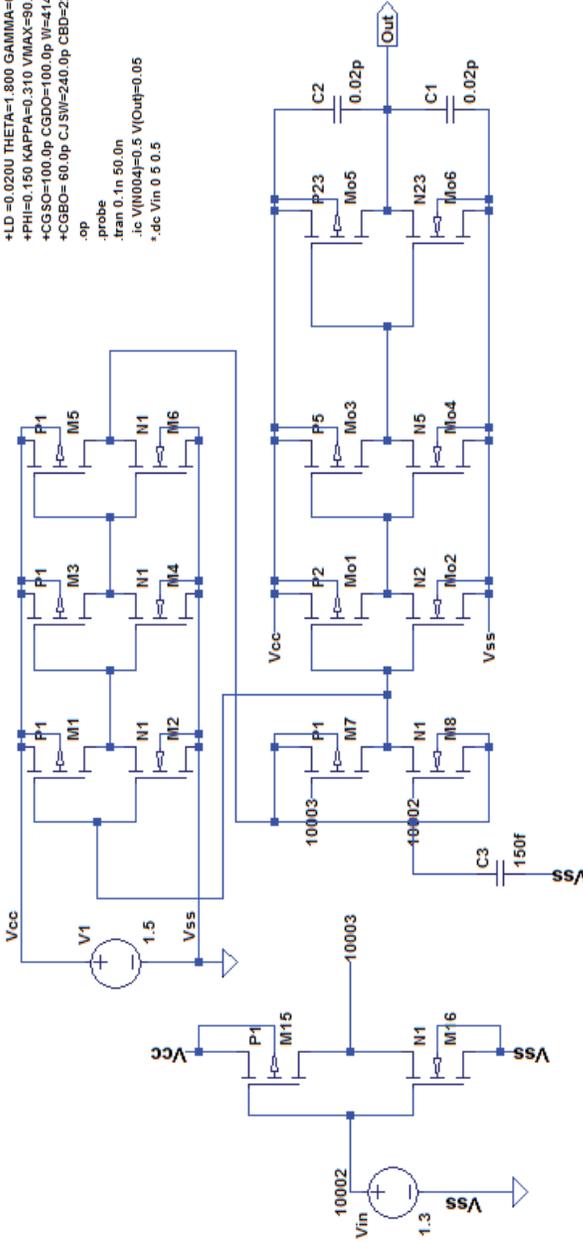
Генератор с фазовой автоподстройкой частоты (устройство ФАПЧ) обычно содержит фазовый детектор (компаратор) PD, инвертор или инвертирующий усилитель, фильтр нижних частот и генератор, управляемый напряжением VCO [4].

Нами были рассмотрены два схемотехнических варианта построения генераторов, управляемых напряжением. Оценка их работоспособности проведена в пакете LTSpice. Первый вариант – известная схема на основе мультивибратора, реализуемая на КМОП-транзисторах и предлагаемая в работах [5, 6], не показала себя пригодной к применению из-за отсутствия генерации. Поэтому нами была использована схема на основе кольцевого генератора, приведенная на рис. 1.

Собственно кольцевой генератор построен на транзисторах M5–M6, а управление его работой осуществляется с помощью двунаправленного ключа на транзисторах M7 и M8. Инвертор на транзисторах M15 и M16 используется для управления сопротивлением двунаправленного ключа, т. е. на него подается управляющее напряжение. Инверторы на транзисторах Mo1–Mo6 используются для стандартного увеличения мощности выходного сигнала при работе на емкостную нагрузку. Емкость C3 задает внутреннюю собственную частоту работы этого управляемого генератора. Емкости C1 и C2 – это эквивалент внешней нагрузки. На рис. 1 указаны параметры моделей для всех используемых транзисторов с проектной нормой 90 нм, задание начальных условий для проведения анализа переходных процессов осуществляется по команде *.TRAN*.

Параметры моделей транзисторов были заимствованы из [2] и дополнены. Во-первых, в них введены длина и ширина канала в соответствии с проектной нормой, поскольку если их не указывать, то программа SPICE по умолчанию считает их равными 100 мкм. Кроме того, в [2] отсутствовали такие важные параметры, как сопротивления стоков и истоков транзисторов, а по умолчанию они равны нулю, что абсолютно неправомерно, особенно при уменьшении проектных норм: чем меньше площадь контактного окна,

```
.MODEL N23 NMOS (LEVEL=3 VTO=0.34 UO=350.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=0.890 GAMMA=0.500
+PHI=0.150 KAPPA=0.130 VMAX=125.00K RD=4.5 RS=7
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=20700n L=90n
+CGBO= 60.0p CJSW=240.0p CBD=14.03F CBS=14.03F)
.MODEL P23 PMOS (LEVEL=3 VTO=-0.32 UO=120.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=1.800 GAMMA=0.400
+PHI=0.150 KAPPA=0.310 VMAX=90.00K RD=8 RS=8
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=41400n L=90n
+CGBO= 60.0p CJSW=240.0p CBD=22.08F CBS=22.08F)
.op
probe
tran 0.1n 50.0n
.ic V(N004)=0.5 V(Out)=0.05
*.dc Vin 0 5 0.5
```



```
.MODEL N5 NMOS (LEVEL=3 VTO=0.34 UO=350.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=0.890 GAMMA=0.500
+PHI=0.150 KAPPA=0.130 VMAX=125.00K RD=20 RS=30
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=4500n L=90n
+CGBO=60.0p CJSW=240.0p CBD=3.05F CBS=3.05F)
.MODEL P5 PMOS (LEVEL=3 VTO=-0.32 UO=120.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=1.800 GAMMA=0.400
+PHI=0.150 KAPPA=0.310 VMAX=90.00K RD=55 RS=55
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=9000n L=90n
+CGBO=60.0p CJSW=240.0p CBD=4.8F CBS=4.8F)
```

```
.MODEL N2 NMOS (LEVEL=3 VTO=0.34 UO=350.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=0.890 GAMMA=0.500
+PHI=0.150 KAPPA=0.130 VMAX=125.00K RD=45 RS=70
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=1800n L=90n
+CGBO= 60.0p CJSW=240.0p CBD=1.22F CBS=1.22F)
.MODEL P2 PMOS (LEVEL=3 VTO=-0.32 UO=120.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=1.800 GAMMA=0.400
+PHI=0.150 KAPPA=0.310 VMAX=90.00K RD=80 RS=80
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=2700n L=90n
+CGBO= 60.0p CJSW=240.0p CBD=1.92F CBS=1.92F)
```

```
*invg1
.MODEL N1 NMOS (LEVEL=3 VTO=0.34 UO=350.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=0.890 GAMMA=0.500
+PHI=0.150 KAPPA=0.130 VMAX=125.00K RD=93 RS=143
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=900n L=90n
+CGBO= 60.0p CJSW=240.0p CBD= 61F CBS= 61F)
.MODEL P1 PMOS (LEVEL=3 VTO=-0.32 UO=120.000 TOX=1.2E-9
+LD =0.020U THETA=1.800 GAMMA=0.400
+PHI=0.150 KAPPA=0.310 VMAX=90.00K RD=155 RS=155
+CGSO=100.0p CGDO=100.0p W=1350n L=90n
+CGBO= 60.0p CJSW=240.0p CBD= 96F CBS= 96F)
```

Рис. 1. Схема генератора, управляемого напряжением

тем больше его сопротивление. Мы имеем проверенные данные и сопротивления стоков и истоков транзисторов, изготавливаемых по проектным нормам 2 мкм, которые были получены при производстве специализированных БИС на базовых матричных кристаллах (БМК) серии «М» – аналога более известного БМК 1537. В исходных моделях, приведенных в [2], отсутствовали емкости стоков и истоков по отношению к подложке, т. е. они тоже по умолчанию приравнивались к нулю. Мы позволили себе ввести в используемые нами модели эти параметры исходя из имеющихся у нас результатов производ-

ства микросхем по КМОП-технологии с проектными нормами 2 мкм, но учитывая уменьшение размеров площадей стоков и истоков примерно на два порядка.

В результате моделирования мы получили стабильно работающий генератор, управляемый напряжением в диапазоне рабочих напряжений питания  $V_{cc}$  от 0,6 до 2,0 В.

На рис. 2 приведен выходной сигнал генератора, работающего при напряжении питания  $V_{cc} = 1,5$  В и управляющем напряжении  $U_c = 1,3$  В. На рис. 3 приведен выходной сигнал ГУН при  $V_{cc} = 1,0$  В и  $U_c = 0,6$  В.

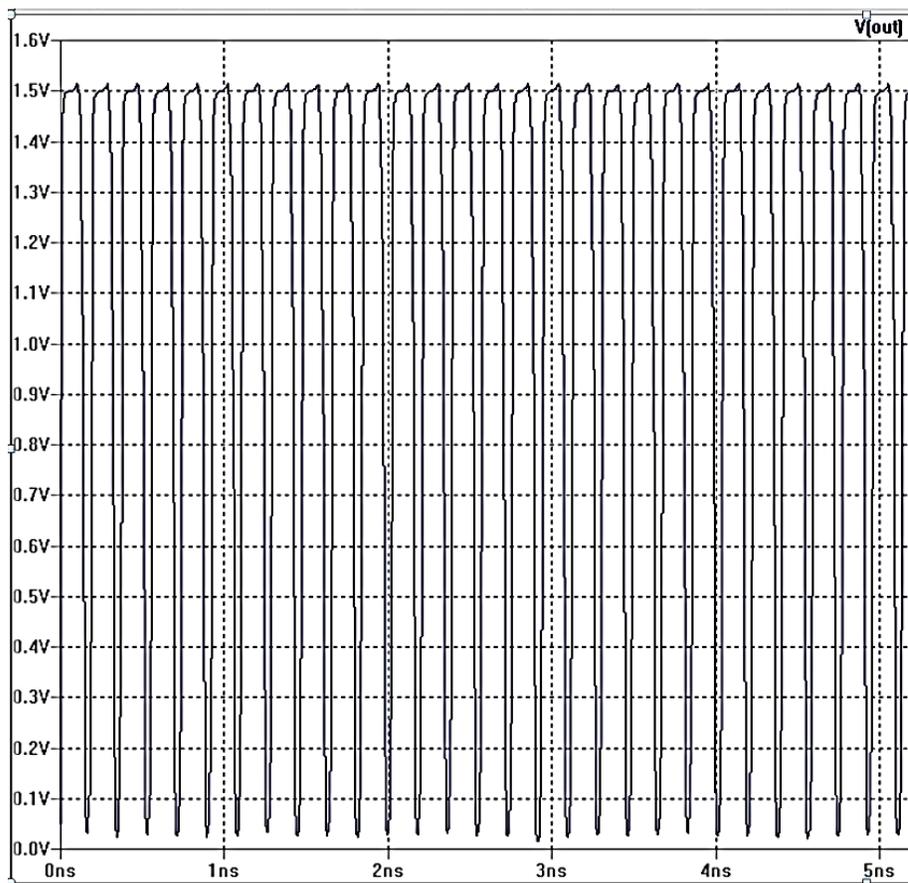


Рис. 2. Сигнал с выхода ГУН при  $V_{cc} = 1,5$  В, номинале  $C3 = 0,15$  пФ и управляющем напряжении  $U_c = 1,3$  В

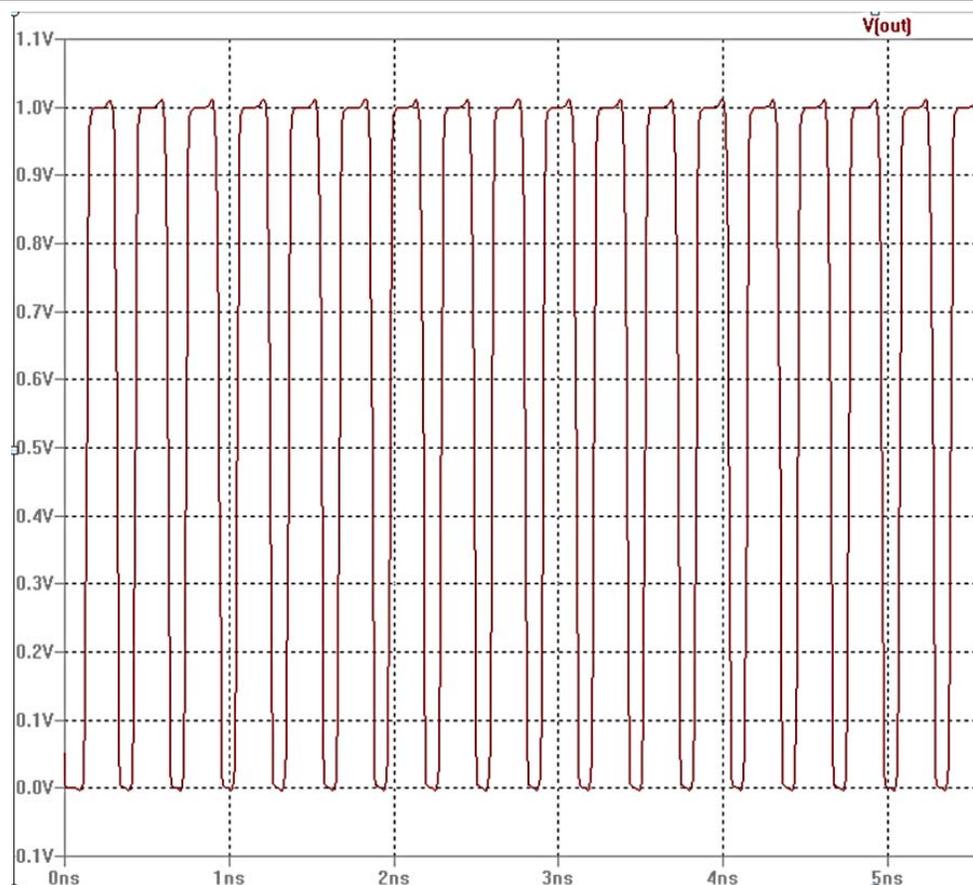


Рис. 3. Выходной сигнал ГУН при  $V_{cc} = 1,0$  В и  $V_c = 0,6$  В

На рис. 4 приведен выходной сигнал генератора, управляемого напряжением, при значении рабочего напряжения  $V_{cc} = 0,6$  В и значении управляющего напряжения  $V_c = 0,4$  В.

Номинальное значение емкости  $C_3$ , задающей собственную частоту генератора, во всех случаях наших исследований составляло  $0,15$  пФ.

Итоговые результаты исследований изменения частоты колебаний ГУН от номинального значения рабочего напряжения питания  $V_{cc}$  и частично от управляющего напряжения  $V_c$  приведены в таблице.

$V_{cc}$ , В	$V_c$ , В	Период, нс	Частота, ГГц
0,6	0,4	1,49	0,67
0,7	0,4	0,92	1,09
0,8	0,4	0,64	1,56
1,0	0,6	0,35	2,86
1,5	0,8	0,24	4,17
1,5	1,3	0,17	5,88
2,0	1,0	0,18	5,55
2,0	1,5	0,15	6,70

Полученные результаты показывают, что предлагаемый нами ГУН вполне может работать в системах ФАПЧ для поддержания синхронной работы приемников и передатчиков в сетях высокоскоростной

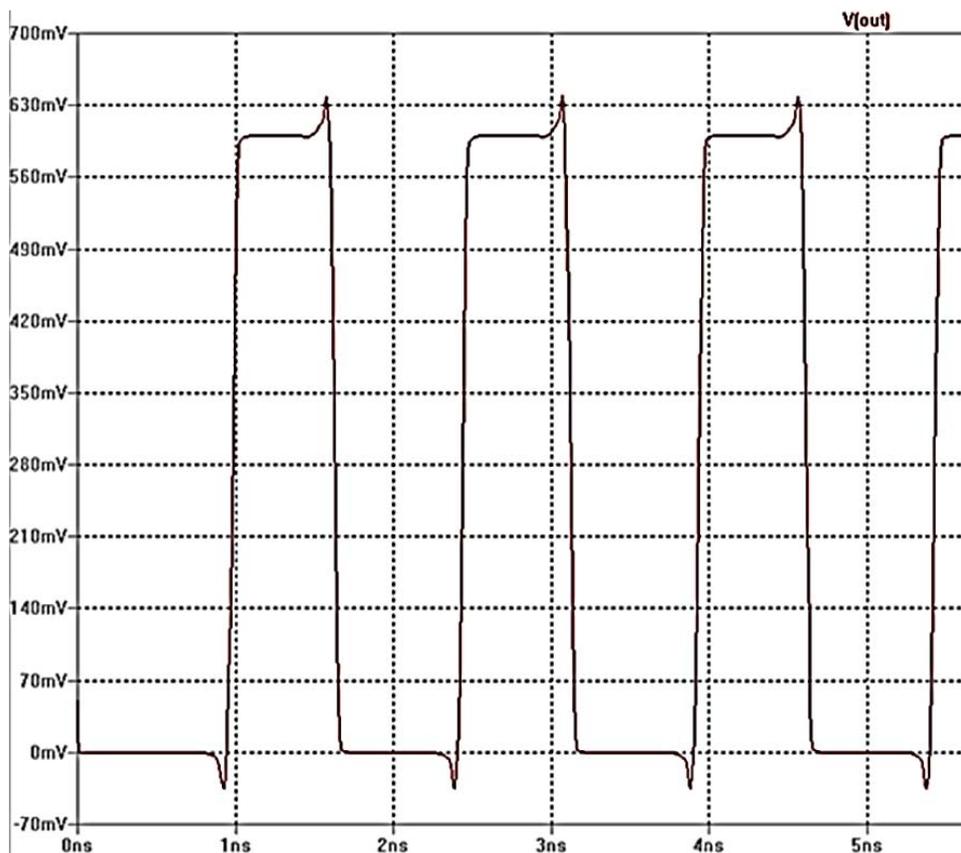


Рис. 4. Выходной сигнал генератора при напряжении питания  $V_{cc} = 0,6$  В и управляющем напряжении  $V_c = 0,4$  В

передачи данных. Возможно последующее повышение собственной частоты работы ГУН при переходе на КМОП-технологии с проектными нормами 45 нм и менее.

Дальнейшие исследования по схемотехническому моделированию работы цифровых систем синхронизации необходимо направить на оценку таких параметров, как [1]:

- собственная частота ГУН (что, в частности, и выполнено в данной работе);
- полоса удержания – максимально допустимое отклонение частоты входного сигнала от собственной частоты ГУН при условии предварительного обеспеченного состояния синхронизма;

- полоса захвата – максимально допустимое отклонение частоты входного сигнала от собственной частоты ГУН, при котором уже обеспечивается вхождение системы ФАПЧ в синхронизм с входным колебанием;

- время вхождения в синхронизм – интервал времени от момента появления несущей частоты на входе ФАПЧ до момента наступления синхронизма.

Для изучения работоспособности и оценки параметров всей системы ФАПЧ потребуется выбор и оптимизация схемотехнических решений следующих компонентов: детектора фазы [7], фильтра нижних частот, делителя частоты и, возможно,

генератора подкачки частоты для создания детектора, улучшающего работу фазового детектора при работе в условиях сложного распространения радиоволн и воздействия помех. Именно в таких условиях и функционируют современные системы радиодоступа к сетям мобильной связи и Интернет.

### Цитированная литература

1. **Шахтарин Б.И., Сизых В.В., Сидоркина Ю.А. и др.** Синхронизация в радиосвязи и радионавигации: учебное пособие. – М.: Горячая линия-Телеком, 2011. – 278 с.
2. <http://microwind.net>

3. <http://optiwave.com>
4. **Хоровиц П., Хилл У.** Искусство схемотехники: в 2-х т. – Т 2. – М.: Мир, 1986.
5. **Сухман С.М., Берман А.В., Шевкопляс Б.В.** Синхронизация в телекоммуникационных системах. Анализ инженерных решений. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 272 с.
6. **Шекопляс Б.В.** Синхронизация в телекоммуникационных системах. Сборник задач: учебное пособие. – М.: Радиософт, 2012. – 368 с.
7. **Макаревич А.Л., Соковнич С.М., Токарь М.С.** Схемотехника устройств синхронизации в сетях высокоскоростной передачи данных // Тр. 8-й Всероссийской научно-техн. конф. «Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем». МЭС, 2018.

УДК 512.548.7:003.26

## РОЛЬ КВАЗИГРУПП В КРИПТОСИСТЕМАХ. АЛГОРИТМ МАРКОВСКОГО

*В.А. Щербаков, Н.Н. Малютина*

*Исследован вопрос о роли квазигрупп в криптосистемах и работа алгоритма Марковского для различных квазигрупп и их парастрофов.*

**Ключевые слова:** квазигруппа, левая и правая квазигруппы, криптоалгоритм, парастрофы, алгоритм Марковского, ключ.

## ROLE OF QUASIGROUP IN CRYPTOSYSTEMS. ALGORITHM OF MARKOVSKY

*V.A. Shcherbakov, N.N. Malutina*

*The article investigates the issue of the role of quasigroups in cryptosystems and the work of Markovsky algorithm for various quasigroups and their parastrophs.*

**Keywords:** quasigroup, left and right quasigroups, cryptoalgorithm, parastrophs, Markovsky algorithm, key.

На сегодняшний день теория приложений квазигрупп в криптологии проходит период бурного развития. Поэтому любой обзор результатов в данной области исследования достаточно быстро устарева-

ет. Криптология – это наука, которая состоит из двух частей: криптографии и криптоанализа. Криптография изучает методы преобразования (шифрования) информации с целью ее защиты от неза-

конного пользователя. Криптоанализ – наука о методах и способах разрушения (раскрытия) шифров. В некотором смысле криптография – это «защита», т. е. наука о построении новых шифров, а криптоанализ – это «атака», т. е. наука о совокупности методов взлома шифров. В криптологии часто противник (незаконный пользователь) знает либо всю процедуру шифрования, либо часть открытого текста, за исключением ключа.

Многие авторы различают криптологию с непубличным (симметричным) ключом и криптологию с публичным или несимметричным ключом. Причем почти все известные конструкции кодов обнаружения и исправления ошибок, криптографических алгоритмов и систем шифрования применяют ассоциативные алгебраические структуры, такие как группы и поля [1].

Существует возможность использования таких неассоциативных структур, как квазигруппы и Нео-поля, практически во всех отраслях теории кодирования, и особенно в криптологии [2]. Коды и шифры, основанные на неассоциативных системах, показывают лучшие возможности, чем известные коды и шифры, основанные на ассоциативных системах.

**Определение 1.** Непустое множество  $Q$  с определенной на нем бинарной операцией  $A$  называется *группоидом* и обозначается  $(Q, A)$ .

При этом на множестве  $Q$  имеется столько группоидов, сколько существует различных операций на нем [1].

**Определение 2.** Группоид  $(Q, A)$  называется *квазигруппой*, если  $\forall a, b \in Q$  уравнения  $A(a, x) = b$  и  $A(y, a) = b$  однозначно разрешимы.

Данное определение квазигруппы называется экзистенциальным. Существуют и другие определения квазигрупп [2].

Любой конечный группоид можно задать при помощи таблицы Кэли. Для ква-

зигрупп эта таблица обладает особенностью: все элементы в каждом столбце и в каждой строке различны.

**Определение 3.** С заданной бинарной квазигруппой  $(Q, A)$  можно связать еще пять, которые называются парастрофами данной квазигруппы:

$$\begin{aligned} A(x_1, x_2) &= x_3 \text{ (операция } \cdot \text{)}; \\ A^{(12)}(x_2, x_1) &= x_3 \text{ (операция } * \text{)}; \\ A^{(13)}(x_3, x_2) &= x_1 \text{ (операция } / \text{)}; \\ A^{(23)}(x_1, x_3) &= x_2 \text{ (операция } \backslash \text{)}; \\ A^{(123)}(x_2, x_3) &= x_1 \text{ (операция } // \text{)}; \\ A^{(132)}(x_3, x_1) &= x_2 \text{ (операция } \backslash \backslash \text{)}. \end{aligned}$$

Квазигруппы являются одним из средств безопасного шифрования.

Квазигруппа  $(Q, \cdot)$  и ее (23)-парастроф  $(Q, \backslash)$  удовлетворяют следующим тождествам:

$$x \backslash (x \cdot y) = y, \quad x \cdot (x \backslash y) = y.$$

Это свойство квазигрупп можно использовать для построения поточного шифра.

**Алгоритм Марковского.** Пусть  $A$  – непустой алфавит,  $k$  – натуральное число,  $u_i, u_j \in A, i \in \{1, \dots, k\}$ . Определим квазигруппу  $(A, \cdot)$ . Понятно, что квазигруппа  $(A, \backslash)$  определяется единственным образом. Мы возьмем фиксированный элемент  $l (l \in A)$ , который назовем лидером.

Пусть  $u_1 u_2 \dots u_k$  будет кортежем длины  $k$  букв из алфавита  $A$ . Автор предлагает следующий порядок шифрования:

$$\begin{aligned} v_1 &= l \cdot u_1; \\ v_2 &= v_1 \cdot u_2, \dots; \\ v_i &= v_{i-1} \cdot u_i, \text{ где } i = 2, 3, \dots, k. \end{aligned}$$

Поэтому мы получаем следующий зашифрованный текст:  $v_1 v_2 \dots v_k$ .

Проверочный алгоритм строится таким образом:

$$\begin{aligned} u_1 &= l \backslash v_1; \\ u_2 &= v_1 \backslash v_2, \dots; \\ u_i &= v_{i-1} \backslash v_i, \text{ где } i = 2, 3, \dots, k. \end{aligned}$$

В этой процедуре шифрования закрытым ключом для отправителя и получателя является квазигруппа  $(A, \cdot)$  и элемент-лидер  $l$ . Поэтому перед нами криптосистема с симметричными ключами. Считается, что данный шифр устойчив к атаке грубой силы (исчерпывающий поиск) и статистической атаке (на многих языках некоторые буквы появляются вместе чаще, чем другие буквы этого же алфавита) [3].

**Пример 1.** Пусть алфавит имеет вид:  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . Построим на нем следующую квазигруппу:

$\cdot$	0	1	2	3
0	1	3	0	2
1	2	1	3	0
2	3	0	2	1
3	0	2	1	3

Учитывая, что  $A^{(23)}(x_1, x_3) = x_2$  (операция  $\setminus$ ), для квазигруппы  $(A, \setminus)$  получим таблицу Кэли:

$\setminus$	0	1	2	3
0	2	0	3	1
1	3	1	0	2
2	1	3	2	0
3	0	2	1	3

Пусть  $l = 2$  и открытый текст:  $u = 001320321$ , тогда имеем:

$$\begin{aligned}
 u_1 = 0, & & v_1 = l \cdot u_1 = 2 \cdot 0 = 3, \\
 u_2 = 0, & & v_2 = v_1 \cdot u_2 = 3 \cdot 0 = 0, \\
 u_3 = 1, & & v_3 = v_2 \cdot u_3 = 0 \cdot 1 = 3, \\
 u_4 = 3, & & v_4 = v_3 \cdot u_4 = 3 \cdot 3 = 3, \\
 u_5 = 2, & & v_5 = v_4 \cdot u_5 = 3 \cdot 2 = 1, \\
 u_6 = 0, & & v_6 = v_5 \cdot u_6 = 1 \cdot 0 = 2, \\
 u_7 = 3, & & v_7 = v_6 \cdot u_7 = 2 \cdot 3 = 1, \\
 u_8 = 2, & & v_8 = v_7 \cdot u_8 = 1 \cdot 2 = 3, \\
 u_9 = 1, & & v_9 = v_8 \cdot u_9 = 3 \cdot 1 = 2.
 \end{aligned}$$

Тогда зашифрованный текст:  $v = 303312132$ .

Применяя функцию декодирования к  $v$ , мы получаем:

$$\begin{aligned}
 u_1 = l \setminus v_1 = 2 \setminus 3 = 0, \\
 u_2 = v_1 \setminus v_2 = 3 \setminus 0 = 0, \\
 u_3 = v_2 \setminus v_3 = 0 \setminus 3 = 1, \\
 u_4 = v_3 \setminus v_4 = 3 \setminus 3 = 3, \\
 u_5 = v_4 \setminus v_5 = 3 \setminus 1 = 2, \\
 u_6 = v_5 \setminus v_6 = 1 \setminus 2 = 0, \\
 u_7 = v_6 \setminus v_7 = 2 \setminus 1 = 3, \\
 u_8 = v_7 \setminus v_8 = 1 \setminus 3 = 2, \\
 u_9 = v_8 \setminus v_9 = 3 \setminus 2 = 1.
 \end{aligned}$$

Мы получаем исходное слово:  $001320321 = u$ .

Алгоритм Марковского будет работать для левых и правых квазигрупп.

**Пример 2.** Пусть алфавит имеет вид:  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . Построим на нем левую квазигруппу (однозначно разрешимо только одно уравнение:  $A(a, x) = b$ , т. е. в столбцах элементы могут повторяться, а в строках – нет):

$\cdot$	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	1	0	2	3
2	0	2	3	1
3	3	1	0	2

Учитывая, что  $A^{(23)}(x_1, x_3) = x_2$  (операция  $\setminus$ ), для квазигруппы  $(A, \setminus)$  получим проверочную таблицу Кэли:

$\setminus$	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	1	0	2	3
2	0	3	1	2
3	2	1	3	0

Пусть  $l=3$  и открытый текст:  $u = 23100313$ , тогда имеем:

$$\begin{aligned} u_1 &= 2, & v_1 &= l \cdot u_1 = 3 \cdot 2 = 0, \\ u_2 &= 3, & v_2 &= v_1 \cdot u_2 = 0 \cdot 3 = 3, \\ u_3 &= 1, & v_3 &= v_2 \cdot u_3 = 3 \cdot 1 = 1, \\ u_4 &= 0, & v_4 &= v_3 \cdot u_4 = 1 \cdot 0 = 1, \\ u_5 &= 0, & v_5 &= v_4 \cdot u_5 = 1 \cdot 0 = 1, \\ u_6 &= 3, & v_6 &= v_5 \cdot u_6 = 1 \cdot 3 = 3, \\ u_7 &= 1, & v_7 &= v_6 \cdot u_7 = 3 \cdot 1 = 1, \\ u_8 &= 3, & v_8 &= v_7 \cdot u_8 = 1 \cdot 3 = 3. \end{aligned}$$

Тогда зашифрованный текст имеет вид:  $v = 03111313$ .

Применяя функцию декодирования к  $v$ , мы получаем исходное слово  $u$ :

$$\begin{aligned} u_1 &= l \setminus v_1 = 3 \setminus 0 = 2, \\ u_2 &= v_1 \setminus v_2 = 0 \setminus 3 = 3, \\ u_3 &= v_2 \setminus v_3 = 3 \setminus 1 = 1, \\ u_4 &= v_3 \setminus v_4 = 1 \setminus 1 = 0, \\ u_5 &= v_4 \setminus v_5 = 1 \setminus 1 = 0, \\ u_6 &= v_5 \setminus v_6 = 1 \setminus 3 = 3, \\ u_7 &= v_6 \setminus v_7 = 3 \setminus 1 = 1, \\ u_8 &= v_7 \setminus v_8 = 1 \setminus 3 = 3. \end{aligned}$$

Пусть теперь  $(Q, \cdot)$  – правая квазигруппа (только одно уравнение однозначно разрешимо:  $A(y, a) = b$ ) и ее (13)-парастроф  $(Q, /)$ , причем для данной квазигруппы выполняются следующие тождества:

$$(y/x) \cdot x = y, \quad (y \cdot x) / x = y.$$

Алгоритм Марковского для правой квазигруппы примет вид:

$$\begin{aligned} v_1 &= u_1 \cdot l, \\ v_2 &= u_2 \cdot v_1, \dots, \\ v_i &= u_i \cdot v_{i-1}, \text{ где } i = 2, 3, \dots, k. \end{aligned}$$

Мы получим следующий зашифрованный текст:  $v_1 v_2 \dots v_k$ .

Проверочный алгоритм строится следующим образом:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 / l \\ u_2 &= v_2 / v_1, \dots, \\ u_i &= v_i / v_{i-1}, \text{ где } i = 2, 3, \dots, k. \end{aligned}$$

**Пример 3.** Пусть алфавит имеет вид:  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Построим на нем правую квазигруппу (в строчках элементы могут повторяться, а в столбцах – нет):

·	0	1	2	3	4
0	4	4	0	2	1
1	0	2	4	1	3
2	2	0	1	3	2
3	1	3	2	0	4
4	3	1	3	4	0

Квазигруппа  $(A, /)$  имеет следующую таблицу Кэли:

/	0	1	2	3	4
0	1	2	0	3	4
1	3	4	2	1	0
2	2	1	3	0	2
3	4	3	4	2	1
4	0	0	1	4	3

Пусть  $l=2$  и открытый текст:  $u = 43210013$ , тогда имеем:

$$\begin{aligned} u_1 &= 4, & v_1 &= u_1 \cdot l = 4 \cdot 2 = 3, \\ u_2 &= 3, & v_2 &= u_2 \cdot v_1 = 3 \cdot 3 = 0, \\ u_3 &= 2, & v_3 &= u_3 \cdot v_2 = 2 \cdot 0 = 2, \\ u_4 &= 1, & v_4 &= u_4 \cdot v_3 = 1 \cdot 2 = 4, \\ u_5 &= 0, & v_5 &= u_5 \cdot v_4 = 0 \cdot 4 = 1, \\ u_6 &= 0, & v_6 &= u_6 \cdot v_5 = 0 \cdot 1 = 4, \\ u_7 &= 1, & v_7 &= u_7 \cdot v_6 = 1 \cdot 4 = 3, \\ u_8 &= 3, & v_8 &= u_8 \cdot v_7 = 3 \cdot 3 = 0. \end{aligned}$$

Тогда зашифрованный текст имеет вид:  $v = 30241430$ .

Применим к нему функцию декодирования и получим  $u$ :

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 / l = 3 / 2 = 4, \\ u_2 &= v_2 / v_1 = 0 / 3 = 3, \\ u_3 &= v_3 / v_2 = 2 / 0 = 2, \\ u_4 &= v_4 / v_3 = 4 / 2 = 1, \\ u_5 &= v_5 / v_4 = 1 / 4 = 0, \\ u_6 &= v_6 / v_5 = 4 / 1 = 0, \\ u_7 &= v_7 / v_6 = 3 / 4 = 1, \\ u_8 &= v_8 / v_7 = 0 / 3 = 3. \end{aligned}$$

В этой конструкции могут также использоваться  $n$ -арные квазигруппы и их парастрофы [1, 3, 4].

Мы планируем рассмотреть обобщение криптоалгоритма Марковского, основанное на использовании  $n$ -арного группоида, который обратим, по крайней мере, на одном месте. Ясно, что такой криптоалгоритм, который основывается на применении бинарных или  $n$ -арных квазигрупп, обладает лучшим «смешивающим свойством», чем предложенный ранее алгоритм. Но с другой стороны, хорошо известно, что бинарная ( $n$ -арная) квазигруппа, используемая в алгоритме Марковского, является ключевой. Понятно, что количество  $i$ -обратимых  $n$ -группоидов (число  $n$  фиксированно) больше, чем ко-

личество  $n$ -арных квазигрупп (число  $n$  фиксированно). Это и послужило толчком к построению обобщений алгоритма Марковского.

### Цитированная литература

1. Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп. – М.: Наука, 1967.
2. Shcherbacov V.A. Quasigroup based crypto-algorithms, 2012. arXiv: 1201.3016.
3. Shcherbacov V.A. Elements of Quasigroup Theory and Applications. CRC Press, Boca Raton, 2017.
4. Vojvoda M. Cryptanalysis of one hash function based on quasigroup. Tatra Mt. Math.Publ., 29:173{181, 2004. MR2201663 (2006k: 94117).

УДК 512.552.5

## ПОЛЯ И РАДИКАЛЬНЫЕ КОЛЬЦА

Ю.М. Рябухин, Н.Л. Григорьева

*Показано, что в полях существуют, как правило, радикальные подкольца. При этом применено условие В.А. Андрунакевича вложимости коммутативных колец в радикальные кольца. Одновременно доказано, что в полях максимальные подкольца, не содержащие единицу, всегда радикальны. Для более специальных полей, например для поля  $\mathbb{Q}$  рациональных чисел, получено точное описание его радикальных подколец.*

**Ключевые слова:** коммутативные кольца, кольца частных или дробей, радикальные кольца.

## FIELDS AND RADICAL RINGS

Yu.M. Riabukhin, N.L. Grigorieva

*It is shown, the fields usually contain radical sub rings. The authors used the condition of Andrunakevich about the application of commutative rings to radical rings. It is proved, in the fields the maximal sub rings that don't contain a unity, are always radical. The specific description of the radical sub rings is obtained for more special fields, e.g. for the field of  $\mathbb{Q}$  rational numbers.*

**Keywords:** commutative rings, rings quotients of fractions, radical rings.

Настоящая статья является продолжением предыдущих работ. Рассмотрим коммутативные кольца и покажем, что с

полями связаны более специальные, радикальные кольца. Для этого напомним основные определения и некоторые конструкции.

Согласно обычному определению кольцо  $-K(+, 0, -)$  всегда имеет 0, а его операции сложения и умножения связаны законами:

$$\begin{aligned}(x + y) + z &= y + (x + z), \quad x + y = y + x, \\ x + 0 &= x = 0 + x, \quad x + (-x) = 0 = (-x) + x, \\ x(yz) &= (yx)z, \quad x(y + z) = xy + xz, \\ (x + y)z &= xz + yz.\end{aligned}$$

Иначе говоря, с кольцом  $K$  связывается его аддитивная абелева группа  $K(+, 0, -)$  и мультипликативная полугруппа  $K(\cdot)$ , а операции связаны законами дистрибутивности. Одновременно получается, что всегда  $x \cdot 0 = 0 = 0 \cdot x$ .

Мы будем рассматривать только коммутативные кольца (в которых всегда  $xu = ux$ ), т. е. умножение коммутативно, а иногда и кольца  $A$  с единицей  $e \in A$ , для которой всегда  $xe = x = ex$  и всегда предполагается, что  $e \neq 0$  (если считать, что  $e = 0$ , то все элементы будут нулевыми). **Поля** – это коммутативные кольца с единицей  $e \neq 0$ , в которой все ненулевые элементы обратимы ( $aa^{-1} = e = a^{-1}a$  для ненулевых элементов), т. е. образуют мультипликативную группу с данной единицей.

Из определения вытекает, что поле является ненулевым кольцом без делителей нуля, т. е. всегда  $a \neq 0 \neq b \Rightarrow ab \neq 0$ . При этом, конечно, не всякое коммутативное кольцо без делителей нуля является полем, но все такие кольца вкладываются в поля как подкольца. Это делается с помощью конструкции колец частных или дробей. Напомним более общую конструкцию для коммутативных колец без делителей нуля.

Пусть  $K$  – коммутативное кольцо без делителей нуля, а  $S$  – мультипликативная замкнутая подсистема в  $K$ , не содержащая нуля. Тогда можно построить кольцо дробей  $KS^{-1}$  (в котором элементы из  $S$  обращаются).

Элементами кольца  $KS^{-1}$  являются дроби  $\frac{k}{s}$ , где  $k \in K$ ,  $s \in S$ , причем применяется правило равенства:  $\frac{k}{s} = \frac{t}{b}$ , если  $kb = st$ . Операции определяются по правилам:

$$\frac{k}{s} + \frac{a}{b} = \frac{kb + sa}{sb} \in KS^{-1}, \quad \frac{k}{s} \cdot \frac{a}{b} = \frac{ka}{sb} \in KS^{-1}.$$

При этом элементы  $\frac{ks}{s}$  совпадают и правило  $k = \frac{ks}{s}$  задает правило вложения кольца  $K$  в кольцо  $KS^{-1}$  в качестве подкольца. В кольце  $KS^{-1}$  имеется единица  $e = \frac{s}{s}$ , а все элементы из  $S$  оказываются обратимыми.

В частности,  $K \setminus \{0\}$  является мультипликативной замкнутой системой, не содержащей нуля, и в этом случае соответствующее кольцо дробей оказывается полем. Для других мультипликативно замкнутых подсистем  $S$  соответствующие кольца  $KS^{-1}$  могут и не быть полями. При этом можно заметить, что для идеала  $I$  множество  $IS^{-1} = \left\{ \frac{i}{s} \mid i \in I, s \in S \right\}$  оказывается идеалом кольца  $KS^{-1}$ . Мы будем применять и эту конструкцию.

**Замечание 1.** Наиболее известными являются кольцо  $Z$  целых чисел и поле  $Q$  рациональных чисел. При этом все ненулевые подкольца в  $Z$  являются идеалами и имеют вид  $kZ = \{kz \mid z \in Z\}$  для натуральных чисел  $k$ . Если  $k \geq 2$ , то кольцо  $kZ$  не имеет единицы, но соответствующее поле дробей все равно совпадает с полем  $Q$ . Однако это специфика кольца  $Z$ .

Кольца можно определять и применяя операцию присоединенного умножения, заданного по правилу  $x \circ y = x + y - xy$ . Это связано с тем, что присоединенное умножение обладает свойствами, похожими на свойства обычного умножения, что наиболее точно проявляется для колец  $A$  с единицей  $e \in A$ ,  $e \neq 0$ . Для такого

кольца можно рассмотреть отображение, заданное по правилу  $\chi: A \rightarrow A$  следующим образом  $a\chi = e - a$ . Отображение  $\chi$  оказывается взаимно однозначным или обратным себе, так как  $\chi^2 = \varepsilon_A$ , и для этого отображения получим, что  $(ab)\chi = e - ab = (e - a) + (e - b) - (e - a)(e - b) = a\chi \circ b\chi$ . И аналогично  $(a \circ b)\chi = a\chi b\chi$ . В результате получаем, что присоединенное умножение ассоциативно,  $A\chi = A$  и мультипликативная полугруппа  $A(\cdot)$  изоморфна  $A(\circ)$ , так как изоморфизм  $A(\cdot) \approx A(\circ)$  получился благодаря отображению  $\chi$ . В частности,  $e\chi = 0 \neq e = 0\chi$ , но  $A(\circ)$  получается с единицей 0, так как  $e - e = 0$  и  $A(\cdot)$  полугруппа с единицей  $e$ .

**Замечание 2.** Если учесть присоединенное сложение, которое определяется по правилу  $a \oplus b = a + b - e$ , то получим изоморфное представление кольца  $A$  с единицей с помощью присоединенных операций. В этой ситуации отображение  $\chi$  оказывается изоморфизмом  $A(+, 0, -, \cdot, e) \approx A(\oplus, e, \ominus, \circ, 0)$ . В частности, если элемент  $a \in A$  обратим, т. е.  $a \neq 0$  и для обратного элемента получается равенство  $aa^{-1} = e = a^{-1}a$ , то для  $a\chi$  получается  $a\chi \circ (a^{-1})\chi = 0 = (a^{-1})\chi \circ a\chi$ . Таким образом, в алгебре  $A$  с единицей обратимые элементы соответствуют присоединенным обратимым элементам  $r$  таким, что  $r \circ r' = 0 = r' \circ r$ . Поэтому присоединенные обратимые элементы, или радикальные, образуют присоединенную группу  $U(A(\circ))$ , изоморфную мультипликативной группе  $U(A(\cdot))$  из обратимых элементов.

После этого заметим, что присоединенное умножение можно определять и без единицы, так как  $x \circ y = x + y - xy$ . Кроме того, любая алгебра или кольцо является даже идеалом некоторого кольца с единицей. Поэтому для любого кольца  $K$  получим присоединенный моноид  $K(\circ)$ , в котором нуль играет роль единицы, так как  $x \circ 0 = x = 0 \circ x$ . Но тогда можем постро-

ить и присоединенную группу  $U(K(\circ))$ , состоящую из присоединенных обратимых элементов таких, что  $r \circ r' = 0 = r' \circ r$ , даже если в  $K$  нет единицы.

В результате получается, что кольцо  $K$  – это аддитивная абелева группа  $K = K(+, -, 0)$  с нулем 0 и мультипликативный моноид  $K(\circ)$  с единицей 0, которые связаны соответствующими законами дистрибутивности, что доказано в работе В.А. Андрунакевича [1].

Из указанных определений вытекает, что ненулевое кольцо  $A$  никогда не является группой относительно обычного умножения и только для тел  $T$  или полей получается равенство  $U(T) = T \setminus \{0\}$  (все ненулевые элементы, и только они обратимы).

Однако для кольца  $K$  может оказаться, что  $K = U(K(\circ))$ , т. е. в этом кольце все элементы присоединенно обратимы, или радикальны. Такое кольцо называется радикальным и на примерах можно показать, что существуют различные ненулевые радикальные кольца.

Так, например, из любой абелевой группы  $B(+, -, 0)$  получается кольцо, если положить  $xy \equiv 0$  для всех  $x, y \in B$ . Такое кольцо с нулевым умножением, конечно, является радикальным, так как в этом случае получается равенство  $x \circ y = x + y - xy = x + y$ . Однако имеются и многие другие радикальные кольца уже с ненулевым умножением, и мы покажем, что радикальные кольца можно строить с помощью полей.

Замечаем, что в ненулевом радикальном кольце всегда нет единицы, так как для единицы  $e$  получается равенство  $x \circ e = e = e \circ x$  для всех элементов. Кроме того, учтем, что любое коммутативное кольцо без делителей нуля вкладывается в поле – свое поле дробей.

**Теорема 1.** Коммутативное кольцо  $K$  без делителей нуля вкладывается в радикальное тогда и только тогда, когда

$K$  не содержит единицу. При этом кольцо  $K$  является подкольцом поля  $F$  своего поля дробей,  $e - K = \{e - \kappa \mid \kappa \in K\}$  – мультипликативная замкнутая подсистема, не содержащая нуля, и оказывается, что  $K \subseteq K(e - K)^{-1} \subseteq F$  и это подкольцо  $K(e - K)^{-1}$  поля  $F$  – наименьшее радикальное подкольцо, содержащее  $K$ .

**Доказательство.** Можно считать, что  $K$  – ненулевой идеал коммутативного кольца  $A$  с единицей  $e \neq 0$  и без делителей нуля, причем в  $K$  уже нет единицы (т. е.  $0 \neq K \neq A$ ). В частности, кольца  $K$  и  $A$  имеют одно и то же поле  $F$  дробей. В поле  $F$  имеется единица  $e \in A$ , но  $e \notin K$ . Кроме того, для всех элементов из  $K$  получаются равенства  $(e - x)(e - y) = e - x \circ y \neq 0$ ,  $x \circ y = x + y - xy \in K$ . Поэтому  $e - K$  оказывается мультипликативной замкнутой подсистемой, не содержащей нуля, и мы можем построить соответствующие кольца дробей  $K(e - K)^{-1} \subseteq A(e - K)^{-1}$  как подкольца поля  $F$ . После этого остается применить замечание 2 и сказанное после него.

Действительно, в поле  $F$  все ненулевые элементы обратимы. В частности, если  $a \in F$  и  $a \neq e$ , то существуют  $(e - a)^{-1} \in F$ . Одновременно из равенства  $a \circ a' = 0 = a + a' - aa'$  получается, что  $(e - a)(e - a') = e$ , поэтому  $e - a' = (e - a)^{-1}$  и потому  $a' = e - (e - a)^{-1} = \frac{-a}{e - a}$ . Все элементы  $a \in K$  оказываются радикальными, так как  $(e - a)^{-1} \in F$ , и мы уже знаем соответствующие присоединенно обратные элементы  $a' = \frac{-a}{e - a}$ . Но тогда для элементов из  $K(e - K)^{-1}$  прямыми вычислениями получаем равенство  $\frac{x}{e - y} = (x + y) \circ y'$  и потому все элементы из  $K(e - K)^{-1}$  имеют вид «присоединенных» дробей  $z \circ y'$ , где  $z, y \in K$ , а все эти дроби радикальны, так как  $(z \circ y')' = y \circ z' \in K(e - K)^{-1}$ .

В итоге оказалось, что в кольце  $K(e - K)^{-1}$  все элементы радикальные – присоединенно обратимы в этом кольце, а потому  $K(e - K)^{-1}$  – радикальное подкольцо, порожденное подкольцом  $K$ . На самом деле получилось, что это подкольцо  $K(e - K)^{-1}$  – наименьшее радикальное подкольцо поля  $F$ , содержащее заданное подкольцо  $K$ , что и завершает доказательство.

**Замечание 3.** В теореме 1 фактически доказано, что коммутативное кольцо  $K$  без делителей нуля вкладывается в радикальное тогда и только тогда, когда  $K$  не содержит единицу. На самом деле это доказано в работе [1], а построенное радикальное кольцо  $K \subseteq K(e - K)^{-1} = K \circ K' = \{z \circ y' \mid z, y \in K\}$  является радикальным кольцом присоединенных дробей [1, 3].

**Теорема 2.** В поле  $F$  максимальные подкольца, не содержащие единицу, всегда радикальные.

**Доказательство.** Конечно, существуют подкольца  $R$ , не содержащие единицу поля  $F$ , так как одним из них является нулевое кольцо. Но объединение цепочки подколец, не содержащих единицу, тоже не содержит единицу, поэтому каждое подкольцо, не содержащее единицу, содержится в некотором максимальном подкольце  $M$ , не содержащем единицу 1.

Пусть  $M$  – максимальное подкольцо и  $(e - M)$  – соответствующая мультипликативная замкнутая подсистема, не содержащая нуля. Тогда согласно теореме 1 можем построить радикальное подкольцо  $M(e - M)^{-1} = M \circ M' \supseteq M$ . Это подкольцо не содержит единицу, а потому  $M = M(e - M)^{-1}$  в силу максимальной подкольца  $M$ .

**Замечание 4.** Согласно теоремам 1, 2 в полях существуют, как правило, достаточно разнообразные ненулевые радикальные подкольца. Точнее, в поле  $F$  ненулевые радикальные подкольца существуют тогда

и только тогда, когда существуют ненулевые подкольца  $K$ , не содержащие единицу. После этого можно описать и «исключения» – в поле  $F$  все ненулевые подкольца имеют единицу (и являются полями) тогда и только тогда, когда  $F$  является алгебраическим расширением конечного поля (своего простого подполя  $Z_p$ , порожденного единицей). В результате получается, что все указанные «исключения» имеют конечную простую характеристику  $p \geq 2$ , а в поле нулевой характеристики всегда имеются ненулевые радикальные подкольца, так как в поле  $Q$  рациональных чисел, конечно, есть ненулевые подкольца, не содержащие единицу (см. замечание 1).

Более точный результат, а иногда и описание радикальных подколец поля, можно получить рассматривая более специальные кольца без делителей нуля. При этом применяется соответствующее кольцо  $KS^{-1}$  дробей. Мы уже отмечали, что в кольце целых чисел  $Z$  имеются подкольца, не содержащие единицу, и это подкольца  $kZ = \{kz \mid z \in Z\}$  для  $k \geq 2$ , причем это дает нам точное описание подколец, не содержащих единицу в кольце  $Z$ . Для всех этих колец получается одно и то же поле дробей – поле  $Q$  рациональных чисел. А с помощью указанной выше конструкции можно описать все подкольца с единицей поля  $Q$  и все его радикальные подкольца. На самом деле это было доказано в работах [2, 4–7], но мы напомним, как это делалось.

Возьмем множество всех ненулевых элементов в  $K$ , получим мультипликативную замкнутую систему, а кольцо  $KS^{-1}$  – поле дробей. Учитывая это и специфику кольца целых чисел, можем описать все подкольца с единицей поля  $Q$ .

**Теорема 3.** Для кольца  $Z$  целых чисел все его кольца дробей  $ZS^{-1}$  являются подкольцами поля  $Q$  и содержат единицу. Если  $K$  подкольцо в  $Q$ , содержащее единицу, то  $K = ZS^{-1}$  для некоторой мультипли-

кативной замкнутой подсистемы  $S$  (можно считать, что  $S$  состоит из натуральных чисел, обратимых в  $K$ ). Более того, если  $H$  – подмножество множества простых чисел  $P$ , то для соответствующей мультипликативной замкнутой системы  $\tilde{H}$  (порожденной  $H$ ) можно построить подкольцо  $Z\tilde{H}^{-1}$ , являющееся подкольцом поля  $Q$ . А это дает нам полное и точное описание подколец поля  $Q$ , содержащих единицу.

Если подкольцо поля  $Q$  содержит единицу, то  $K \supset Z$ , так как подкольцо  $Z$  порождается единицей. Если указанное  $K \neq Z$ , то возникают целые числа, обратимые в  $K$ , и получается, что  $K = ZS^{-1}$  для некоторой мультипликативной замкнутой подсистемы  $S$ , состоящей из натуральных чисел, обратимых в  $K$ . При этом в качестве  $S$  можно взять множество всех натуральных чисел, обратимых в  $K$ .

Затем можно применить основную теорему арифметики – натуральное число  $m \geq 2$  однозначно представляется в виде произведения степеней попарно разных простых чисел  $m = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_n^{k_n}$ . Но если натуральное число  $m \geq 2$  обратимо, то обратимы и все его делители, в том числе простые. Поэтому для заданной системы  $S$  можно учесть множество  $\pi(S) = H$  простых делителей элементов из  $S$ , а для заданного  $H$  можно построить порожденную им мультипликативную замкнутую подсистему  $\tilde{H}$ . А в результате получится, что  $ZS^{-1} = Z\tilde{H}^{-1}$  и дает нам уже точное и полное описание подколец, содержащих единицу.

**Замечание 5.** Разным мультипликативным системам может соответствовать одно и то же кольцо частных. Например, с помощью мультипликативной замкнутой системы  $S = \{6^n \mid n \in N \cup \{0\}\}$  можно построить кольцо частных. В этом случае  $\pi(S) = H = \{2, 3\}$  и  $\tilde{H} = \{2^n \cdot 3^m \mid m, n \in N \cup \{0\}\}$ . В результате получится, согласно теореме, что  $ZS^{-1} = Z\tilde{H}^{-1}$ , хотя  $S$  и  $\tilde{H}$  – разные мультипликативные системы.

Однако представление указанных подколец в виде  $Z\tilde{H}^{-1}$  (с помощью простых чисел) уже точное, так как разным множествам простых чисел соответствуют разные кольца частных. Можно заметить, что включению  $H_1 \subset H_2$  в точности соответствует включение  $Z\tilde{H}_1 \subset Z\tilde{H}_2$ . Иначе говоря, указанные подкольца  $Z\tilde{H}^{-1}$  образуют решетку, изоморфную решетке всех подмножеств множества  $P$  простых чисел.

В частности,  $Z$  соответствует пустому множеству простых чисел, для каждого  $p \in P$  соответствующие  $Z\{\tilde{p}\}^{-1}$  – это минимальные подкольца с единицей, а  $Z\tilde{H}^{-1}$  для  $H = P \setminus \{p\}$  – это максимальные подкольца с единицей. Кроме того,  $Z\tilde{P}^{-1} = Q$ , так как все натуральные числа являются произведением простых.

В поле  $Q$ , конечно, есть подкольца, не содержащие единицу. Но для каждого такого подкольца получается  $K \subseteq K + Z \subseteq Q$ , причем  $K + Z$  уже подкольцо с единицей и потому описано в теореме 3,  $K$  является идеалом в  $K + Z$ . А в результате получается следующая теорема.

**Теорема 4.** Подкольца поля  $Q$ , не содержащие единицу, представляются в виде  $mkZ\tilde{H}^{-1}$ , где  $Z\tilde{H}^{-1}$  – подкольцо с единицей (см. теорему 3 и замечание 1). В частности, для любого натурального числа  $k \geq 2$  получаются уже радикальные подкольца  $kZ(e - kZ)^{-1}$  (см. теорему 1). Одновременно оказывается, что радикальные подкольца однозначно представляются в виде

$R_k = \left\{ \frac{mk}{1 - nk} \mid m, n \in Z \right\}$  для натуральных чисел  $k \geq 2$ .

Это доказано в работах [4–7], и мы отметим только, что для ненулевого радикального подкольца  $R$  всегда  $R \cap Z = kZ$  для некоторого натурального числа  $k \geq 2$ , что и приводит к представлению  $R = R_k$ .

Отметим, что все радикальные подкольца  $R_k$  были описаны в работе [1], а максимальные среди них – в работе [2].

Аналогично можно построить подалгебры с единицей поля  $\Phi(t) = F$  – поля дробей алгебры  $\Phi[t] = A$  многочленов, так как в алгебре  $A$  описываются все ее ненулевые идеалы и имеется аналог основной теоремы арифметики, а после этого строятся и некоторые радикальные подалгебры. Например, если  $R$  – радикальная подалгебра поля  $\Phi(t) = F$  и  $RA \subset R$ , то  $R = gA(e - gA)^{-1}$  для некоторого многочлена  $g \in A$ .

Затем необходимо учесть множество  $\pi(S) = H$ , где  $H$  – множество неприводимых многочленов, являющихся делителями многочленов из  $S$ , и соответствующую мультипликативную замкнутую систему  $\tilde{H}$ , порожденную  $H$ . А в результате получается что  $K = AS^{-1} = A\tilde{H}^{-1}$ , что дает точное описание  $A$ -подалгебр с единицей 1 поля  $F$ . Любая  $A$ -подалгебра является идеалом некоторой  $A$ -подалгебры с единицей, например  $A$ -подалгебры  $A = K$ .

Имеют место следующие теоремы.

**Теорема 5.** В поле  $\Phi(t)$  существуют максимальные, отличные от  $\Phi(t)$   $A$ -подалгебры. Все эти максимальные  $A$ -подалгебры содержат единицу 1 и имеют вид  $K = A \cdot L$ , где  $L = M \setminus \{h\}$  – множество неприводимых многочленов без одного.

**Теорема 6.** Если  $K$  – ненулевое подкольцо в  $\Phi_1(t)$ , не содержащее единицу, то  $K = gA\tilde{H}^{-1}$  для  $g \notin H$ , где  $H$  – некоторое множество неприводимых многочленов.

**Следствие.** Существуют максимальные  $A$ -подалгебры в  $\Phi(t)$ , не содержащие единицу. Они имеют вид  $gA\left\{ \overline{M \setminus \{g\}} \right\}^{-1}$  для некоторого неприводимого многочлена  $g$  и являются радикальными подалгебрами.

Максимальные  $A$ -подалгебры, не содержащие единицу, всегда существуют и всегда являются радикальными. Они имеют вид  $M = M(e - M)^{-1}$ . Используя общую теорему 1, имеем, что  $K = K(e - K)^{-1}$ .

Если кольцо с однозначным разложением на множители, то можно увеличить его с помощью простых многочленов (например, все неприводимые многочлены), тогда в мультипликативно замкнутой системе  $e-K$  они разлагаются в произведение степеней неприводимых многочленов. И тогда получим, что  $K(e-K)^{-1} \subseteq K\tilde{H}^{-1}$ . Если  $K$  – максимальное подкольцо, то имеем равенство  $K\tilde{H}^{-1} = A\tilde{H}^{-1}$ , где  $H$  – множество неприводимых делителей многочленов.

В результате получим описание всех  $A$ -подалгебр, в том числе не содержащих единицу, а среди них выделим радикальные. Эти радикальные подалгебры имеют вид  $K(e-K)^{-1}$  для соответствующих  $A$ -подалгебр, не содержащих единицу в  $A$  (т. е. для идеалов в  $A$ ).

Для более общих алгебр соответствующее описание не получается хотя бы потому, что для алгебр  $\Phi[t_1, t_2, \dots, t_k]$  многочленов более чем от одной переменной не все идеалы главные. Разложение в произведение неприводимых многочленов получается, но точное описание соответствующих  $A$ -подалгебр соответствующего поля нам неизвестно (хотя можно построить разнообразные примеры таких алгебр).

## Цитированная литература

1. Андрунакевич В.А. Полурадикальные кольца // Изв. АН СССР. Сер.: Матем. – 1948. – № 12. – С. 129–178.
2. Гоцеридзе А.С., Ермакова Г.Н. Описание максимальных подколец без единицы поля рациональных чисел // Матер. IV Междунар. научно-практич. конф. – Тирасполь, 2006. – С. 328–330.
3. Рябухин Ю.М. Структурная теория и теория радикалов – фундаментальные исследования // Сб. Akademichianul Vladdimir Andrunachevici. – Кишинев, 2009. – С. 149–177.
4. Ермакова Г.Н., Рябухина Л.М. Радикальные кольца в поле рациональных чисел // Матер. VII Междунар. научно-практич. конф. – Тирасполь, 2012. – С. 74–75.
5. Григорьева Н.Л. Радикальные кольца в поле рациональных чисел // Матер. IX Междунар. научно-практич. конф. – Рыбница, 2014. – С. 329–331.
6. Рябухина Л.М., Григорьева Н.Л. Максимальные и минимальные подкольца с единицей поля  $Q$  // Матер. IX Междунар. научно-практич. конф. – Тирасполь, 2015. – С. 130–131.
7. Рябухин Ю.М., Григорьева Н.Л. Подкольца поля  $Q$  // Матер. IX Междунар. научно-практич. конф. – Тирасполь, 2015. – С. 132–133.

УДК 512.556

## О МОДУЛЯРНОСТИ НЕКОТОРЫХ РЕШЕТОК КОЛЬЦЕВЫХ ТОПОЛОГИЙ

В.И. Арнаутов, Г.Н. Ермакова

*Статья является продолжением исследований [1–3]. Рассматривается вопрос о модулярности некоторых решеток кольцевых топологий.*

**Ключевые слова:** групповая топология, кольцевая топология, базис окрестностей единицы, базис окрестностей нуля, кольцо ограниченное слева, кольцо ограниченное справа, решетка кольцевой топологии.

## MODULARITY OF SOME GRIDS OF RING TOPOLOGY

V.I. Arnautov, G.N. Ermakova

*The article considers the issue about modularity of some grids of ring topology.*

**Keywords:** group topology, ring topology, neighborhood base of the unit, neighborhood base of zero, ring limited on the left, ring limited on the right, the limited ring, grid of ring topology, sublattice, modularity of the grid.

### 1. Основные определения и предварительные сведения

**ТЕОРЕМА 1.1** ([3], предложение 1.2.1 и предложение 1.2.2). Пусть  $\Omega$  – совокупность подмножеств кольца  $A(+, \cdot)$ , удовлетворяющая условиям:

1.  $0 \in \bigcap_{W \in \Omega} W$ ;
2.  $\forall W_1, W_2 \in \Omega \exists W_3 \in \Omega$ , что  $W_3 \subseteq W_1 \cap W_2$ ;
3.  $\forall W_1 \in \Omega \exists W_2 \in \Omega$ , что  $W_2 + W_2 \subseteq W_1$ ;
4.  $\forall W_1 \in \Omega \exists W_2 \in \Omega$ , что  $-W_2 \subseteq W_1$ ;
5.  $\forall W_1 \in \Omega \exists W_2 \in \Omega$ , что  $W_2 \cdot W_2 \subseteq W_1$ ;
6.  $\forall W_1 \in \Omega$  и  $\forall a \in A \exists W_2 \in \Omega$ , что  $a \cdot W_2 \subseteq W_1$  и  $W_2 \cdot a \subseteq W_1$ .

Тогда на кольце  $A$  существует (и причем единственная) топология, в которой  $A$  является топологическим кольцом, а  $\Omega$  – базис окрестностей нуля, причем если  $\{0\} = \bigcap_{W \in \Omega} W$ , то построенная топология на кольце  $A$  будет отделимой.

**Определение 1.2** [4]. Как обычно, частично упорядоченное множество  $(M, <)$  называется:

- решеткой, если для любых элементов  $a, b \in M$  существуют  $\inf\{a, b\}$  и  $\sup\{a, b\}$ ;
- полной решеткой, если для любого непустого подмножества  $S \subseteq M$  существуют  $\inf S$  и  $\sup S$ .

**Определение 1.3** [4]. Как обычно, решетка  $(M, <)$  называется модулярной, если  $\inf\{\sup\{a, b\}, c\} = \sup\{a, \inf\{b, c\}\}$  для любых элементов  $a, b, c \in M$  таких, что  $a \leq c$ .

**Определение 1.4** ([5], определение 1.6.2). Как обычно, топологическое кольцо  $(R, \tau)$  называется:

– ограниченным слева кольцом, если для любой окрестности  $U$  нуля существует такая окрестность  $V$  нуля, что  $V \cdot R \subseteq U$ ;

– ограниченным справа кольцом, если для любой окрестности  $U$  нуля существует такая окрестность  $V$  нуля, что  $R \cdot V \subseteq U$ ;

– ограниченным кольцом, если оно является ограниченным слева кольцом и ограниченным справа кольцом.

**Определение 1.5** ([5], определение 3.4.1). Как обычно, топологическое кольцо  $(R, \tau)$  называется предкомпактным кольцом, если для любой окрестности  $V$  существует такое конечное подмножество  $S \subseteq R$ , что  $R = V + S$ .

**ТЕОРЕМА 1.6** ([5], предложение 3.4.11). Для любого кольца  $R$  множество всех предкомпактных кольцевых топологий является полной решеткой.

**ТЕОРЕМА 1.7.** Любое предкомпактное топологическое кольцо  $(R, \tau)$  является ограниченным кольцом.

### 2. Основные результаты

**ТЕОРЕМА 2.1.** Для любой подрешетки  $M$  решетки всех кольцевых топологий на кольце  $R$  верны следующие утверждения:

1. Если  $\tau_1$  и  $\tau_2 \in M$ , то базисом окрестностей нуля в топологическом кольце  $(R, \sup_M\{\tau_1, \tau_2\})$  является совокупность  $\Omega'$  всех подмножеств кольца  $R$  вида  $U \cap V$ , где  $U$  и  $V$  являются окрест-

ностями нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно.

2. Если  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – такие топологии из  $M$ , что для любых окрестностей  $U_1$  и  $V_1$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно существуют такие окрестности  $U_2$  и  $V_2$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно таких, что  $U_2 \cdot V_2 \subseteq U_1 + V_1$  и  $V_2 \cdot U_2 \subseteq U_1 + V_1$ , то базисом окрестностей нуля в топологическом кольце  $(R, \inf_M \{\tau_1, \tau_2\})$  является совокупность  $\Omega$  всех подмножеств кольца  $R$  вида  $U + V$ , где  $U$  и  $V$  являются окрестностями нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно.

3. Если любая пара топологий  $\tau_1$  и  $\tau_2$  из решетки  $M$  удовлетворяет условию утверждения 1, то решетка  $M$  является модулярной.

### Доказательство утверждения 1

Легко заметить, что для совокупности  $\Omega'$  выполняются условия 1–6 теоремы 1.1 и, значит, эта совокупность задает на кольце  $R$  некоторую кольцевую топологию  $\tau'$ , в которой она является базисом окрестностей нуля. Так как  $U \cap V \subseteq U$  и  $U \cap V \subseteq V$ , то  $U$  и  $V$  являются окрестностями нуля в топологическом кольце  $(R, \tau')$ , значит,  $\tau' \geq \tau_1$  и  $\tau' \geq \tau_2$ . Тогда  $\tau' \geq \sup_M \{\tau_1, \tau_2\}$ . С другой стороны, так как  $U$  и  $V$  являются окрестностями нуля в топологическом кольце  $(R, \sup_M \{\tau_1, \tau_2\})$ , то  $U \cap V$  будет окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \sup_M \{\tau_1, \tau_2\})$ , значит,  $\tau' \leq \sup_M \{\tau_1, \tau_2\}$ . Следовательно,  $\tau' = \sup_M \{\tau_1, \tau_2\}$ .

Этим утверждение 1 доказано.

### Доказательство утверждения 2

Проверим вначале, что для совокупности  $\Omega$  выполнены условия 1–6 теоремы 1.1.

Очевидно, что  $0 \in U + V$  для любых окрестностей  $U$  и  $V$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответст-

венно, т. е. для совокупности  $\Omega$  условие 1 выполнено.

Если  $U_1 + V_1 \in \Omega$  и  $U_2 + V_2 \in \Omega$ , то существуют такие окрестности  $U_3$  и  $V_3$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно, что  $U_3 \subseteq U_1 \cap U_2$  и  $V_3 \subseteq V_1 \cap V_2$ . Тогда

$$\begin{aligned} U_3 + V_3 &\subseteq (U_1 \cap U_2) + (V_1 \cap V_2) \subseteq \\ &\subseteq (U_1 + V_1) \cap (U_2 + V_2), \end{aligned}$$

и значит, для совокупности  $\Omega$  условие 2 выполнено.

Если  $U_1 + V_1 \in \Omega$ , то существуют такие окрестности  $U_2$  и  $V_2$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно, что  $U_2 + U_2 \subseteq U_1$  и  $V_2 + V_2 \subseteq V_1$ . Тогда

$$\begin{aligned} (U_2 + V_2) + (U_2 + V_2) &= \\ = (U_2 + U_2) + (V_2 + V_2) &\subseteq (U_1 + V_1), \end{aligned}$$

и значит, для совокупности  $\Omega$  условие 3 выполнено.

Если  $U_1 + V_1 \in \Omega$ , то существуют такие окрестности  $U_2$  и  $V_2$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно, что  $-U_2 \subseteq U_1$  и  $-V_2 \subseteq V_1$ . Тогда  $-(V_2 + V_2) = (-V_2) + (-V_2) \subseteq U_1 + V_1$ , и значит, для совокупности  $\Omega$  условие 4 выполнено.

Если  $U_1 + V_1 \in \Omega$ , то существуют такие окрестности  $U_2$  и  $V_2$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно, что  $U_2 \cdot U_2 + U_2 + U_2 \subseteq U_1$  и  $V_2 \cdot V_2 + V_2 + V_2 \subseteq V_1$ . Тогда

$$\begin{aligned} (U_2 + V_2) \cdot (U_2 + V_2) &\subseteq U_2 \cdot U_2 + \\ + U_2 \cdot V_2 + V_2 \cdot U_2 &+ V_2 \cdot V_2 \subseteq U_1 + V_1, \end{aligned}$$

и значит, для совокупности  $\Omega$  условие 5 выполнено.

Проверим теперь выполнение условия 6 теоремы 1.1.

Если  $U_1 + V_1 \in \Omega$  и  $r \in R$ , то существуют такие окрестности  $U_2$  и  $V_2$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно, что

$$\begin{aligned} r \cdot U_2 &\subseteq U_1, \quad U_2 \cdot r \subseteq U_1 \\ \text{и } r \cdot V_2 &\subseteq U_1, \quad V_2 \cdot r \subseteq V_1. \end{aligned}$$

Тогда

$$r \cdot (U_2 + V_2) = r \cdot U_2 + r \cdot V_2 \subseteq U_1 + V_1$$

$$\text{и } (U_2 + V_2) \cdot r = U_2 \cdot r + V_2 \cdot r \subseteq U_1 + V_1,$$

и значит, для совокупности  $\Omega$  условие б выполнено.

Тогда согласно теореме 1.1 эта совокупность задает на кольце  $R$  некоторую кольцевую топологию  $\tau^*$ .

Так как  $U \subseteq U + V$  и  $V \subseteq U + V$  для любых окрестностей  $U_2$  и  $V_2$  нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$  соответственно, то  $U + V$  является окрестностью нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$ , и значит,  $\tau^* \leq \tau_1$  и  $\tau^* \leq \tau_2$ . Тогда из определения  $\inf$  следует, что  $\tau^* \geq \inf_{\circ} \{\tau_1, \tau_2\}$ .

Если теперь  $W_1$  – произвольная окрестность нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_1, \tau_2\})$ , то существует такая окрестность  $W_2$  нуля в топологическом кольце  $(R, \inf_{\circ} \{\tau_1, \tau_2\})$ , что  $W_2 + W_2 \subseteq W_1$ . Так как  $\inf_{\circ} \{\tau_1, \tau_2\} \leq \tau_1$  и  $\inf_{\circ} \{\tau_1, \tau_2\} \leq \tau_2$ , то  $W_2$  будет окрестностью нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$  и  $(R, \tau_2)$ , и значит,  $W_2 + W_2$  будет окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \tau^*)$ .

Так как  $W_2 + W_2 \subseteq W_1$ , то  $W_1$  будет окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \tau^*)$ . Из произвольности  $W_1$  следует, что  $\tau^* \leq \inf\{\tau_1, \tau_2\}$ , и значит,  $\tau^* = \inf_{\circ} \{\tau_1, \tau_2\} = \inf_M \{\tau_1, \tau_2\}$ .

Этим утверждение 2 доказано.

### Доказательство утверждения 3

Пусть  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $\tau_3$  – такие топологии из решетки  $M$ , что  $\tau_1 \leq \tau_3$ , и пусть  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  – множества всех окрестностей нуля в топологических кольцах  $(R, \tau_1)$ ,  $(R, \tau_2)$  и  $(R, \tau_3)$  соответственно. Тогда из утверждений 1 и 2 настоящей теоремы следует, что:

– совокупность

$$\Delta_{12} = \{U \cap V \mid U \in \Omega_1, V \in \Omega_2\}$$

является базисом окрестностей нуля в топологическом кольце  $(R, \sup\{\tau_1, \tau_2\})$ ;

– совокупность

$$\Delta_{312} = \{W + (U \cap V) \mid W \in \Omega_3, U \in \Omega_1, V \in \Omega_2\}$$

является базисом окрестностей нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\})$ ;

– совокупность

$$\Delta_{23} = \{V + W \mid V \in \Omega_2, W \in \Omega_3\}$$

является базисом окрестностей нуля в топологическом кольце  $(R, \{\inf \tau_2, \tau_3\})$ ;

– совокупность

$\Delta_{123} = \{U \cap (V + W) \mid U \in \Omega_1, W \in \Omega_3, V \in \Omega_2\}$  является базисом окрестностей нуля в топологическом кольце  $(R, \sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\}\})$ .

Пусть  $\bar{W}$  – произвольная окрестность нуля в топологическом кольце  $(R, \sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\})$ . Тогда существуют такие множества  $U \in \Omega_1, V \in \Omega_2$  и  $W \in \Omega_3$ , что  $U \cap (V + W) \subseteq \bar{W}$  и существуют такие множества  $U_1 \in \Omega_1$  и  $W_1 \in \Omega_3$ , что  $U_1 + U_1 \subseteq U$ ,  $W_1 \subseteq W$ . Так как  $\tau_1 \leq \tau_3$ , то можем считать, что  $W_1 \subseteq U_1$ .

Если  $d \in W_1 + (U_1 \cap V_1)$ , то существуют такие элементы  $c \in W$  и  $b \in U_1 \cap V_1$ , что  $d = c + b$ . Тогда  $d - b = c \in W_1$ , и значит,  $d = d - b + b \in W_1 + U_1 \subseteq U_1 + U_1 \subseteq U$ .

Кроме того, так как  $d \in W_1 + (U_1 \cap V_1) \subseteq W + V_1 \subseteq W + V$ , то  $d \in (W + V) \cap U \subseteq \bar{W}$ .

Из произвольности элемента  $d \in W_1 + (U_1 \cap V_1)$  следует, что  $W_1 + (U_1 \cap V_1) \subseteq \bar{W}$ , и значит,  $\bar{W}$  является окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\})$ .

Итак, мы доказали, что любая окрестность нуля топологического кольца  $(R, \sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\}\})$  является окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\})$ , а это означает, что  $\sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\}\} \leq \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\}$ .

Пусть теперь  $W^*$  – произвольная окрестность нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\})$ . Тогда существуют такие множества  $U \in \Omega_1, V \in \Omega_2$  и  $W \in \Omega_3$ , что  $W + (V \cap U) \subseteq W^*$  и существуют такие множества  $U_1 \in \Omega_1$  и  $W_1 \in \Omega_3$ , что  $U_1 - U_1 \subseteq U$ ,  $W_1 \subseteq W$ , и так как  $\tau_1 \leq \tau_3$ , то можем считать, что  $W_1 \subseteq U_1$ .

Если  $d \in U_1 \cap (W_1 + V_1)$ , то существуют такие элементы  $c \in W_1$  и  $b \in V_1$ , что  $d = c + b$ . Тогда

$$d - c = b \in V_1$$

и  $d - c \in U_1 - W_1 \subseteq U_1 - U \subseteq U$ ,

и значит,  $d - c \in U \cap V_1 \subseteq U \cap V$ .

Тогда

$$d = c + d - c \in W_1 + (U \cap V) \subseteq W +$$

$$+ (U \cap V) \subseteq W^*.$$

Из произвольности элемента  $d \in U_1 \cap (W_1 + V_1)$  следует, что  $U_1 \cap (W_1 + V_1) \subseteq W^*$ , и значит,  $W^*$  является окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\})$ .

Итак, мы доказали, что любая окрестность нуля в топологическом кольце  $(R, \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\})$  является окрестностью нуля в топологическом кольце  $(R, \sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\}\})$ , а это означает, что  $\sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\}\} \geq \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\}$ .

Тогда, учитывая ранее доказанное неравенство, получаем, что

$$\sup\{\tau_1, \inf\{\tau_2, \tau_3\}\} = \inf\{\tau_3, \sup\{\tau_1, \tau_2\}\}.$$

Из произвольности топологий  $\tau_1, \tau_2$  и  $\tau_3$  следует, что решетка  $M$  является модулярной.

Этим теорема полностью доказана.

**Следствие 2.2.** Для любого кольца  $R$  модулярными решетками являются:

– решетка всех кольцевых топологий, в каждой из которых топологическое кольцо обладает базисом окрестностей нуля, состоящим из идеалов (левых идеалов, правых идеалов);

– решетка всех кольцевых топологий, в каждой из которых топологическое кольцо является ограниченным кольцом (ограниченным слева кольцом, ограниченным справа кольцом);

– решетка всех кольцевых топологий, в каждой из которых топологическое кольцо является предкомпактным кольцом.

## Цитированная литература

1. **Arnautov V.I., Ermakova G.N.** Unrefinable chains when taking the infimum in the lattice of ring topologies for a nilpotent ring // *Bul. Acad. Repub. Moldova, Matematica*. – 2017. – № 2(84). – P. 71–76.
2. **Арнаутов В.И.** Свойства неуплотняемых цепочек кольцевых топологий // *Фундаментальная и прикладная математика*. – 2010. – Т. 16, № 8. – С. 5–16.
3. **Arnautov V.I., Topala A.Gh.** An example of ring with non-modular lattice of ring topologies // *Buletinul A.S. R.M., Matematica*. – 1998. – № 2(27). – P. 130–131.
4. **Биркгоф Г.** Теория решеток. – М.: Наука, 1984.
5. **Arnautov V.I., Glavatsky S.T., Mikhailev A.V.** Introduction to the theory of topological rings and modules, Marsel Dekker, inc. New York-Basel-Hong Kong, 1996.

УДК 511.2

## АЛГЕБРА ДВОЙНЫХ ЧИСЕЛ

Г.Н. Ермакова, Н.Н. Гощина

*Собраны и доказаны свойства двойных чисел, определена алгебра двойных чисел и доказана ее изоморфность различным алгебраическим системам.*

**Ключевые слова:** двойное число, алгебра двойных чисел, унитарный линейный модуль, антиинвариантные элементы, регулярная пара.

## ALGEBRA OF DOUBLE NUMBERS

G.N. Ermakova, N.N. Goshchina

The article collects and proves the qualities of double numbers, identifies the algebra of double numbers, proves the isomorphism to different algebraic systems.

**Keywords:** double number; algebra of double numbers, unitary linear module, anti-invariant elements, regular pair.

Рассмотрим множество  $\mathbb{A}(e) = \{\alpha = (a, b), a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}\}$  упорядоченных пар, для элементов которого введем операции сложения и умножения по правилам: если  $\alpha = (a, b)$  и  $\beta = (c, d)$ , тогда:

$$\alpha + \beta = (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d),$$

$$\alpha \cdot \beta = (a, b) \cdot (c, d) = (a \cdot c + b \cdot d, a \cdot d + b \cdot c).$$

По правилу умножения получим:  $(0, 1) \cdot (0, 1) = (1, 0)$  и обозначим:  $e = (0, 1)$ . Тогда  $e^2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = (1, 0)$ ,  $e^{2n} = (1, 0)$ ,  $e^{2n+1} = e$ .

Кроме этого, заметим, что  $\alpha = (a, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0, 1)$ , поэтому по аналогии с комплексными числами, обозначив пару  $(a, 0) = a$ , элементы из  $\mathbb{A}(e)$  можно записать в «алгебраической форме»  $\alpha = a + be$ . Тогда:

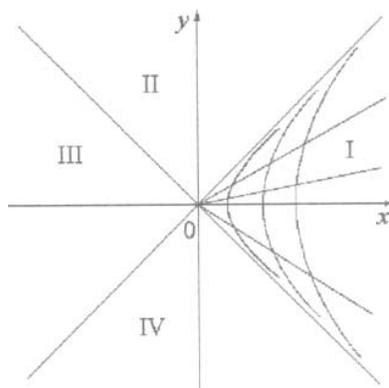
$$\mathbb{A}(e) = \{\alpha = a + be \mid a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, e^2 = 1\}.$$

$$\text{Число } \beta = \alpha^{-1} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a + be} = \frac{a - be}{a^2 - b^2}$$

назовем обратным числу  $\alpha$ . При этом для чисел вида  $a(1 \pm e)$  нет обратных, а значит, они являются делителями нуля.

Числа множества  $\mathbb{A}(e)$  назовем двойными и рассмотрим их «геометрическую интерпретацию».

С двойным числом  $\alpha = a + be$  сопоставим точку плоскости с координатами  $a, b$  или вектор с теми же координатами. Числам  $a(1 \pm e)$  соответствуют точки на двух пересекающихся прямых  $x \pm y = 0$ , делящих плоскость на четыре четверти (I, II, III, IV на рисунке).



Число  $\bar{\alpha} = a - be$  назовем сопряженным с двойным числом  $\alpha = a + be$ . Модулем двойного числа  $\alpha$  назовем положительное число  $\rho$ , причем для I и III четвертей  $\rho = \sqrt{a^2 - b^2}$ , а для II и IV четвертей  $\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$ . Абсолютную величину двойного числа  $\alpha = a + be$  мы определим как обычно:  $|\alpha| = \sqrt{a^2 + b^2}$ . Таким образом, для двойных чисел понятия модуля и абсолютной величины не совпадают.

«Тригонометрическая форма» двойного числа для чисел I четверти примет вид:

$$\alpha = a + eb = \sqrt{a^2 - b^2} \times \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} + \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} e \right) = \rho (\operatorname{ch}\varphi + e \cdot \operatorname{sh}\varphi),$$

где  $\varphi$  – аргумент двойного числа;

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a}, \quad 0 < \rho < \infty, \quad -\infty < \varphi < \infty.$$

На рассматриваемой плоскости линиями равного аргумента будут прямые, вы-

ходящие из начала координат, а линиями равного модуля – равносторонние гиперболы с асимптотами  $x \pm y = 0$ .

Для произведения и для частного двойных чисел получим формулы, напоминающие соответствующие формулы для комплексных чисел:

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = \rho_1 \rho_2 \left[ \operatorname{ch}(\varphi_1 + \varphi_2) + e \cdot \operatorname{sh}(\varphi_1 + \varphi_2) \right],$$

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2^{-1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} =$$

$$= \frac{\rho_1}{\rho_2} \left[ \operatorname{ch}(\varphi_1 - \varphi_2) + e \cdot \operatorname{sh}(\varphi_1 - \varphi_2) \right].$$

При этом будет справедлива также формула Муавра:

$$\left[ \rho (\operatorname{ch}\varphi + \operatorname{sh}\varphi) \right]^n = \rho^n (\operatorname{ch}(n\varphi) + e \cdot \operatorname{sh}(n\varphi)),$$

где  $n > 0$  – целое.

Для корня  $n$ -й степени из двойного числа имеется лишь одно значение, лежащее в I четверти:

$$\sqrt[n]{\rho (\operatorname{ch}\varphi + e \cdot \operatorname{sh}\varphi)} = \sqrt[n]{\rho} \left( \operatorname{ch} \frac{\varphi}{n} + e \cdot \operatorname{sh} \frac{\varphi}{n} \right).$$

Очевидно, что сумма, произведение и частное двух двойных чисел I четверти принадлежат I четверти, а разность ей не принадлежит.

В таблице показано, какой четверти принадлежит произведение двойных чисел данных четвертей.

	I	II	III	IV
I	I	II	III	IV
II	II	I	IV	III
III	III	IV	I	II
IV	IV	III	II	I

Тогда при возведении в четную степень двойные числа будут лежать в I четверти, а в нечетную – в своей.

На множестве двойных чисел  $\sqrt[4]{1}$  имеет четыре значения:  $\pm 1, \pm e$ , а  $\sqrt{e}, \sqrt{-1}, \sqrt{-e}$  не имеют ни одного (двойного) значения.

В самом деле, пусть, например,  $\sqrt{e} = a + eb$ . Тогда  $e = a^2 + b^2 + 2abe$ , откуда  $a^2 + b^2 = 0, 2ab = 1$ , что невозможно.

Вообще, корень четной степени можно извлечь лишь из чисел I четверти, причем он имеет четыре значения, находящихся в разных четвертях. Корень нечетной степени можно извлечь всегда, причем он имеет одно значение, принадлежащее той же четверти, что и исходное число.

Рассмотрим некоторые алгебраические свойства двойных чисел, которые сформулируем в виде предложений.

**Предложение 1.** Множество двойных чисел  $\mathbb{A}(e)$  относительно операции сложения – абелева группа.

**Доказательство.** Из определения сложения двойных чисел

$$\alpha + \beta = (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

замечаем, что сложение двойных чисел сводится к сложению действительных чисел, а множество действительных чисел относительно сложения является коммутативной группой. Поэтому операция сложения на множестве  $\mathbb{A}(e)$  коммутативна и ассоциативна, нулевой элемент множества имеет вид  $\theta = (0, 0)$  и для каждого элемента  $\alpha = (a, b)$  существует ему противоположный  $-\alpha = (-a, -b)$ . Следовательно,  $(\mathbb{A}(e), +)$  – абелева группа.

**Предложение 2.** Множество двойных чисел  $\mathbb{A}(e)$  относительно операции умножения на действительное число – унитарный линейный модуль.

**Доказательство.** Для доказательства достаточно проверить выполнимость аксиом унитарного линейного модуля.

1. Умножение двойного числа на 1 не меняет двойное число, т. е.  $1 \cdot \alpha = \alpha$ . В самом деле:

$$\begin{aligned} 1 \cdot \alpha &= 1(a + be) = (1, 0)(a, b) = \\ &= (1 \cdot a + 0 \cdot b, 1 \cdot b + 0 \cdot a) = (a, b) = \alpha. \end{aligned}$$

2. Умножение двойного числа  $\alpha$  на действительные числа  $k$  и  $l$  ассоциативно, т. е.  $k(l\alpha) = (kl)\alpha$ . В самом деле:

$$\begin{aligned} k(l\alpha) &= k(l(a, b)) = k(la, lb) = \\ &= (k(la), k(lb)) = ((kl)a, (kl)b) = \\ &= (kl) \cdot (a, b) = (kl)\alpha. \end{aligned}$$

3. Умножение двойного числа на сумму действительных чисел  $k+l$  дистрибутивно, т. е.  $(k+l)\alpha = k\alpha + l\alpha$ . В самом деле:

$$\begin{aligned} (k+l)\alpha &= (k+l)(a+be) = (k+l)a + \\ &+ (k+l)be = (ka+la) + (kb+lb)e = (ka+kbe) + \\ &+ (la+lbe) = k(a+be) + l(a+be) = k\alpha + l\alpha. \end{aligned}$$

4. Умножение суммы двойных чисел  $\alpha + \beta$  на действительное число  $k$  дистрибутивно, т. е.  $k(\alpha + \beta) = k\alpha + k\beta$ . В самом деле:

$$\begin{aligned} k(\alpha + \beta) &= k((a, b) + (c, d)) = \\ &= k(a+c, b+d) = (k(a+c), k(b+d)) = \\ &= (ka+kc, kb+kd) = (ka, kb) + (kc, kd) = \\ &= k(a, b) + k(c, d) = k\alpha + k\beta. \end{aligned}$$

Итак,  $(\mathbb{A}(e), \cdot)$  – унитарный линейный модуль.

**Следствие.**  $(\mathbb{A}(e), +, \cdot)$  – линейное векторное пространство над полем действительных чисел  $\mathbb{R}$ .

**Предложение 3.** Существует два линейно независимых двойных числа. Любые три двойных числа линейно зависимы.

**Доказательство.** Рассмотрим двойные числа  $1 = (1, 0)$  и  $e = (0, 1)$  – они линейно независимы, так как  $kl + le = \theta$  тогда и только тогда, когда  $k = 0$  и  $l = 0$ .

Действительно,

$$(kl + le = \theta \Leftrightarrow (k, l) = (0, 0) \Leftrightarrow k = l = 0).$$

Пусть  $\alpha = (a, b)$ ,  $\beta = (c, d)$ ,  $\gamma = (m, n)$  – три произвольных двойных числа. Составим линейную комбинацию:

$$x\alpha + y\beta + z\gamma = \theta.$$

Отсюда следует, что числа  $x, y, z$  являются решениями системы уравнений:

$$\begin{cases} ax + cy + mz = 0, \\ bx + dy + nz = 0. \end{cases}$$

Однородная система линейных уравнений, в которой число уравнений меньше числа неизвестных, всегда имеет ненулевое решение, а это значит, что среди наборов значений  $(x, y, z)$  найдется ненулевой набор. Следовательно, тройка двойных чисел линейно зависима.

**Предложение 4.** Множество  $\mathbb{A}(e)$  относительно операций сложения и умножения двойных чисел является коммутативным кольцом с единицей и с делителями нуля.

**Доказательство.** В предложении 1 было показано, что  $(\mathbb{A}(e), +)$  – абелева группа. Покажем, что  $(\mathbb{A}(e), \cdot)$  – полугруппа.

По определению умножения двойных чисел

$$\alpha \cdot \beta = (a, b) \cdot (c, d) = (ac + bd, ad + bc).$$

Докажем ассоциативность умножения двойных чисел. Пусть даны три двойных числа  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma = (m, n)$ , тогда

$$\begin{aligned} \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) &= (a, b) \cdot (cm + dn, cn + dm) = \\ &= (a(cm + dn) + b(cn + dm), a(cn + dm) + \\ &\quad + b(cm + dn)) = ((ac + bd)m + \\ &\quad + (ad + bc)n, (ac + bd)n + (ad + bc)m) = \\ &= (ac + bd, ad + bc) \cdot (m, n) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma. \end{aligned}$$

Докажем коммутативность умножения:

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \beta &= (ac + bd, ad + bc) = \\ &= (ca + db, da + cb) = (c, d)(a, b) = \beta \cdot \alpha. \end{aligned}$$

Докажем дистрибутивность справа относительно сложения:

$$\begin{aligned} \alpha \cdot (\beta + \gamma) &= (a, b) \cdot (c + m, d + n) = \\ &= (a(c + m) + b(d + n), a(d + n) + b(c + m)) = \\ &= ((ac + bd) + (am + bn), (ad + bc) + (an + bm)) = \\ &= (ac + bd, ad + bc) + (am + bn, an + bm) = \\ &= \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma. \end{aligned}$$

Дистрибутивность слева  $(\alpha + \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma$  следует из коммутативности умножения.

Рассмотрим двойное число  $\varepsilon = (1, 0)$ , тогда для любого  $\alpha = (a, b)$  имеем:

$$\begin{aligned} \varepsilon \cdot \alpha &= (1, 0) \cdot (a, b) = \\ &= (1 \cdot a + 0 \cdot b, 1 \cdot b + 0 \cdot a) = (a, b) = \alpha. \end{aligned}$$

Существование единичного элемента доказано.

Делители нуля по определению имеют модуль, равный нулю. Очевидно, что любое двойное число может быть представлено в виде суммы двух делителей нуля:  $a + be = \frac{a+b}{2}(1+e) + \frac{a-b}{2}(1-e)$ .

Заметим, что произведение двух делителей нуля разного рода есть нуль, ибо  $(1+e)(1-e) = 0$ . Сокращать на делители нуля нельзя, ибо, например,  $(a+be) \times (1+e) = (a+b)(1+e)$ . Отсюда после сокращения на  $1+e$  получим  $a+be = a+b$ , что неверно.

Итак, множество  $(\mathbb{A}(e), +, \cdot)$  – коммутативное кольцо с единицей и с делителями нуля.

**Предложение 5.** Действительный множитель можно выносить за знак произведения двойных чисел.

**Доказательство.** Пусть  $k$  – действительное число, а  $\alpha$  и  $\beta$  – двойные числа, тогда  $(k\alpha) \cdot \beta = \alpha \cdot (k\beta) = k(\alpha \cdot \beta)$ . В самом деле:

$$\begin{aligned} (k\alpha) \cdot \beta &= (k(a, b)) \cdot (c, d) = (ka, kb) \cdot (c, d) = \\ &= ((ka)c + (kb)d, (ka)d + (kb)c) = \\ &= (k(ac + bd), k(ad + bc)) = \\ &= k(ac + bd, ad + bc) = k(\alpha \cdot \beta). \end{aligned}$$

Второе равенство следует из коммутативности умножения. В самом деле:

$$\alpha \cdot (k\beta) = (k\beta) \cdot \alpha = k(\beta \cdot \alpha) = k(\alpha \cdot \beta).$$

**Теорема 1.** Множество двойных чисел относительно операций сложения, умножения и умножения на действительное число является алгеброй ранга 2; базис этой алгебры состоит из единицы  $\varepsilon = (1, 0)$  и двойной единицы  $e = (0, 1)$ .

**Доказательство.** По следствию из предложений 1 и 2  $(\mathbb{A}(e), +, \cdot)$  – линейное векторное пространство над полем действительных чисел  $\mathbb{R}$ .

Из предложения 4 множество  $(\mathbb{A}(e), +, \cdot)$  – коммутативное кольцо с единицей и с делителями нуля.

Из предложений 2 и 3 следует, что множество  $(\mathbb{A}(e), \cdot)$  – унитарный модуль размерности 2 с базисными элементами  $\varepsilon$  и  $e$ .

И наконец предложение 5 доставляет последнее условие, определяющее алгебру.

Итак,  $\mathbb{A}(e)$  – вещественная алгебра двойных чисел.

Поле комплексных чисел можно также рассматривать как вещественную алгебру ранга 2. Базис этой алгебры состоит из  $\varepsilon$  и мнимой единицы  $i$ , где  $i^2 = -1$ . Эту алгебру будем обозначать  $\mathbb{C}(i)$ .

Выделим класс вещественных алгебр (алгебр над полем действительных чисел), обладающих следующими свойствами комплексных чисел:

- 1) в алгебре имеется  $\varepsilon$ ;
- 2) в алгебре определена инволюция  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha}$ ;
- 3) элементы, инвариантные при инволюции ( $\bar{\alpha} = \alpha$ ), и только эти элементы являются произведениями  $\varepsilon$  на действительные числа;
- 4) произведение  $\bar{\alpha} \cdot \alpha$  является произведением  $\varepsilon$  на невырожденную квадратичную форму от координат элемента  $\alpha$ .

Всякий элемент алгебры с указанными свойствами может быть представлен в виде:

$$\alpha = \frac{\alpha + \bar{\alpha}}{2} + \frac{\alpha - \bar{\alpha}}{2}. \quad (1)$$

Элемент  $\frac{\alpha + \bar{\alpha}}{2}$  инвариантен при инволюции и в силу п. 3 является произведением  $\varepsilon$  на действительное число. Элемент  $\frac{\alpha - \bar{\alpha}}{2}$  при инволюции умножается на  $-1$ ; будем называть такие элементы антиинвариантными элементами.

Квадраты антиинвариантных элементов инвариантны, так как если  $\alpha = -\alpha$ , то

$$\bar{\alpha}^2 = \bar{\alpha} \cdot \bar{\alpha} = (-\alpha) \cdot (-\alpha) = \alpha^2. \quad (2)$$

Поэтому в силу п. 3 квадраты антиинвариантных элементов являются произведениями  $\varepsilon$  на действительные числа.

Пусть  $\frac{\alpha + \bar{\alpha}}{2} = \beta$ , а  $\frac{\alpha - \bar{\alpha}}{2} = \gamma$ , тогда

$\alpha = \beta + \gamma$ ,  $\bar{\alpha} = \beta - \gamma$  и, так как элементы  $\beta$  как произведения  $\varepsilon$  на вещественные числа перестановочны со всеми элементами алгебры, произведение  $\alpha \cdot \bar{\alpha}$  имеет вид:

$$\bar{\alpha} \cdot \alpha = (\beta - \gamma)(\beta + \gamma) = \beta^2 - \gamma^2. \quad (3)$$

Итак, произведение  $\alpha \cdot \bar{\alpha}$  является произведением  $\varepsilon$  на квадратичную форму от координат элемента  $\alpha$ . Вид этой формы показывает, что для того чтобы было выполнено требование п. 4, т. е. чтобы эта форма была невырожденной, необходимо и достаточно, чтобы среди антиинвариантных элементов можно было выбрать базис из элементов, квадраты которых отличны от 0.

В случае, когда ранг алгебры равен 2, все антиинвариантные элементы отличаются только вещественными множителями. Возможны лишь следующие случаи: квадраты этих элементов могут быть

равны произведениям  $\varepsilon$  на отрицательные или положительные действительные числа, причем в первом случае мы можем выбрать среди этих элементов  $i$ , для которого  $i^2 = -1$ , и получим поле комплексных чисел, а во втором случае мы можем выбрать элемент  $e$ , для которого  $e^2 = +1$ , и получим алгебру двойных чисел.

Таким образом, нами доказана следующая теорема.

**Теорема 2.** Единственными коммутативными алгебрами ранга 2 с единицей над полем действительных чисел являются алгебры  $\mathbb{C}(i)$  и  $\mathbb{A}(e)$ .

Построим отображения  $\mathbb{A}(e)$  в  $\mathbb{C}(i)$ , которые позволят некоторые теоремы алгебры  $\mathbb{C}(i)$  переформулировать для элементов алгебры  $\mathbb{A}(e)$ .

Пусть  $f: \mathbb{A}(e) \rightarrow \mathbb{C}(i)$ , которое двойному числу  $\alpha = a + be$  ставит в соответствие комплексное число  $\alpha' = a + ib$ . Если обозначить  $f(\alpha) = \alpha'$ , то с помощью непосредственной проверки убеждаемся, что

$$f(k\alpha) = kf(\alpha), \quad (4)$$

где  $k$  – действительное число, и что

$$f(\alpha_1 + \alpha_2) = f(\alpha_1) + f(\alpha_2). \quad (5)$$

Обратное отображение  $f^{-1}$  обладает теми же свойствами.

Аналогично определим отображение  $g: \mathbb{A}(e) \rightarrow \mathbb{C}(i)$ . По правилу  $g(\alpha) = \alpha''$ , где  $\alpha = \rho(\operatorname{ch}\varphi + \operatorname{esh}\varphi)$  – двойное число I четверти и  $\alpha'' = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$  – комплексное число. Таким образом:

$$g(k\alpha) = kg(\alpha), \quad (6)$$

где  $k$  – действительное число, и

$$g(\alpha_1 \cdot \alpha_2) = g(\alpha_1) \cdot g(\alpha_2) \quad (7)$$

и для действительных чисел  $g(k_1 + k_2) = g(k_1) + g(k_2)$ . Очевидно, что обратное отображение  $g^{-1}$  обладает теми же свойствами.

Следующая теорема устанавливает связь между  $\mathbb{A}(e)$  и полем действительных чисел.

**Теорема 3.** Алгебра двойных чисел  $\mathbb{A}(e)$  изоморфна прямой сумме двух полей вещественных чисел.

**Доказательство.** В самом деле, вместо базиса  $(\varepsilon, e)$  в этой алгебре можно выбрать базис, состоящий из элементов:

$$e_+ = \frac{\varepsilon + e}{2}, \quad e_- = \frac{\varepsilon - e}{2}, \quad (8)$$

обладающий свойствами:

$$e_+^2 = e_+, \quad e_-^2 = e_-, \quad e_+ \cdot e_- = 0. \quad (9)$$

Если мы будем записывать двойные числа  $\alpha$  в виде  $\alpha = Ae_+ + Be_-$ , то наряду с имеющим место при любом базисе соотношением

$$\begin{aligned} (Ae_+ + Be_-) + (Ce_+ + De_-) &= \\ &= (A+C)e_+ + (B+D)e_-, \end{aligned} \quad (10)$$

в силу (9) мы получаем:

$$\begin{aligned} (Ae_+ + Be_-) \cdot (Ce_+ + De_-) &= \\ &= (AC)e_+ + (BD)e_-. \end{aligned} \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) устанавливают изоморфизм между алгеброй двойных чисел и прямой суммой двух полей вещественных чисел.

Заметим, что при этом представлении двойное число, сопряженное с числом  $\alpha = Ae_+ + Be_-$ , имеет вид  $\bar{\alpha} = Be_+ + Ae_-$  (так как  $\bar{e}_+ = e_-$ ,  $\bar{e}_- = e_+$ ), а квадратичная форма  $\bar{\alpha} \cdot \alpha$  равна произведению  $AB$  (так как  $e_+ + e_- = \varepsilon$ ).

**Теорема 4.** Алгебра двойных чисел изоморфна алгебре вещественных матриц второго порядка вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

**Доказательство.** В самом деле, в этой алгебре можно выбрать базис, состоящий из матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Поставив в соответствие этим базисным элементам элементы базиса  $(\varepsilon, e)$  двойных чисел, получим, что алгебры изоморфны. При этом изоморфизме матрица  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$  соответствует двойному числу  $a + be$ .

Кроме операции прямой суммы, которую можно определить над всеми кольцами, над алгебрами можно определить также операции прямого произведения. Будем называть прямым произведением двух алгебр  $A$  и  $B$  рангов  $n$  и  $m$  с базисами  $e_1, e_2, \dots, e_n$  и  $f_1, f_2, \dots, f_m$  алгебру ранга  $mn$  с базисом, состоящим из пар  $(e_i, f_j)$ , умножение которых определяется формулой

$$(e_i, f_j)(e'_i, f'_j) = (e_i e'_i, f_j f'_j). \quad (13)$$

Базисные элементы  $(e_i, f_j)$  прямого произведения обычно записываются в виде произведений  $e_i f_j = f_j e_i$  базисных элементов.

Можно показать, что прямое произведение вещественной алгебры  $\mathbb{A}$  с базисом  $e_1, e_2, \dots, e_n$  на поле комплексных чисел является комплексной алгеброй  $\mathbb{C}(i)$  с тем же базисом. Точно так же прямое произведение той же алгебры  $\mathbb{A}$  на алгебру двойных чисел есть алгебра  $\mathbb{A}(e)$ .

Заметим, что прямые произведения двух полей комплексных чисел и поля комплексных чисел на алгебру двойных чисел изоморфны между собой, что очевидно, если поставить в соответствие базисные элементы  $i, i', ii'$  одной алгебры и базисные элементы  $i, -ei, e$  другой алгебры; эту алгебру мы будем называть алгеброй двойных комплексных чисел.

**Теорема 5.** Прямое произведение любой алгебры на алгебру двойных чисел изоморфно прямой сумме двух алгебр, изоморфных данной алгебре.

**Доказательство.** Если данная алгебра имеет базис  $e_1, e_2, \dots, e_n$ , то в прямом произведении этой алгебры на алгебру двойных чисел можно выбрать базис  $e_1 e_+, \dots, e_n e_+, e_1 e_-, \dots, e_n e_-$ . Ставя в соответствие этот базис базису  $(e_1, 0), \dots, (e_n, 0), (0, e_1), \dots, (0, e_n)$  прямой суммы двух алгебр, изоморфных данной алгебре, мы убеждаемся в изоморфизме этих алгебр.

Заметим, что если алгебра матриц является прямым произведением некоторой алгебры матриц на алгебру двойных чисел, то произвольную матрицу этой алгебры мы будем записывать в виде:

$$A = A_+ e_+ + A_- e_-, \quad (14)$$

где  $A_+, A_-$  – матрицы первоначальной алгебры.

Так как определитель матрицы получается из ее элементов с помощью действий умножения и сложения в силу (9) мы находим, что определитель матрицы  $A$  связан с определителями матриц  $A_+$  и  $A_-$  соотношением

$$\det A = e_+ \det A_+ + e_- \det A_-. \quad (15)$$

Обозначим через  $\mathbb{U}(e)$  группу обратимых элементов алгебры двойных чисел  $\mathbb{A}(e)$ . Упорядоченную пару  $(\alpha, \beta)$  двойных чисел назовем регулярной, если образованный  $\alpha, \beta$  идеал  $\langle \alpha, \beta \rangle$  совпадает с  $\mathbb{A}(e)$ , т. е. элементы  $\alpha, \beta$  образуют базис в  $\mathbb{A}(e)$ , в противном случае ее назовем сингулярной, или особой. Очевидно, что оба элемента регулярной пары принадлежат  $\mathbb{U}(e)$ .

**Лемма 1.** Пусть  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \lambda$  – элементы  $\mathbb{A}(e)$  такие, что  $(\alpha_1, \alpha_2) = \lambda(\beta_1, \beta_2)$  и пара  $(\alpha_1, \alpha_2)$  регулярна. Тогда и пара  $(\beta_1, \beta_2)$  регулярна и поэтому  $\lambda$  обратим.

**Доказательство.** Это следует из того, что  $\mathbb{A}(e) = \langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle \subseteq \langle \lambda \rangle$  и  $\mathbb{A}(e) = \langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle \subseteq \langle \beta_1, \beta_2 \rangle$ .

**Следствие.** Любую упорядоченную пару  $(\alpha_1, \alpha_2)$  можно представить в виде  $(\alpha_1, \alpha_2) = \lambda(\beta_1, \beta_2)$ , где пара  $(\beta_1, \beta_2)$  регулярна, а  $\lambda$  – двойное число, обратимое тогда и только тогда, когда пара  $(\alpha_1, \alpha_2)$  регулярна.

УДК 512.548.7

## *i*-КВАЗИГРУППЫ

*И.А. Флоря, Н.Н. Дидурик*

*Построены различные примеры *i*-квазигрупп, в которых выполняется левое тождество Бола с непустым дистрибутантом. Найдены условия, когда  $K(\cdot)$  является левой квазигруппой Бола, правой квазигруппой Стейна, квазигруппой Муфанг, луной Муфанг.*

**Ключевые слова:** квазигруппа, луна, дистрибутант, изотопия, группа.

## *i*-QUASI-GROUPS

*I.A. Florya, N.N. Didurik*

*The article gives different examples of *i*-quasi-groups, in which the left Bol's identity with non-empty distributor is realized. The conditions are determined, when  $K(\cdot)$  is left Bol's quasi-group, right Stein's quasi-group, Moufang's quasi-group, a Moufang loop.*

**Keywords:** quasigroup, loop, distributor, isotopy, group.

**Определение.** Квазигруппа  $K(\cdot)$  называется  $i$ -квазигруппой, если в  $K(\cdot)$  выполняется тождество

$$x(xy \cdot z) = y(zx \cdot x), \quad \forall x, y, z \in K. \quad (1)$$

Примеры  $i$ -квазигрупп.

1. Пусть  $C(+, \cdot)$  – поле комплексных чисел. Определяем новую операцию  $(\circ)$  следующим образом:  $x \circ y = ix - y$ ,  $\forall x, y \in C$ , где  $i^2 = -1$ . Тогда  $C(\circ)$  –  $i$ -квазигруппа.

2. Аналогично  $x \circ y = -ix - y$ .  $C(\circ)$  –  $i$ -квазигруппа.

3. Пусть  $Z_5(+, \cdot)$  – поле классов вычетов по модулю 5. Определяем новую операцию  $(\circ)$ ,  $x \circ y = 2x + 4y$ ,  $\forall x, y \in Z_5$ .  $Z_5(\circ)$  –  $i$ -квазигруппа.

4. Пусть  $Z(+, \cdot)$  – кольцо целых чисел. Пусть  $x \circ y = -x + y$ ,  $\forall x, y \in Z$ . Тогда  $Z(\circ)$  –  $i$ -квазигруппа.

5. Пусть  $G(\cdot)$  – неабелева группа, в которой  $x^2$  принадлежит центру группы, т. е.  $x^2y = yx^2$ ,  $\forall x, y \in G$ . Тогда  $G(\cdot)$  –  $i$ -квазигруппа.

6. Любая коммутативная лупа Муфанг  $M(\cdot)$  является  $i$ -квазигруппой.

7. Пусть  $G(\cdot)$  – неабелева группа,  $\alpha$  – автоморфизм группы,  $\alpha^2 = \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  – тождественный автоморфизм группы  $G(\cdot)$  и  $\alpha \neq \varepsilon$ . Пусть  $\alpha x \cdot x$  принадлежит центру группы, т. е.  $(\alpha x \cdot x)y = y(\alpha x \cdot x)$ ,  $\forall x, y \in G$ . Тогда  $G(\circ)$ , где  $x \circ y = \alpha x \cdot y$  является  $i$ -квазигруппой с левой единицей  $f$ , т. е.  $f \circ x = x$ ,  $\forall x \in G$ , где  $f$  – единица группы  $G(\cdot)$ , и дистрибутант  $D$  квазигруппы  $G(\circ)$  непустой,  $D = \{f\}$ , т. е. имеет место  $(x \circ y) \circ f = (x \circ f) \circ (y \circ f)$ .

8. Пусть  $G(\cdot)$  – неабелева группа,  $\alpha$  – автоморфизм группы  $G(\cdot)$  и  $\alpha^4 = \varepsilon$ ,  $\alpha \neq \varepsilon$ ,  $(\alpha x \cdot x)y = y(\alpha x \cdot x)$ ,  $\forall x, y \in G$ . Тогда  $G(\circ)$ , где  $x \circ y = \alpha x \cdot \alpha^3 y$ , является  $i$ -квазигруппой без односторонней единицы и дистрибутант  $D \neq \emptyset$ . Например,  $1 \in D$ , где 1 – единица группы.

9. Пусть  $P(+, \cdot)$  – поле.  $a \in P$ ,  $a^4 = e$ ,  $a \neq e$ ,  $e$  – единица поля. Тогда  $P(\circ)$  –  $i$ -квазигруппа, где  $x \circ y = ax + a^2y$ ,  $\forall x, y \in P$ .

**Примечание.** Все примеры  $i$ -квазигрупп разные, но во всех выполняется левое тождество Бола  $x(y \cdot xz) = R_{e_x}^{-1}(x \cdot yx) \cdot z$  [1], где  $xe_x = x$ ,  $R_{e_x}y = ye_x$  и дистрибутант  $D \neq \emptyset$ .

**Теорема 1.** Если  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$  обратима справа, т. е. имеет место  $yx \cdot x^{-1} = yx \cdot I_r x = y$ ,  $\forall x, y \in K$ , где  $I_r x = x^{-1}$ , то  $K(\cdot)$  – квазигруппа Муфанг с левой единицей  $f$ , где  $fx = x$ ,  $\forall x \in K$  и дистрибутант  $D = \{f\}$ , т. е.  $xy \cdot f = xf \cdot yf$ ,  $\forall x, y \in K$  [2].

**Доказательство.** Из (1) при  $y = x$  получаем

$$x^2z = zx \cdot x, \quad \forall x, z \in K. \quad (2)$$

Из  $yx \cdot x^{-1} = y$  и (2) получаем

$$(x^2z)x^{-1} \cdot x^{-1} = z,$$

$$x^{-2}(x^2z) = z, \quad \forall x, z \in K. \quad (3)$$

Из (1)–(3) получаем

$$x(x(x^{-2}) \cdot z) = x^{-2}(x^2z) = z,$$

$$x(x(x^{-2}) \cdot z) = x(I_r x \cdot z) = z, \quad (4)$$

где  $I_r x = x \cdot x^{-2}$ .

В (4) совершаем подстановку  $z \rightarrow xz$  и получаем  $I_r x \cdot xz = z$ . Таким образом, квазигруппа  $K(\cdot)$  –  $IP$ -квазигруппа, где  $I_r x \cdot xy = y$ ,  $yx \cdot I_r x = y$  или  $x^{-1} \cdot xy = y$ ,  $yx \cdot x^{-1} = y$ .

Далее докажем существование левой единицы  $f$ . Имеем  $ye_y \cdot e_y^{-1} = y$ ,  $ye_y^{-1} = y$ ,  $e_y^{-1} = e_y$ . Получаем  $ze_y \cdot e_y^{-1} = ze_y \cdot e_y = e_y^2 z = z$ ,  $e_y^2 = f$ ,  $fz = z$ ,  $\forall z \in K$ . Далее имеем  $f^2 z = zf \cdot f$ ,  $R_f^2 = \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  – тождественная подстановка,  $R_f = R_f^{-1}$ . Из  $fy \cdot y^{-1} = f$  получаем  $yy^{-1} = f$ ,  $y^{-1} = {}^{-1}yf$ ,  $I_r y = R_f I_l y$ ,  $I_r = R_f I_l$ ,  $I_r I_l = R_f$ ,  $(I_r I_l)^{-1} = R_f^{-1} = R_f$ ,  $I_l I_r = R_f$ . Так, имеем равенство  $I_r I_l = I_l I_r$  в  $K(\cdot)$ .

В любой  $IP$ -квазигруппе имеет место  $^{-1}((xy)^{-1}) = ^{-1}({}^{-1}y \cdot {}^{-1}x) = ({}^{-1}x)^{-1} \cdot ({}^{-1}y)^{-1}$ ,  $I_l I_r(xy) = I_r I_l x \cdot I_r I_l y$ . Получили автотопию  $T = (I_r I_l, I_r I_l, I_l I_r) = (R_f, R_f, R_f)$ ,  $R_f$  – автоморфизм квазигруппы  $K(\cdot)$ , т. е.  $(xy)f = xf \cdot yf$ . Дистрибутант  $D = \{f\}$ .

Осталось доказать, что  $K(\cdot)$  – квазигруппа Муфанг, т. е. имеет место тождество  $x(y \cdot xz) = ((x \cdot yf)x)z$ . Для этого достаточно доказать, что в  $K(\cdot)$  имеет место автотопия  $T = (R_x L_x R_f, L_x^{-1}, L_x)$ . Из  $x(xy \cdot z) = y(zx \cdot x)$  получаем автотопию  $T_1 = (L_x^{-1}, R_x^2, L_x)$  и  $(x(xy \cdot z))^{-1} = (y(zx \cdot x))^{-1}$ ,  $^{-1}(xy \cdot z) \cdot ^{-1}x = ^{-1}(zx \cdot x) \cdot ^{-1}y$ ,  $(z^{-1}(xy)^{-1})^{-1}x = (x^{-1} \cdot (zx)^{-1})^{-1} \cdot ^{-1}y$ ,  $(z^{-1}({}^{-1}y \cdot {}^{-1}x)) \cdot ^{-1}x = (x^{-1} \cdot ({}^{-1}x \cdot {}^{-1}z)) \cdot ^{-1}y$ . Учитывая равенства  $I_f^2 = I_r^2 = \varepsilon$ ,  $R_f^2 = \varepsilon$ ,  $R_f = I_r I_l = I_l I_r$ , совершаем подстановки  $z \rightarrow z^{-1}$ ,  $y \rightarrow ^{-1}y$ ,  $x \rightarrow ^{-1}x$  и получаем  $(z(yx)) \cdot x = (R_f x \cdot (x \cdot R_f z)) \cdot y$ . Получили новую автотопию  $T_2 = (L_{yf} L_x R_f, R_x^{-1}, R_x)$ .

Теперь находим  $T_3 = T_2 T_1 = (\alpha, R_x, R_x L_x)$ , где  $\alpha = L_{yf} L_x R_f L_x^{-1}$ . Так как  $K(\cdot)$  является  $IP$ -квазигруппой, то имеем еще автотопию  $T_4 = (R_x L_x, I_r R_x I_r, \alpha)$ , где  $I_r R_x I_r y = (y^{-1} \cdot x)^{-1} = ^{-1}x \cdot ^{-1}(y^{-1}) = L_x^{-1} R_f y$ ,  $I_r R_x I_r = L_x^{-1} R_f = L_{-1_x} R_f$ ,  $T_4 = (R_x L_x, L_{-1_x} R_f, \alpha)$ .

Итак, имеем  $\alpha(yz) = R_x L_x y \cdot L_{-1_x} R_f z$ ,  $\alpha(yz) = (xy \cdot x) \cdot ^{-1}x(zf)$ . Если  $y = x^{-1}$ , где  $xx^{-1} = f$ , то получаем  $\alpha(x^{-1} \cdot z) = zf$ ,  $\alpha L_{x^{-1}} = R_f$ ,  $\alpha = R_f L_{x^{-1}}^{-1} = R_f L_{-1(x^{-1})} = R_f L_{yf}$ , где  $R_f L_{yf} z = R_f(xf \cdot z) = x \cdot R_f z = L_x R_f z$ ,  $\alpha = L_x R_f$ ,  $T_4 = (R_x L_x, L_x^{-1} R_f, L_x R_f)$ . Так как  $R_f$  – автоморфизм квазигруппы  $K(\cdot)$ , то окончательно получаем автотопию  $T = T_4(R_f, R_f, R_f) = (R_x L_x R_f, L_x^{-1}, L_x)$ .  $\square$

**Примечание.** Пример четвертой  $i$ -квазигруппы является квазигруппой Му-

фанг с левой единицей  $f = 0$  и дистрибутант  $D = \{0\}$ ,  $(y \circ x) \circ x = y$ ,  $I_r = \varepsilon$ .

$-x \circ (x \circ y) = y$ ,  $I_l(x) = -x$ ,  $I_l I_r = R_\circ, R_0^2 = \varepsilon$

и выполняется тождество Муфанг  $x \circ (y \circ (x \circ z)) = ((x \circ (y \circ 0)) \circ x) \circ z$ .

**Теорема 2.** Если в  $i$ -квазигруппе  $K(\cdot)$  имеет место  $x^2 = x$ ,  $\forall x \in K$ , то  $\bar{K}(\cdot)$  – левая квазигруппа Бола, правая квазигруппа Стейна, леводистрибутивная и сердцевина левой квазигруппы Бола тоже является  $i$ -квазигруппой [3].

**Доказательство.** Пусть в  $i$ -квазигруппе  $K(\cdot)$  каждый элемент идемпотентный, т. е.  $x^2 = x$ . Тогда из (2) получаем  $xz = zx \cdot x$ . Получили правое тождество Стейна. Умножаем справа равенство Стейна на  $x$  и получаем  $xz \cdot x = (zx \cdot x)x = x \cdot zx$ . Получили эластичный закон  $xz \cdot x = x \cdot zx$ .

Далее имеем  $x(xy \cdot x) = y(x^2 \cdot x) = yx$ ,  $x(x \cdot yx) = yx$ . Подставляем  $yx = z$  и получаем  $x(xz) = z$ ,  $\forall x, z \in K$ ,  $K(\cdot)$  –  $LIP$ -квазигруппа и  $L_x^2 = \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  – тождественная подстановка. Из  $x(xy \cdot z) = y(x^2 z) = y \cdot xz$  при  $y \rightarrow xy$  получаем  $x((x \cdot xy)z) = xy \cdot xz$ ,  $x(yz) = xy \cdot xz$ ,  $K(\cdot)$  – леводистрибутивная квазигруппа,  $L_x$  – автоморфизм квазигруппы  $K(\cdot)$ .

Теперь убедимся, что в  $K(\cdot)$  имеет место левое тождество Бола  $x(y \cdot xz) = R_{e_x}^{-1}(x \cdot yx) \cdot z$ :

$$A = x(y \cdot xz) = xy \cdot x(xz) = xy \cdot z,$$

$$B = R_{e_x}^{-1}(x \cdot yx) \cdot z = R_x^{-1}(xy \cdot x) \cdot z = xy \cdot z.$$

Получили, что  $K(\cdot)$  – левая квазигруппа Бола. Переходим к изучению сердцевины  $K(+)$  левой квазигруппы Бола  $K(\cdot)$ :

$$\begin{aligned} x + y &= R_{e_x}^{-1}(x \cdot ^{-1}yx) = R_x^{-1}(x \cdot yx) = \\ &= R_x^{-1}(xy \cdot x) = xy. \end{aligned}$$

Получили  $(+) = (\cdot)$ .  $\square$

**Примечание.** Пример третьей  $i$ -квазигруппы является левой квазигруппой Бола, правой квазигруппой Стейна и дистрибутивной.

**Следствие 1.** Если  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$ , в которой  $x^2 = x$ , изотопна коммутативной лупе, то  $K(\cdot)$  – дистрибутивная, а лупа  $K(\circ)$  – коммутативная лупа Муфанг [4], где  $x \circ y = R_a^{-1}x \cdot L_a^{-1}y$ .

**Следствие 2.** Любая лупа  $K(\circ)$ , изотопная  $i$ -квазигруппе  $K(\cdot)$ , где  $x^2 = x$ , является левой лупой Бола [1].

Если рассмотреть изотоп  $K(\circ)$ , где  $x \circ y = R_a^{-1}x \cdot L_a^{-1}y$ , то из  $x(xy) = y$  получим  $R_a x \circ L_a (R_a x \circ L_a y) = y$ ,  $x \circ L_a (x \circ L_a y) = y$ . Если  $y = e = a$ , то получим  $x \circ L_a x = e$ ,  $L_a x \circ x = e$ ,  $L_a x = {}^{-1}x$ ,  $L_a$  – автоморфизм и лупы  $K(\circ)$ . Если лупа  $K(\circ)$  обратима справа, то  $K(\circ)$  – коммутативная лупа Муфанг, а  $K(\cdot)$  – дистрибутивная квазигруппа.

**Теорема 3.** Если  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$  имеет правую единицу  $e$ , то  $K(\cdot)$  – лупа Муфанг, в которой  $x^2 y = y x^2$ ,  $\forall x, y \in K$ .

**Доказательство.** Пусть  $K(\cdot)$  имеет правую единицу  $xe = x \forall x \in K$ . В равенстве  $x(xy \cdot z) = y(zx \cdot x)$  подставляем  $x = y = e$ ,  $e(ee \cdot z) = e(ze \cdot e)$ ,  $e(ez) = ez$ ,  $et = t, \forall t \in K$ , где  $t = ez$ . Получили  $K(\cdot)$  – лупа, где  $x \cdot xz = zx \cdot x$ .

Теперь докажем, что лупа  $K(\cdot)$  обратима слева. Имеем  ${}^{-1}yy = e$ ,  ${}^{-1}y({}^{-1}yy \cdot z) = y(z {}^{-1}y \cdot {}^{-1}y)$ ,  ${}^{-1}yz = y({}^{-1}y \cdot {}^{-1}yz)$ ,  $t = y({}^{-1}yt)$ , где  $t^{-1} = yz$ . Совершаем подстановку  $t \rightarrow yt$  и получаем  $yt = y({}^{-1}y \cdot yt)$ ,  $t = {}^{-1}y \cdot yt$ ,  $K(\cdot)$  –  $LIP$ -лупа.

Далее докажем, что  $K(\cdot)$  –  $RIP$ -лупа. Имеем  $x(xe \cdot z) = e(zx \cdot x)$ ,  $x \cdot xz = zx \cdot x = x^2 z$ . С другой стороны, имеем  $x(xy \cdot e) = y(ex \cdot x) = yx^2$ ,  $x \cdot xy = yx^2$ . По-

лучили, что в лупе  $K(\cdot)$  имеет место равенство  $x^2 y = y x^2$ ,  $\forall x, y \in K$ .

Теперь можем записать:  $x(xy \cdot z) = y(x^2 z) = y(zx^2)$ ,  $xy \cdot z = {}^{-1}x(y \cdot zx^2)$ .

Если  $z = {}^{-1}y$ , то получаем  $xy \cdot {}^{-1}y = {}^{-1}x(y \cdot {}^{-1}yx^2) = {}^{-1}x(xx) = x$ . Получили тождество  $xy \cdot {}^{-1}y = x$ , т. е. лупа  $K(\cdot)$  –  $RIP$ -лупа. Окончательно получили  $I_l x \cdot xy = y$ ,  $yx \cdot I_r x = y$ , где  $I_l = I_r$  и  $K(\cdot)$  –  $LIP$ -лупа и на основании теоремы 1  $K(\cdot)$  – лупа Муфанг.

**Теорема 4.** Любая  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$  с левой единицей  $f$ , где  $fx = x$ ,  $\forall x \in K$ , является квазигруппой с левым свойством обратимости ( $LIP$ -квазигруппа), т. е. в  $K(\cdot)$  имеет место  ${}^{-1}x \cdot xy = I_l x \cdot xy = y$ ,  $\forall x, y \in K$ , и изотопна  $LIP$ -лупе  $K(\circ)$ , где  $x \circ y = R_f^{-1}x \cdot y$ .

**Доказательство.** Из  $x(xy \cdot z) = y(zx \cdot x)$  при  $x = y$  получаем  $x^2 z = zx \cdot x$ . Если  $z = f$ , то имеем  $x^2 f = x^2$ ,  $\forall x \in K$ .

Теперь рассмотрим тождество  $x^2(x^2 y \cdot z) = y(zx^2 \cdot x^2)$  и подставим  $y = f$ . Получим  $x^2(x^2 z) = zx^2 \cdot x^2$ ,  $x^2(x^2 y \cdot z) = y(x^2 \cdot x^2 z)$ . Пусть  $x^2 \cdot (x^2)^{-1} = f$ , тогда  $x^2 z = (x^2)^{-1}(x^2 \cdot x^2 z)$ ,  $t = (x^2)^{-1}(x^2 t)$ ,  $\forall x, t \in K$ , где  $t = x^2 z$ . Из полученных результатов имеем  $x\left(\left(x \cdot (x^2)^{-1}\right) \cdot z\right) = (x^2)^{-1}(x^2 z) = z$ ,  $x(I_l x \cdot z) = z$ , где  $I_l x = x \cdot (x^2)^{-1}$ . Таким образом,  $K(\cdot)$  –  $LIP$ -квазигруппа.

Изучим изотоп  $K(\circ)$ , где  $x \circ y = R_f^{-1}x \cdot y$ . Получили  $K(\circ)$  – лупа с единицей  $f$ . Из  $I_l x \cdot xy = y$  следует  $R_f I_l x \circ (R_f x \circ y) = y$ ,  $R_f I_l R_f^{-1} x \circ (x \circ y) = y$ ,  $K(\circ)$  –  $LIP$ -лупа.  $\square$

**Теорема 5.** Если  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$  с левой единицей  $f$  изотопна абелевой группе, то  $K(\cdot)$  – квазигруппа Муфанг, медиальная и дистрибутант  $D = \{f\}$ .

**Доказательство.** Из  $x^2z = zx \cdot x$  при  $x = f$  получаем  $R_f^2 = \varepsilon$ ,  $R_f = R_f^{-1}$ , где  $\varepsilon$  – тождественная подстановка.

Рассмотрим изотоп  $K(\circ)$ , где  $x \circ y = R_f^{-1}x \cdot y = R_f x \cdot y = xf \cdot y$ ,  $K(\circ)$  – абелева группа с единицей  $f$ . Для упрощения записи условимся писать  $R_f = R$ . Из  $x(xy \cdot z) = y(zx \cdot x)$  получим  $Rx \circ (R(Rx \circ y) \circ z) = Ry \circ (R(Rz \circ x) \circ x)$ . Если  $z = f$ , получим  $Rx \circ R(Rx \circ y) = Ry \circ (R(Rx \circ x))$ ,  $R(Rx \circ y) = Ry \circ x$ ,  $R(x \circ y) = Rx \circ Ry$ ,  $R$  – автоморфизм абелевой группы  $K(\circ)$  и квазигруппы  $K(\cdot)$ . Следовательно, дистрибутант  $D = \{f\}$ . Далее из  $(y \circ x) \circ x^{-1} = y$  следует  $R(Ry \cdot x) \cdot x^{-1} = y$ ,  $(y \cdot Rx) \cdot x^{-1} = y$ . Получили, что  $K(\cdot)$  –  $RIP$ -квазигруппа и на основании теоремы 1 квазигруппа  $K(\cdot)$  является квазигруппой Муфанг.

Осталось доказать, что  $K(\cdot)$  – медиальная. Пусть имеет место  $xu \cdot uv = xu \cdot uv'$ . Нужно доказать, что  $v = v'$ . Имеем  $R(Rx \circ y) \circ (Ru \circ v) = R(Rx \circ u) \circ (Ry \circ v')$ ,  $x \circ Ry \circ Ru \circ v = x \circ Ru \circ Ry \circ v'$ ,  $v = v'$ .  $\square$

**Теорема 6.** Если в  $i$ -квазигруппе  $K(\cdot)$  имеет место  $x^2 = f$ ,  $\forall x \in K$ , где  $f$  – фиксированный элемент, то  $K(\cdot)$  является квазигруппой Муфанг с левой единицей  $f$  и изотопна абелевой группе.

**Доказательство.** Из  $x^2z = zx \cdot x$  получаем  $fz = zx \cdot x$ ,  $\forall x, z \in K$ . В частности, имеем  $fz = ze_z \cdot e_z = z$ ,  $f$  – левая единица. Получаем тождество  $zx \cdot x = z$ ,  $R_x^2 = \varepsilon$ ,  $R_x = R_x^{-1}$ ,  $R_f = R_f^{-1}$ ,  $K(\cdot)$  –  $RIP$ -квазигруппа и на основании теоремы 1  $K(\cdot)$  – квазигруппа Муфанг. Из  $x(xy \cdot z) = y(zx \cdot x) = yz$ , если  $y = f$ , получаем  $x(xf \cdot z) = z$ ,  $I_1 = R_f$ . Из  $x(xy \cdot z) = yz$  следует равенство  $xu \cdot z = xf \cdot yz$ ,  $xu \cdot f = xf \cdot yf$ ,  $D = \{f\}$ ,  $R_f = I_1$  – автоморфизм квазигруппы  $K(\cdot)$  и лупы

$K(\circ)$ , где  $x \circ y = R_f^{-1}x \cdot y$ ,  $xu = Rx \circ y$ . Из  $xu \cdot z = xf \cdot yz$  получаем  $R(Rx \circ y) \circ z = x \circ (Ry \circ z)$ ,  $(x \circ Ry) \circ z = x \circ (Ry \circ z)$ ,  $K(\circ)$  – группа.

Убедимся, что  $K(\circ)$  – абелева группа. Из  $I_1x \cdot xy = R_f x \cdot xy = y$  следует  $x \circ (Rx \circ y) = y$ . Если  $y = f$ , то получаем  $x \circ Rx = f$ ,  $Rx = x^{-1} = Ix$ ,  $R = I$  – автоморфизм группы. Следовательно,  $K(\circ)$  – абелева группа.  $\square$

**Примечание.** В примере 4 имеем  $x \circ x = 0$ ,  $0 \circ x = x$  и  $Z(\circ)$  изотопна абелевой группе.

**Теорема 7.** Если дистрибутант  $D$   $i$ -квазигруппы  $K(\cdot)$  непустой и  $K(\cdot)$  изотопна левой лупе Бола, то  $K(\cdot)$  – левая квазигруппа Бола.

**Доказательство.** Пусть  $a \in D$ , т. е. имеет место  $a(xy) = (ax) \cdot (ay)$ ,  $(xy)a = (xa)(ya)$ ,  $\forall x, y \in K$ . Получаем  $L_a$  и  $R_a$  – автоморфизмы квазигруппы  $K(\cdot)$  и  $a^2 = a$ ,  $L_a R_a = R_a L_a$ ,  $R_a L_a^{-1} = L_a^{-1} R_a$ ,  $R_a^{-1} L_a = L_a R_a^{-1}$ . Далее имеем  $a(ay \cdot a) = y((aa)a)$ ,  $a(a(ya)) = ya$ ,  $\forall y \in K$ ,  $a(az) = z$ , где  $z = ya$ . Получили  $L_a^2 = \varepsilon$ ,  $L_a = L_a^{-1}$ .

Теперь рассмотрим изотоп  $K(\circ)$ , где  $x \circ y = R_a^{-1}x \cdot L_a^{-1}y$ ,  $K(\circ)$  – левая лупа Бола с единицей  $e = a$ . Из  $^{-1}x \circ (x \circ y) = y$  получим  $R_a^{-1}({}^{-1}x) \cdot L_a^{-1}(R_a^{-1}x \cdot L_a^{-1}y) = y$ ,  $R_a^{-1}Ix \cdot L_a^{-1}(R_a^{-1}x \cdot L_a^{-1}y) = R_a^{-1}Ix \cdot (L_a R_a^{-1}x \cdot L_a^{-1}y) = y$ ,  $R_a^{-1}IR_a L_a x(xy) = y$ ,  $I_1 x(xy) = y$ , где  $I_1 = R_a^{-1}IR_a L_a$ . Таким образом,  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$  является  $LIP$ -квазигруппой и изотопна левой лупе Бола, откуда следует, что  $K(\cdot)$  – левая квазигруппа Бола.  $\square$

**Теорема 8.**  $i$ -квазигруппа  $K(\cdot)$  с левой единицей  $f$  является квазигруппой Муфанг тогда и только тогда, когда  $R_f$  – автоморфизм квазигруппы  $K(\cdot)$ .

**Доказательство.** Пусть  $R_f$  – автоморфизм квазигруппы  $K(\cdot)$ , т. е. имеет место равенство

$$xy \cdot f = xf \cdot yf, \quad \forall x, y \in K. \quad (5)$$

Пусть  $y \cdot y^{-1} = f$ . На основании теоремы 4 квазигруппа  $K(\cdot)$  обратима слева, т. е. имеет место равенство

$${}^{-1}x \cdot xy = y, \quad I_r x \cdot xy = y, \quad \forall x, y \in K. \quad (6)$$

Из  ${}^{-1}y \cdot ({}^{-1}y)^{-1} = f$  и (6) получаем  $({}^{-1}y)^{-1} = yf, I_r I_l = R_f$ . Так как  $R_f^2 = \varepsilon, I_l^2 = \varepsilon$ , то  $I_r = R_f I_l, y^{-1} = ({}^{-1}y)f$ .

$$y^{-1} = {}^{-1}y \cdot f. \quad (7)$$

Из (5) и (7) получаем

$$(x \cdot {}^{-1}y)f = xf \cdot {}^{-1}yf,$$

$$x((x \cdot {}^{-1}y) \cdot f) = x(xf \cdot y^{-1}),$$

$${}^{-1}y(fx \cdot x) = f(x^2 y^{-1}), \quad {}^{-1}yx^2 = x^2 y^{-1}.$$

Далее имеем

$$x^2 = y(x^2 \cdot y^{-1}), \quad x = {}^{-1}x(y(x^2 \cdot y^{-1})).$$

Теперь можем писать  $x(xy \cdot y^{-1}) = y(x^2 \cdot y^{-1}), xy \cdot y^{-1} = {}^{-1}x(y(x^2 y^{-1})) = x$ . Получаем  $xy \cdot y^{-1} = x, \forall x, y \in K$ , т. е.  $K(\cdot)$  обратима справа. На основании теоремы 1  $K(\cdot)$  – квазигруппа Муфанг.

*Обратно.* Пусть  $K(\cdot)$  – квазигруппа Муфанг. Тогда, в частности,  $K(\cdot)$  является и правой квазигруппой Бола, т. е. имеет место тождество  $(zx \cdot y)x = z \cdot L_{f_a}^{-1}(xy \cdot x) = z \cdot L_f^{-1}(xy \cdot x) = z(xy \cdot x)$ . В частности,  $(zf \cdot y)f = z(fy \cdot f) = z(yf)$ . Совершаем подстановку  $z \rightarrow zf$  и получаем  $(zy)f = zf \cdot yf, R_f$  – автоморфизм.  $\square$

**Теорема 9.** Если в  $i$ -квазигруппе  $K(\cdot)$  имеет место левый альтернативный закон  $x \cdot xy = x^2 y, \forall x, y \in K$ , то  $K(\cdot)$  – лупа Муфанг, где  $x^2 y = yx^2, \forall x, y \in K$ .

**Доказательство.** Имеем:

$$1. \quad f_y \cdot f_y y = f_y^2 y, \quad y = f_y^2 y, \quad f_y^2 = f_y, \quad \forall y \in K.$$

$$2. \quad f_y \cdot f_y z = f_y^2 z, \quad f_y \cdot f_y z = f_y z, \quad f_y t = t, \quad \forall y, t \in K, \quad ft = t, \quad f - \text{левая единица.}$$

$$3. \quad x(xf \cdot y) = f(x^2 y) = x^2 y = x(xy), \quad xf \cdot y = xy, \quad xf = x, \quad \forall x \in K, \quad f - \text{единица лупы } K(\cdot).$$

На основании теоремы 3  $K(\cdot)$  – лупа Муфанг и  $x^2 y = yx^2, \forall x, y \in K$ .  $\square$

**Теорема 10.** Если в  $i$ -квазигруппе  $K(\cdot)$  имеет место правый альтернативный закон, т. е. имеет место тождество  $(yx)x = yx^2$ , то  $K(\cdot)$  – лупа Муфанг, в которой  $x^2 y = yx^2$ .

**Доказательство.** Имеем:

$$1. \quad ye_y \cdot e_y = y(e_y^2), \quad y = ye_y^2, \quad e_y^2 = e_y, \quad \forall y \in K.$$

$$2. \quad ze_y \cdot e_y = z(e_y^2) = ze_y, \quad te_y = t, \quad \forall t \in K, \quad e_y = e, \quad xe = x.$$

Квазигруппа  $K(\cdot)$  имеет правую единицу и на основании теоремы 3  $K(\cdot)$  – лупа Муфанг и  $x^2 y = yx^2, \forall x, y \in K$ .  $\square$

## Цитированная литература

1. Флоря И.А. Квазигруппы Бола // Исследования по общей алгебре. – 1965. – С. 136–153.
2. Флоря И.А. Квазигруппы с непустым дистрибутантом // Исследования по общей алгебре. – 1968. – Вып. 1. – С. 88–101.
3. Флоря И.А., Кройтор Н.Н. Квазигруппы Стейна // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2011. – № 3(39). – С. 63–71.
4. Белоусов В.Д., Флоря И.А. О леводистрибутивных квазигруппах // Известия АН МССР. – 1965. – № 7.

## ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ЧИСЛА ФИРМ-ПОСРЕДНИКОВ В СИСТЕМЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ОДНИМ РЫНКОМ СПРОСА И ОДНИМ РЫНКОМ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ $S$ ФИРМ

*Г.В. Спиридонова, П.В. Макаров, Н.В. Семенова*

*Изучена математическая модель процесса ресурсообмена в открытой микроэкономической системе последовательно-параллельной структуры для случая  $s$  фирм. В аналитическом виде выведены формулы, характеризующие данный процесс. Показано, что с увеличением числа фирм уменьшается прибыль всей системы. Максимальную прибыль всегда имеют первые две фирмы, так как они управляют ценами ресурсов.*

**Ключевые слова:** *процесс ресурсообмена, нелинейные функции спроса и предложения, случай  $s$  фирм.*

## SELECTION OF OPTIMUM NUMBER OF FIRMS-INTERMEDIARIES IN THE SYSTEM OF SERIES-PARALLEL STRUCTURES WITH ONE MARKET OF DEMAND AND SUPPLY FOR THE CASE OF $S$ FIRMS

*G.V. Spiridonova, P.V. Makarov, N.V. Semenova*

*The article deals with the mathematical model of the process of resource exchange in an open microeconomic system of a sequential-parallel structure for the case of  $s$  firms. In the analytical form, the formulas are derived, characterizing the given process. It is shown, that if the number of firms increases, the profit of the whole system will decrease. The first two firms have always the maximum profit, because they manage the prices of resources.*

**Keywords:** *process of resource exchange, nonlinear functions of supply and demand, the case of  $s$  firms.*

В условиях перехода к рыночной экономике актуальными становятся исследования, связанные с необходимостью решения задач микроэкономики. Одной из основных задач микроэкономики является изучение поведения экономических агентов (фирм-посредников), покупающих и продающих ресурс.

Рассмотрим открытую микроэкономическую систему последовательно-параллельной структуры (рис. 1) с одним рынком спроса и одним рынком предложения, состоящую из  $s$  фирм-посредников ( $s \geq 2$ ,  $s$  – четное число), которые покупают и продают ресурс. Функции спроса и предложения являются нелинейными.

Система, состоящая из нескольких фирм, которые продают ресурс друг другу и окружению (рынкам предложения и спроса), является неоднородной.

Решение этой задачи будем выполнять для нелинейных функций спроса и предложения, характеризующих ресурсообмен системы с окружающей средой (рынками).

В работах [1–2] рассмотрен процесс ресурсообмена в открытых микроэкономических системах последовательной, параллельной и смешанной структур при линейных функциях спроса и предложения.

Поведение системы последовательной структуры с двумя фирмами с нелиней-

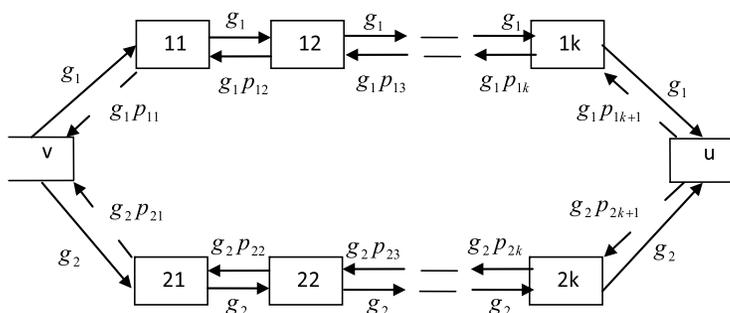


Рис. 1. Открытая микроэкономическая система последовательно-параллельной структуры

ными функциями спроса и предложения изучено в [3].

Приведем формальную постановку задачи и ее решение для неоднородной системы фирм (см. рис. 1). Фирма в стационарном режиме не может накапливать запас ресурса, поэтому интенсивности потоков ресурса на входе и на выходе фирмы должны быть равны. Обозначим интенсивности потоков ресурса (товара) через  $g_1, g_2$ , прибыли фирм – через  $n_{ik}$  ( $i = 1, 2, k = 1, s/2$ ),  $s$  – четное число. Цены покупки-продажи ресурсов фирмами обозначим через  $p_{ik+1}$  ( $i = 1, 2, k = 1, s/2$ ).

Фирма 11 приобретает  $g_1$  единиц ресурса на первом рынке предложения по цене  $p_{11}$  и несет затраты в объеме  $g_1 p_{11}$ . Затем этот ресурс она продает фирме 12 по цене  $p_{12}$  и получает выручку  $g_1 p_{12}$ . В свою очередь, фирма 12 продает ресурс фирме 13 по цене  $p_{13}$  и так далее: фирма 1k продает указанный ресурс в объеме  $g_1$  по цене  $p_{1k+1}$  на рынке спроса и получает выручку  $g_1 p_{k+1}$ . Аналогично происходит процесс ресурсообмена на фирмах 21, 22, 23, ..., 2k. В результате  $g_2$  единиц ресурса по цене  $p_{2k+1}$  будет продано на рынке спроса. Каждая из фирм решает задачу определения цен продажи-покупки так, чтобы получить максимальную прибыль.

Математическая модель задачи для системы последовательно-параллельной структуры имеет вид:

$$n_{11} = g_1 (p_{12} - p_{11}) \rightarrow \max_{p_{12}}$$

$$n_{12} = g_1 (p_{13} - p_{12}) \rightarrow \max_{p_{13}}$$

$$n_{13} = g_1 (p_{14} - p_{13}) \rightarrow \max_{p_{14}}$$

.....

$$n_{1k} = g_1 (p_{1k+1} - p_{1k}) \rightarrow \max_{p_{1k+1}}$$

.....

$$n_{21} = g_2 (p_{22} - p_{21}) \rightarrow \max_{p_{22}}$$

$$n_{22} = g_2 (p_{23} - p_{22}) \rightarrow \max_{p_{23}}$$

$$n_{23} = g_2 (p_{24} - p_{23}) \rightarrow \max_{p_{24}}$$

.....

$$n_{2k} = g_2 (p_{2k+1} - p_{2k}) \rightarrow \max_{p_{2k+1}}$$

где  $g_i$  ( $i = 1, 2$ ) – потоки ресурсов;  $p_{ik}$  ( $k = \overline{1, s/2}$ ) – цены единицы ресурса.

Функция спроса:

$$g_i = \alpha_i (u - p_{ik+1})^2, \quad (i = 1, 2, k = \overline{1, s/2}).$$

Функция предложения:

$$g_i = \beta_i (p_{i1} - v)^2, \quad i = 1, 2.$$

Функции спроса и предложения заданы в нелинейном виде, так как это один из

самых распространенных видов данных функций при исследовании процессов в различных микроэкономических системах. Такие функции наряду с линейными наиболее часто используются на практике и дают хорошие результаты.

При стационарном режиме основной задачей является определение формул для расчета оптимальных значений цен покупки и продажи, оптимального потока товара через систему, а также прибыли каждой фирмы и максимальной прибыли всей системы.

Метод решения задачи в открытой микроэкономической системе последовательно-параллельной структуры, состоящей из шести фирм-посредников, которые покупают и продают ресурс, рассмотрен в работе [4].

Аналогично решаем задачу для случая  $s$  фирм ( $s \geq 2$ ,  $s$  – четное число), где на каждом шаге решаем задачи максимизации функций нескольких переменных:

$$n_{1k} = g_1(p_{1k+1} - p_{1k}) \rightarrow \max_{p_{1k+1}},$$

.....

$$n_{13} = g_1(p_{14} - p_{13}) \rightarrow \max_{p_{14}},$$

$$n_{12} = g_1(p_{13} - p_{12}) \rightarrow \max_{p_{13}},$$

$$n_{11} = g_1(p_{12} - p_{11}) \rightarrow \max_{p_{12}},$$

$$n_{2k} = g_1(p_{2k+1} - p_{2k}) \rightarrow \max_{p_{2k+1}},$$

.....

$$n_{21} = g_2(p_{22} - p_{21}) \rightarrow \max_{p_{22}}.$$

Метод решения заключается в следующем. Находим частные производные приведенных выше функций  $n_{ik}$  по указанным параметрам, приравниваем их к нулю, решаем соответствующие системы

уравнений [4–5]. Выполнив эти действия, получим оптимальное решение задачи.

Цены продажи-покупки ресурсов фирмами:

Потоки ресурсов:

$$g_i^* = \frac{4}{9} \gamma_i^2 \beta_i \left( \frac{u-v}{1+\gamma_i} \right)^2.$$

Цены покупки-продажи ресурса фирмами:

$$p_{i1}^* = \frac{2}{3} \gamma_i \left( \frac{u-v}{1+\gamma_i} \right) + v,$$

$$p_{ik}^* = \frac{1}{3^{k-1}} \cdot \frac{2^{k-1} v + u \left( (3^{k-1} - 2^{k-1}) + 3^{k-1} \gamma_i \right)}{(1+\gamma_i)},$$

$$(i=1, 2, k = \overline{2, (s/2)+1}).$$

Прибыли фирм:

$$n_{i1}^* = \frac{4}{27} \gamma_i^2 \beta_i \left( \frac{u-v}{1+\gamma_i} \right)^3,$$

$$n_{ik}^* = \frac{2^{k+1}}{3^{k+2}} \gamma_i^2 \beta_i \left( \frac{u-v}{1+\gamma_i} \right)^3, \quad 2 \leq k \leq \frac{s}{2} + 1.$$

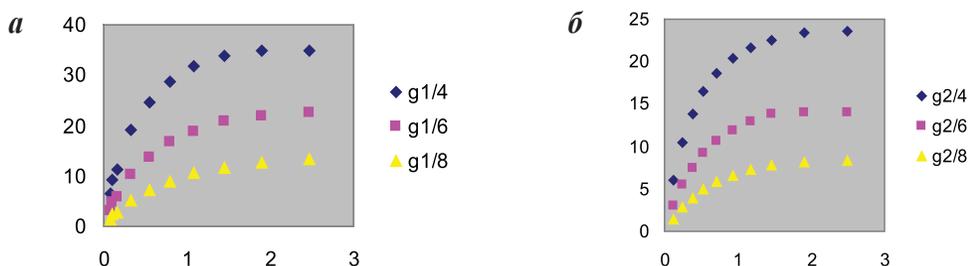
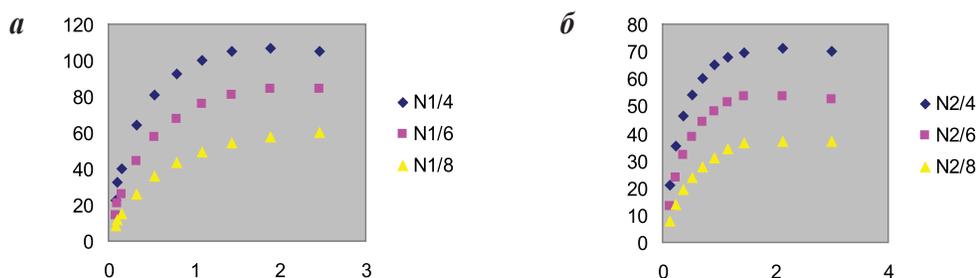
Общая прибыль системы:

$$N = \frac{4}{27} \gamma_i^2 \beta_i \frac{(u-v)^3}{(1+\gamma_i)^2} \left( 1 + \frac{1}{1+\gamma_i} \sum_{m=1}^{s-1} \left( \frac{2}{3} \right)^m \right),$$

где

$$\gamma_i^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{\delta_{(s/2-2)}}{\beta_i}, \quad \delta_{(k)} = \left( \frac{4}{9} \right)^k \alpha_i, \\ (i=1, 2; k \geq 0).$$

Используя программу Microsoft Office Excel, выполним расчеты для системы с четырьмя, шестью и восемью фирмами при различных значениях  $\alpha_i, \beta_i$  (рис.

Рис. 2. Величины потоков ресурсов  $g1(a)$  и  $g2(b)$  при четырех, шести, восьми фирмахРис. 3. Величины прибылей  $N1(a)$  и  $N2(b)$  системы при четырех, шести, восьми фирмах

2–3). Определим значения потоков ресурса (товара), прибылей фирм и прибыли всей системы. Расчеты показывают, что с увеличением числа фирм наибольшие значения прибылей имеют фирмы 11 и 21, управляющие ценами продажи ресурса (товара). Для случая восьми фирм наибольший вклад в прибыль системы вносят фирмы 11, 12, 13, 14:  $N1 = n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} > N2 = n_{21} + n_{22} + n_{23} + n_{24}$ .

С увеличением отношения  $\alpha_i / \beta_i$  поток ресурсов возрастает. С увеличением отношения  $\alpha_i / \beta_i$  и с увеличением числа фирм суммарная прибыль системы уменьшается. Наибольшую прибыль имеет система с четырьмя фирмами.

### Цитированная литература

1. Амелькин С.А. Предельные возможности процесса ресурсообмена в неоднородной открытой микроэкономической системе // Ма-

тематическое моделирование. – 2005. – Т. 17, № 4. – С. 96–104.

2. Спиридонова Г.В., Топор Е.С. Оптимизация прибыли в открытой системе смешанной структуры для случая  $s$  фирм // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2011. – № 3(39). – С. 76–80.

3. Спиридонова Г.В., Семенова Н.В. Задача оптимизации ресурсообмена в открытой системе последовательной структуры при нелинейных функциях спроса и предложения // Интеграционные процессы в естественнонаучном и математическом образовании: сб. науч. тр. участников междунар. конф. – М. – 2013. – С. 394–397.

4. Спиридонова Г.В., Семенова Н.В. Процесс ресурсообмена в системе последовательно-параллельной структуры при нелинейных функциях спроса и предложения // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2011. – № 3(54). – С. 56–61.

5. Цирлин А.М. Оптимальное управление ресурсами в экономических системах // АиТ. – 1995. – № 3. – С. 116–126.

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА РЕСУРСООБМЕНА В ОТКРЫТОЙ СИСТЕМЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТРЕХ ФИРМ, ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЯХ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

*Г.В. Спиридонова, О.Ю. Запольская, Н.В. Семенова*

*Изучена математическая модель процесса ресурсообмена в открытой системе параллельной структуры, состоящей из трех фирм. Функции спроса и предложения являются нелинейными. В аналитическом виде выведены формулы, характеризующие данный процесс. Показано, что с увеличением числа фирм возрастает прибыль всей системы. Максимальную прибыль всегда имеет первая фирма, так как она управляет ценой продажи ресурса. Проведен анализ результатов расчета.*

**Ключевые слова:** процесс ресурсообмена, нелинейные функции спроса и предложения, система параллельной структуры с тремя фирмами.

## CALCULATION OF CHARACTERISTICS OF PROCESS OF RESOURCE EXCHANGE IN AN OPEN SYSTEM OF PARALLEL STRUCTURE OF THREE FIRMS WITH NON-LINEAR FUNCTIONS OF SUPPLY AND DEMAND

*G.V. Spiridonova, O.Yu. Zapolskaia, N.V. Semenova*

*The article studied the mathematical model of the process of resource exchange in an open system of parallel structure of three firms. The supply and demand function of is nonlinear. In the analytical form, the formulas are derived, characterizing the given process. It is shown, that if the number of firms increases, the profit of the whole system will increase. The first firm has always the maximum profit, because it manages the sell price of resources. The analysis of calculation results is carried out.*

**Keywords:** process of resource exchange, nonlinear functions of supply and demand, system of parallel structure with three firms.

Среди главных задач микроэкономики нужно указать исследование поведения экономических агентов (фирм-посредников), покупающих и продающих ресурс (товар) друг другу и окружению.

Процесс ресурсообмена в открытых микроэкономических системах последовательной, параллельной и смешанной структур при линейных функциях спроса-предложения ресурса (товара) изучен в работах [1, 2]. Исследование процесса ресурсообмена в открытых микроэкономических системах последовательно-параллельной структуры с одним рынком спроса и одним рынком предложения при нелинейных функциях спроса и предложения представлено [3, 4].

Рассмотрим математическую модель процесса ресурсообмена в открытой микроэкономической системе параллельной структуры (рис. 1), состоящей из трех фирм-посредников, с тремя рынками спроса и тремя рынками предложения. Функции спроса и предложения являются нелинейными.

Система, состоящая из нескольких фирм, которые продают ресурс друг другу и окружению (рынкам предложения и спроса), является неоднородной.

Решение этой задачи будем выполнять для нелинейных функций спроса и предложения, характеризующих ресурсообмен системы с окружающей средой (рынками).

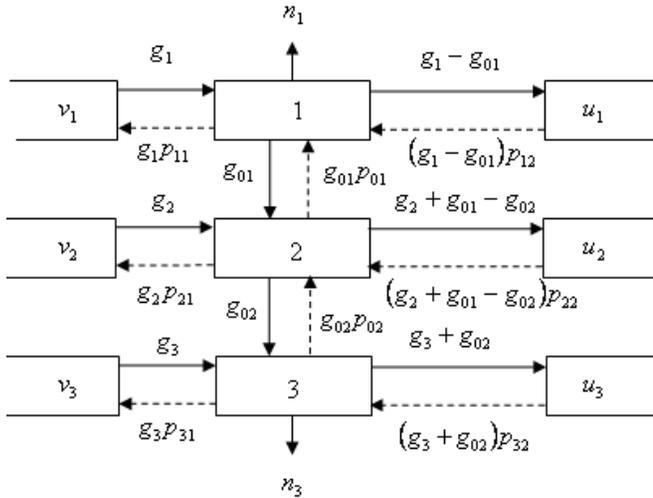


Рис. 1. Открытая микроэкономическая система параллельной структуры

В стационарном режиме фирма не может накапливать запас ресурса, поэтому интенсивности потоков ресурсов на входе и выходе фирмы должны быть равны. Обозначим интенсивности потоков ресурсов (товаров) через  $g_i, i = \overline{1, 3}$ ;  $g_{01}, g_{02}$ , прибыли фирм через  $n_i, i = \overline{1, 3}$ , цены покупки-продажи ресурсов фирмами через  $p_{i1}, p_{i2}, p_{01}, p_{02}, i = \overline{1, 3}$ . Фирма 1 приобретает на первом рынке предложения  $g_1$  единиц ресурса по цене  $p_{11}$  и несет затраты  $g_1 p_{11}$ . Затем  $g_{01}$  единиц ресурса она продает фирме 2 по цене  $p_{01}$  и получает выручку  $g_{01} p_{01}$ . Оставшуюся часть ресурса  $(g_1 - g_{01})$  она поставляет на первый рынок спроса и получает выручку  $(g_1 - g_{01}) p_{12}$ .

Аналогично фирма 2 приобретает на втором рынке предложения  $g_2$  единиц ресурса по цене  $p_{21}$  и несет затраты  $g_2 p_{21}$ . Затем  $g_{02}$  единиц ресурса она продает фирме 3 по цене  $p_{02}$  и получает выручку  $g_{02} p_{02}$ . Оставшуюся часть ресурса  $(g_2 + g_{01} - g_{02})$  она поставляет на второй рынок спроса и получает выручку  $(g_2 + g_{01} - g_{02}) p_{22}$ . Фирма 3 приобретает на третьем рынке  $g_3$  единиц ресурса по цене  $p_{31}$ , несет затраты  $g_3 p_{31}$ . Объем ре-

сурса в количестве  $(g_3 + g_{02})$  продает на третьем рынке спроса по цене  $p_{32}$  и получает выручку  $(g_3 + g_{02}) p_{32}$ .

Формальная постановка задачи: определить цены покупки-продажи ресурса (товара), которые обеспечат максимальную прибыль каждой из фирм, работающих на рынке.

Математическая модель задачи имеет вид:

$$n_1 = (g_1 - g_{01}) p_{12} - g_1 p_{11} + g_{01} p_{01} \rightarrow \max, (1)$$

$$n_2 = (g_2 + g_{01} - g_{02}) p_{22} - g_2 p_{21} - g_{01} p_{01} + g_{02} p_{02} \rightarrow \max, (2)$$

$$n_3 = (g_3 + g_{02}) p_{32} - g_3 p_{31} - g_{02} p_{02} \rightarrow \max. (3)$$

Функции предложения:

$$\begin{aligned} g_1 &= \beta(p_{11} - v_1)^2, \\ g_2 &= \beta(p_{21} - v_2)^2, \\ g_3 &= \beta(p_{31} - v_3)^2, \end{aligned} (4)$$

где  $v_i, i = \overline{1, 3}$  – оценки ресурса на рынке предложения.

Функции спроса:

$$\begin{aligned} g_1 - g_{01} &= \alpha(u_1 - p_{12})^2, \\ g_2 + g_{01} - g_{02} &= \alpha(u_2 - p_{22})^2, \\ g_3 + g_{02} &= \alpha(u_3 - p_{32})^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $u_i$ ,  $i=1, 3$  – оценки ресурса на рынке спроса.

Функции спроса и предложения заданы в нелинейном виде, поскольку такие функции удобны при теоретических исследованиях и дают хорошие результаты на практике.

Рассмотрим решение по шагам.

Шаг 1. Решим задачу (3):

$$\begin{aligned} n_3 &= (g_3 + g_{02})p_{32} - g_3p_{31} - g_{02}p_{02} \rightarrow \\ &\rightarrow \max \begin{cases} g_3 = \beta(p_{31} - v_3)^2, \\ g_3 + g_{02} = \alpha(u_3 - p_{32})^2 \end{cases} \Rightarrow \\ n_3 &= \alpha(u_3 - p_{32})^2 p_{32} - \beta(p_{31} - v_3)^2 p_{31} - \\ &- p_{02}(\alpha(u_3 - p_{32})^2 - \beta(p_{31} - v_3)^2) \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Чтобы найти максимум, вычислим производные, приравняем их к нулю и решим полученную систему уравнений [5, 6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_3}{\partial p_{31}} &= -2\beta(p_{31} - v_3)p_{31} - \beta(p_{31} - v_3)^2 + \\ &+ 2\beta(p_{31} - v_3)p_{02} = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_3}{\partial p_{32}} &= -2\alpha(u_3 - p_{32})p_{32} + \alpha(u_3 - p_{32})^2 + \\ &+ 2\alpha(u_3 - p_{32})p_{02} = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial n_3}{\partial p_{02}} = -\alpha(u_3 - p_{32})^2 + \beta(p_{31} - v_3)^2 = 0. \quad (8)$$

Решив уравнение (6), получим два решения:

1)  $p_{31} = v_3$ , которое не удовлетворяет условию задачи;

$$2) p_{31}(p_{02}) = \frac{2p_{02} + v_3}{3}.$$

Решив уравнение (7), получим два решения:

1)  $p_{32} = u_3$ , которое не удовлетворяет условию задачи;

$$2) p_{32}(p_{02}) = \frac{2p_{02} + u_3}{3}.$$

Далее определяем потоки товаров:

$$g_3(p_{02}) = \beta(p_{31} - v_3)^2 = \beta\left(\frac{2p_{02} + v_3}{3} - v_3\right)^2 =$$

$$= \beta\left(\frac{2p_{02} - 2v_3}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}\beta(p_{02} - v_3)^2,$$

$$g_3(p_{02}) = \frac{4}{9}\beta(p_{02} - v_3)^2,$$

$$g_{02}(p_{02}) = \alpha\left(u_3 - \frac{2p_{02} + u_3}{3}\right)^2 -$$

$$- \beta\left(\frac{2p_{02} + v_3}{3} - v_3\right)^2 =$$

$$= \frac{4}{9}\left(\alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2\right),$$

$$g_{02}(p_{02}) = \frac{4}{9}\left(\alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2\right).$$

Решим уравнение (8) с учетом найденных формул для  $p_{31}, p_{32}$ :

$$\begin{aligned} &\beta(p_{31} - v_3)^2 - \alpha(u_3 - p_{32})^2 = \\ &= \beta\left(\frac{2p_{02} + v_3}{3} - v_3\right)^2 - \alpha\left(u_3 - \frac{2p_{02} + u_3}{3}\right)^2 = \\ &= \frac{4}{9}\beta(p_{02} - v_3)^2 - \frac{4}{9}\alpha(u_3 - p_{02})^2 = 0. \end{aligned}$$

Отсюда получаем:

$$\beta(p_{02} - v_3)^2 = \alpha(u_3 - p_{02})^2,$$

$$\sqrt{\beta}(p_{02} - v_3) = \sqrt{\alpha}(u_3 - p_{02});$$

$$p'_{02} = \frac{\sqrt{\alpha}u_3 + \sqrt{\beta}v_3}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}.$$

Шаг 2. Решим задачу (2):

$$\begin{aligned} n_2 &= (g_2 + g_{01} - g_{02})p_{22} - g_2p_{21} + \\ &+ g_{02}p_{02} - g_{01}p_{01} \rightarrow \max, \\ \begin{cases} g_2 = \beta(p_{21} - v_2)^2, \\ g_2 + g_{01} - g_{02} = \alpha(u_2 - p_{22})^2 \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_2 &= \alpha(u_2 - p_{22})^2 p_{22} - \beta(p_{21} - v_2)^2 p_{21} + \\ &+ p_{02} \left( \beta(p_{21} - v_2)^2 - \alpha(u_2 - p_{22})^2 + g_{01} \right) - \\ &- g_{01}p_{01} \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Чтобы найти максимум, вычислим производные и приравняем их к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_2}{\partial p_{21}} &= -2\beta(p_{21} - v_2)p_{21} - \beta(p_{21} - v_2)^2 + \\ &+ 2\beta(p_{21} - v_2)p_{02} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_2}{\partial p_{22}} &= -2\alpha(u_2 - p_{22})p_{22} + \alpha(u_2 - p_{22})^2 + \\ &+ 2\alpha(u_2 - p_{22})p_{02} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Решив уравнения (9)–(10), получим решения, удовлетворяющие условиям задачи:

$$p_{21}(p_{02}) = \frac{2p_{02} + v_2}{3},$$

$$p_{22}(p_{02}) = \frac{2p_{02} + u_2}{3}.$$

Далее определим потоки товаров:

$$\begin{aligned} g_2(p_{02}) &= \beta(p_{21} - v_2)^2 = \beta \left( \frac{2p_{02} + v_2}{3} - v_2 \right)^2 = \\ &= \beta \left( \frac{2p_{02} - 2v_2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9} \beta (p_{02} - v_2)^2; \end{aligned}$$

$$g_2(p_{02}) = \frac{4}{9} \beta (p_{02} - v_2)^2;$$

$$g_{01}(p_{02}) =$$

$$= \alpha \left( u_2 - \frac{2p_{02} + u_2}{3} \right)^2 - \beta \left( \frac{2p_{02} + v_2}{3} - v_2 \right)^2 +$$

$$+ \frac{4}{9} \left( \alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2 \right) =$$

$$= \alpha \left( \frac{2u_2 - 2p_{02}}{3} \right)^2 - \beta \left( \frac{2p_{02} - 2v_2}{3} \right)^2 +$$

$$+ \frac{4}{9} \left( \alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2 \right) =$$

$$= \frac{4}{9} \left( \alpha(u_2 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_2)^2 \right) +$$

$$+ \frac{4}{9} \left( \alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2 \right);$$

$$g_{01}(p_{02}) = \frac{4}{9} \left( \alpha(u_2 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_2)^2 \right) +$$

$$+ \frac{4}{9} \left( \alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2 \right).$$

Шаг 3. Решим задачу (1):

$$n_1 = (g_1 - g_{01})p_{12} - g_1p_{11} + g_{01}p_{01} \rightarrow$$

$$\rightarrow \max \begin{cases} g_1 = \beta(p_{11} - v_1)^2, \\ g_1 - g_{01} = \alpha(u_1 - p_{12})^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \alpha(u_1 - p_{12})^2 p_{12} - \beta(p_{11} - v_1)^2 p_{11} + \\ &+ p_{01} \left( \beta(p_{11} - v_1)^2 - \alpha(u_1 - p_{12})^2 \right) \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Аналогично найдем частные производные, приравняем их к нулю, решим полученные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial p_{11}} &= -2\beta(p_{11} - v_1)p_{11} - \beta(p_{11} - v_1)^2 + \\ &+ 2\beta(p_{11} - v_1)p_{01} = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial p_{12}} &= -2\alpha(u_1 - p_{12})p_{12} + \alpha(u_1 - p_{12})^2 + \\ &+ 2\alpha(u_1 - p_{12})p_{01} = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial p_{01}} = -\alpha(u_1 - p_{12})^2 + \beta(p_{11} - v_1)^2 = 0. \quad (13)$$

Решив уравнения (11)–(12), получим решения, удовлетворяющие условиям задачи:

$$p_{11} = \frac{2p_{01} + v_1}{3}, \quad p_{12} = \frac{2p_{01} + u_1}{3}.$$

Подставим эти значения в уравнение (13) и получим:

$$p'_{01} = \frac{\sqrt{\alpha}u_1 + \sqrt{\beta}v_1}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}.$$

Обозначим:

$$p_{01} = 0,5(p'_{01} + p'_{02}),$$

$$p''_{02} = \frac{\sqrt{\alpha}u_2 + \sqrt{\beta}v_2}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}},$$

$$p_{02} = 0,5(p'_{01} + p''_{02}).$$

В результате решения исходной задачи получены следующие формулы.

Потоки ресурсов:

$$g_1(p_{01}) = \frac{4}{9}\beta(p_{01} - v_1)^2,$$

$$g_2(p_{02}) = \frac{4}{9}\beta(p_{02} - v_2)^2,$$

$$g_3(p_{02}) = \frac{4}{9}\beta(p_{02} - v_3)^2,$$

$$g_{01}(p_{01}) = \frac{4}{9}\left(\beta(p_{01} - v_1)^2 - \alpha(u_1 - p_{01})^2\right),$$

$$g_{02}(p_{02}) = \frac{4}{9}\left(\alpha(u_3 - p_{02})^2 - \beta(p_{02} - v_3)^2\right).$$

Цены покупки-продажи ресурсов:

$$p_{11} = \frac{2p_{01} + v_1}{3}, \quad p_{12} = \frac{2p_{01} + u_1}{3},$$

$$p_{21} = \frac{2p_{02} + v_2}{3},$$

$$p_{22} = \frac{2p_{02} + u_2}{3}, \quad p_{31} = \frac{2p_{02} + v_3}{3},$$

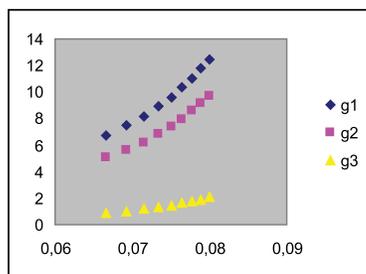
$$p_{32} = \frac{2p_{02} + u_3}{3}.$$

Прибыли фирм находим из (1)–(3) и прибыль всей системы – по формуле

$$N = n_1 + n_2 + n_3.$$

Используя программу Microsoft Office Excel, определим значения прибылей каждой фирмы, общую прибыль системы и значения потока ресурсов фирм в системе в зависимости от отношения  $\alpha/\beta$ , принадлежащего промежутку (0,06; 0,09). С ростом спроса, увеличением отношения  $\alpha/\beta$  растет поток ресурса, а также прибыль каждой фирмы и всей системы (рис. 2).

Наибольшую прибыль имеет первая фирма, которая управляет ценой продажи ресурса.



$\alpha/\beta$

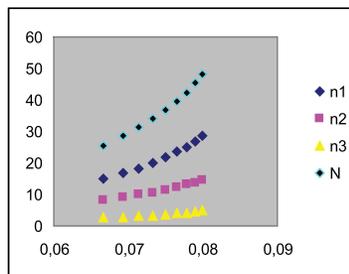


Рис. 2. Значения потока ресурса и прибыли фирмы

## Цитированная литература

1. Амелькин С.А. Предельные возможности процесса ресурсообмена в неоднородной открытой микроэкономической системе // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, № 4. – С. 96–104.

2. Спиридонова Г.В., Топор Е.С. Оптимизация прибыли в открытой системе смешанной структуры для случая  $s$  фирм // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2011. – № 3(39). – С. 76–80.

3. Спиридонова Г.В., Семенова Н.В. Задача оптимизации ресурсообмена в открытой системе последовательной структуры при нелинейных функциях спроса и предложения //

Интеграционные процессы в естественнонаучном и математическом образовании: сб. науч. тр. участников междунар. конф. – М., 2013. – С. 394–397.

4. Спиридонова Г.В., Семенова Н.В. Процесс ресурсообмена в системе последовательно-параллельной структуры при нелинейных функциях спроса и предложения // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2011. – № 3(54). – С. 56–61.

5. Цирлин А.М. Оптимальное управление ресурсами в экономических системах // АИТ. – 1995. – № 3. – С. 116–126.

6. Цирлин А.М. Методы усредненной оптимизации и их приложения. – М.: Наука; Физматлит, 1997.

УДК 512.556.3:517.984.42

## ПОЛУИЗОМЕТРИЧЕСКИЙ ИЗОМОРФИЗМ КОЛЕЦ КОМПАКТНЫХ ОПЕРАТОРОВ

С.А. Алещенко

*Рассмотрены некоторые классы компактных операторов с точки зрения топологической алгебры. Показано, что  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  – кольцо при  $\gamma \geq 1$ ; функция  $\xi_\sigma$  – псевдонорма в кольце  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  при  $\sigma \geq \gamma$ ; псевдонормированное кольцо  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\sigma)$  является полным только при  $\sigma = \gamma$ ; естественный изоморфизм  $\varepsilon: (\mathcal{S}_\gamma, \xi_\sigma) \rightarrow (\mathcal{S}_\gamma, \xi_{\bar{\sigma}})$  является полуизометрическим при  $\gamma \leq \sigma < \bar{\sigma}$ .*

**Ключевые слова:** псевдонормированное кольцо, идеал, подкольцо, изометрический гомоморфизм, полуизометрический изоморфизм, пополнение псевдонормированных колец, компактный оператор.

## SEMI-ISOMETRIC ISOMORPHISM OF RINGS OF COMPACT OPERATORS

S.A. Aleschenko

*The article considers some classes of compact operators from the point of view of topological algebra. It's shown that  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  is a ring for  $\gamma \geq 1$ ; the function  $\xi_\sigma$  is a pseudonorm in the ring  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  for  $\sigma \geq \gamma$ ; the pseudonormed ring  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\sigma)$  is complete only for  $\sigma = \gamma$ ; the natural isomorphism  $\varepsilon: (\mathcal{S}_\gamma, \xi_\sigma) \rightarrow (\mathcal{S}_\gamma, \xi_{\bar{\sigma}})$  is a semi-isometric isomorphism for  $\gamma \leq \sigma < \bar{\sigma}$ .*

**Keywords:** pseudonormed ring, ideal, subring, isometric homomorphism, semi-isometric isomorphism, completion of pseudonormed rings, compact operator.

В теории дискретных колец часто применяется следующая теорема об изоморфизме.

**Теорема 1.** Пусть  $R$  – кольцо,  $A$  – подкольцо кольца  $R$ . Если  $I$  – идеал в  $R$ , то кольца  $A/(A \cap I)$  и  $(A+I)/I$  изоморфны.

В частности, если  $A \cap I = 0$ , то кольцо  $A$  изоморфно кольцу  $(A+I)/I$ , т. е. кольца  $A$  и  $(A+I)/I$  имеют одинаковые алгебраические свойства.

Эта теорема для топологических и псевдонормированных колец не всегда имеет место, поскольку на изоморфизм таких колец накладывается условие сохранения топологии (псевдонормы), т. е. изоморфизм топологических колец должен быть гомеоморфизмом, а изоморфизм псевдонормированных колец должен быть изометрическим. В работе [1] было доказано, что ничего больше, чем неравенство  $\bar{\xi}(\varphi(r)) \leq \xi(r)$ , для кольцевого изоморфизма  $\varphi$  получить нельзя. Поэтому на подкольцо  $A$  приходится накладывать дополнительные условия, например потребовать, чтобы  $A$  было идеалом в кольце  $R$ . В работе [1] было рассмотрено следующее понятие.

**Определение 1.** Пусть  $(R, \xi)$  и  $(\bar{R}, \bar{\xi})$  – псевдонормированные кольца. Изоморфизм  $\varphi: R \rightarrow \bar{R}$  назовем полуизометрическим, если существует такое псевдонормированное кольцо  $(\hat{R}, \hat{\xi})$ , что выполнены следующие условия:

- $R$  является идеалом в кольце  $\hat{R}$ ;
- $\hat{\xi}|_R = \xi$ ;
- изоморфизм  $\varphi$  может быть продолжен до изометрического гомоморфизма  $\hat{\varphi}: (\hat{R}, \hat{\xi}) \rightarrow (\bar{R}, \bar{\xi})$  псевдонормированных колец, т. е. такого гомоморфизма  $\hat{\varphi}$ , что

$$\bar{\xi}(\hat{\varphi}(\hat{r})) = \inf \left\{ \hat{\xi}(\hat{r} + i) \mid i \in \ker \hat{\varphi} \right\}$$

для всех  $\hat{r} \in \hat{R}$ .

В работе [1] была доказана следующая теорема.

**Теорема 2.** Пусть  $(R, \xi)$  и  $(\bar{R}, \bar{\xi})$  – псевдонормированные кольца,  $\varphi: R \rightarrow \bar{R}$  – кольцевой изоморфизм. Изоморфизм  $\varphi: (R, \xi) \rightarrow (\bar{R}, \bar{\xi})$  является полуизометрическим изоморфизмом псевдонормированных колец тогда и только тогда, когда

$$\frac{\xi(a \cdot b)}{\xi(b)} \leq \bar{\xi}(\varphi(a)) \leq \xi(a)$$

$$\text{и } \frac{\xi(b \cdot a)}{\xi(b)} \leq \bar{\xi}(\varphi(a)) \leq \xi(a)$$

для любых  $a \in R$  и  $b \in R \setminus \{0\}$ .

В настоящей работе изучаются псевдонормированные кольца, порожденные некоторыми классами компактных операторов в гильбертовых пространствах.

В работе [2] было рассмотрено следующее понятие.

**Определение 2.** Пусть  $H$  – бесконечномерное сепарабельное комплексное гильбертово пространство,  $A: H \rightarrow H$  – компактный оператор. Занумеруем ненулевые собственные значения  $\lambda_k$  оператора  $A^*A$  в порядке убывания с учетом их кратностей. Положительные числа  $s_k(A) = \sqrt{\lambda_k(A^*A)}$  называются  $s$ -числами компактного оператора  $A$ .

В работе [2] также были изучены свойства  $s$ -чисел компактных операторов и рассмотрена следующая теорема.

**Теорема 3.** Для любых компактных операторов  $A$  и  $B$  выполнены соотношения:

- 1)  $s_k(A \cdot B) \leq s_k(A) \cdot s_k(B)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ;
- 2)  $s_k(A + B) \leq s_k(A) + s_k(B)$ ,  $k = 1, 2, \dots$

С помощью свойств  $s$ -чисел выделим следующие классы операторов.

**Определение 3.** Пусть  $\gamma \geq 1$ . Будем говорить, что компактный оператор  $A: H \rightarrow H$  принадлежит классу  $\mathcal{S}_\gamma(H)$ , если сходится числовой ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\gamma$ .

Совокупность всех компактных операторов будем обозначать  $\mathcal{S}_\infty(H)$ .

Настоящая работа посвящена изучению классов  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  с точки зрения топологической алгебры. Результаты исследования были анонсированы в работе [3].

При изучении классов  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  мы будем использовать следующие предложения.

**Предложение 1.** Для любых действительных чисел  $a_{jk} \geq 0, j=1,2,\dots,m, k=1,2,\dots,n$  и для любого действительного числа  $\gamma > 1$  справедливо неравенство

$$\left( \sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^m a_{jk} \right)^\gamma \right)^{1/\gamma} \leq \sum_{j=1}^m \left( \sum_{k=1}^n a_{jk}^\gamma \right)^{1/\gamma}.$$

**Предложение 2.** Пусть для действительных чисел  $a_k \geq 0, k=1,2,\dots,n$  задано семейство функций  $\{G_\gamma(a_1, a_2, \dots, a_n) | 1 \leq \gamma \leq \infty\}$  таких, что

$$G_\gamma(a_1, a_2, \dots, a_n) = \left( \sum_{k=1}^n a_k^\gamma \right)^{1/\gamma} \text{ при } 1 \leq \gamma < \infty,$$

$$G_\gamma(a_1, a_2, \dots, a_n) = \max_{1 \leq k \leq n} a_k \text{ при } \gamma = \infty.$$

Тогда справедливы следующие утверждения:

$$1) \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} G_\gamma(a_1, a_2, \dots, a_n) = G_\infty(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

для любых  $a_k \geq 0, k=1,2,\dots,n$ ;

$$2) G_\gamma(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq G_\sigma(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

для всех  $1 \leq \gamma \leq \sigma \leq \infty$  и  $a_k \geq 0, k=1,2,\dots,n$ ;

$$3) \sup_{\gamma > 1} G_\gamma(a_1, a_2, \dots, a_n) = G_1(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

для любых  $a_k \geq 0, k=1,2,\dots,n$ .

Доказательство предложений 1 и 2 можно найти в [4].

**Предложение 3.** Пусть  $R$  и  $\bar{R}$  – кольца,  $\varphi: R \rightarrow \bar{R}$  – кольцевой изоморфизм и  $\{\xi_\gamma | \gamma \in \Gamma\}$  и  $\{\bar{\xi}_\gamma | \gamma \in \Gamma\}$  – такие

семейства псевдонорм в кольцах  $R$  и  $\bar{R}$  соответственно, что  $\varphi: (R, \xi_\gamma) \rightarrow (\bar{R}, \bar{\xi}_\gamma)$  является полуизометрическим изоморфизмом для любого  $\gamma \in \Gamma$ . Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если  $\Gamma$  – направленное множество и для любых  $r \in R, \bar{r} \in \bar{R}$  существуют пределы  $\lim_{\gamma \in \Gamma} \xi_\gamma(r), \lim_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r})$ , причем  $\lim_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r}) \neq 0$  для каждого  $\bar{r} \neq 0$ , и  $\xi(r) = \lim_{\gamma \in \Gamma} \xi_\gamma(r), \bar{\xi}(\bar{r}) = \lim_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r})$  для любых  $r \in R, \bar{r} \in \bar{R}$ , то изоморфизм  $\varphi: (R, \xi) \rightarrow (\bar{R}, \bar{\xi})$  является полуизометрическим;

2) если для любого  $r \in R$  множество  $\{\xi_\gamma(r) | \gamma \in \Gamma\}$  ограничено сверху и  $\xi(r) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \xi_\gamma(r), \bar{\xi}(\bar{r}) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r})$  для любых  $r \in R, \bar{r} \in \bar{R}$ , то  $\varphi: (R, \xi) \rightarrow (\bar{R}, \bar{\xi})$  – полуизометрический изоморфизм.

Доказательство предложения 3 можно найти в [5].

Рассмотрим следующие функции, аналоги которых были изучены в работах [5–7]:

$$\xi_\gamma(A) = \left( \sum_{k=1}^\infty s_k^\gamma(A) \right)^{1/\gamma}, \quad 1 \leq \gamma < \infty,$$

$$\xi_\infty(A) = \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \xi_\gamma(A) = \sup_{k \in \mathbb{N}} s_k(A).$$

Следующая теорема изучает свойства классов  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  и функций  $\xi_\gamma$  с точки зрения топологической алгебры.

**Теорема 4.** Пусть  $H$  – бесконечномерное сепарабельное комплексное гильбертово пространство,  $\{\mathcal{S}_\gamma(H) | 1 \leq \gamma \leq \infty\}$  – семейство классов компактных операторов в  $H$ . Тогда справедливы следующие утверждения:

1.  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  – кольцо для любого  $1 \leq \gamma \leq \infty$ .

2.  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  – двусторонний идеал в кольце  $\mathcal{S}_\sigma(H)$  для любых  $1 \leq \gamma \leq \sigma \leq \infty$ .

3.  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  – псевдонормированное кольцо для любых  $1 \leq \gamma \leq \sigma \leq \infty$ .

4.  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  – полное псевдонормированное кольцо для любого  $1 \leq \gamma \leq \infty$ .

5. Пополнение псевдонормированного кольца  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  совпадает с псевдонормированным кольцом  $(\mathcal{S}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  для любых  $1 \leq \gamma \leq \sigma \leq \infty$ .

6. Если  $\varepsilon: \mathcal{S}_\gamma(H) \rightarrow \mathcal{S}_\sigma(H)$  – естественный изоморфизм, то тогда  $\varepsilon: (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma) \rightarrow (\mathcal{S}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  является полуизометрическим изоморфизмом для всех  $1 \leq \gamma \leq \sigma < \bar{\sigma} \leq \infty$ .

#### Доказательство.

1. Покажем, что  $\mathcal{S}_\gamma(H)$  – кольцо. Пусть  $A, B \in \mathcal{S}_\gamma(H)$ . Согласно теореме 3 имеют место неравенства  $s_k(A+B) \leq s_k(A) + s_k(B)$  и  $s_k(A \cdot B) \leq s_k(A) \cdot s_k(B)$ , и с учетом предложений 1 и 2 мы получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A+B))^{\gamma} \leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) + s_k(B))^{\gamma} \leq \left( \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \right)^{1/\gamma} + \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\gamma} \right)^{1/\gamma} \right)^{\gamma};$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A \cdot B))^{\gamma} &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) \cdot s_k(B))^{\gamma} \leq \\ &\leq \sup_{k \in N} (s_k(A))^{\gamma} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\gamma} \leq \\ &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\gamma}. \end{aligned}$$

Тогда сходимость

$$\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\gamma}$$

влечет сходимость

$$\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A+B))^{\gamma} \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A \cdot B))^{\gamma}.$$

Значит, операторы  $A+B$  и  $A \cdot B$  принадлежат классу  $\mathcal{S}_\gamma(H)$ .

2. Покажем, что  $\mathcal{S}_\gamma$  – двусторонний идеал в кольце  $\mathcal{S}_\sigma$  при  $\gamma \leq \sigma$ . Действительно, если  $A \in \mathcal{S}_\gamma(H)$  и  $B \in \mathcal{S}_\sigma(H)$ , то с учетом теоремы 3 и предложений 1 и 2 мы имеем:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(AB))^{\sigma} &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) \cdot s_k(B))^{\sigma} \leq \\ &\leq \sup_{k \in N} (s_k(A))^{\sigma} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \right)^{\sigma/\gamma} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\gamma}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(BA))^{\sigma} &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B) \cdot s_k(A))^{\sigma} \leq \\ &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\sigma} \cdot \sup_{k \in N} (s_k(A))^{\sigma} \leq \\ &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\gamma} \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \right)^{\sigma/\gamma}. \end{aligned}$$

Сходимость рядов

$$\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\sigma}$$

влечет сходимость

$$\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(AB))^{\sigma} \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(BA))^{\sigma}.$$

Следовательно, операторы  $AB$  и  $BA$  принадлежат классу  $\mathcal{S}_\sigma(H)$ .

3. Покажем, что  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  – псевдонормированное кольцо для любых  $\gamma \leq \sigma$ . Заметим, что для любого  $A \in \mathcal{S}_\gamma(H)$  сходимость  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma}$  влечет сходимость  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\sigma}$ , так как согласно

предложению 2 имеет место неравенство  $\left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\sigma} \right)^{1/\sigma} \leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\gamma} \right)^{1/\gamma}$ . Также

очевидно, что: I.  $\xi_\sigma(A) \geq 0$  для любого  $A \in \mathcal{S}_\gamma(H)$ ; II.  $\xi_\sigma(A) = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ; III.  $\xi_\sigma(-A) = \xi_\sigma(A)$  для любого  $A \in \mathcal{S}_\gamma(H)$ .

Покажем, что для любых  $A, B \in \mathcal{S}_\gamma(H)$

выполнены условия:

$$\text{IV. } \xi_\sigma(A+B) \leq \xi_\sigma(A) + \xi_\sigma(B);$$

$$\text{V. } \xi_\sigma(A \cdot B) \leq \xi_\sigma(A) \cdot \xi_\sigma(B).$$

Действительно, согласно теореме 3 и предложениям 1 и 2 мы имеем:

$$\begin{aligned} \xi_\sigma(A+B) &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A+B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) + s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma \right)^{1/\sigma} + \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} = \\ &= \xi_\sigma(A) + \xi_\sigma(B); \\ \xi_\sigma(A \cdot B) &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A \cdot B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) \cdot s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \sup_{k \in N} s_k(A) \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma \right)^{1/\sigma} \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} = \\ &= \xi_\sigma(A) \cdot \xi_\sigma(B). \end{aligned}$$

Таким образом, функция  $\xi_\sigma$  задает псевдонорму в кольце  $\mathcal{S}_\gamma(H)$ .

4. Покажем, что псевдонормированное кольцо  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  является полным. Пусть  $\{A_n | n \in N\}$  – произвольная фундаментальная последовательность операторов в  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$ . Тогда для любого  $\delta > 0$  найдется такое натуральное число  $N(\delta)$ , что для всех  $m \geq n \geq N(\delta)$  выполнено неравенство  $\xi_\gamma(A_n - A_m) < \delta$ . Из предложения 2 следует, что

$$\begin{aligned} \xi_\sigma(A_n - A_m) &= \sup_{k \in N} s_k(A_n - A_m) \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A_n - A_m))^\gamma \right)^{1/\gamma} = \xi_\gamma(A_n - A_m) < \delta. \end{aligned}$$

Значит, последовательность  $\{A_n | n \in N\}$  является фундаментальной в кольце  $(\mathcal{S}_\sigma(H), \xi_\sigma)$ . Известно, что кольцо компактных операторов  $(\mathcal{S}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  является полным. Значит, существует такой компактный оператор  $A \in (\mathcal{S}_\sigma(H), \xi_\sigma)$ , что  $\xi_\sigma(A_n - A) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Покажем, что  $A \in (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  и  $\xi_\gamma(A_n - A) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Действительно, так как  $\xi_\sigma(A_n - A) = \sup_{k \in N} s_k(A_n - A) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  и согласно теореме 3 выполнено неравенство  $|s_k(A_n) - s_k(A)| \leq s_k(A_n - A) \leq \sup_{j \in N} s_j(A_n - A)$ , то  $s_k(A_n) \rightarrow s_k(A)$  для каждого  $k \in N$ . Тогда  $s_k(A_n - A_m) \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$ , и из неравенства  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A_n - A_m))^\gamma < \delta^\gamma$  мы получим  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A_n - A))^\gamma \leq \delta^\gamma$  для всех  $n \geq N(\delta)$ .

Значит,  $\xi_\gamma(A_n - A) \leq \delta$  для всех  $n \geq N(\delta)$  и имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\gamma &\leq \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A - A_n) + s_k(A_n))^\gamma \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A - A_n))^\gamma \right)^{1/\gamma} + \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A_n))^\gamma \right)^{1/\gamma} \leq \\ &\leq \left( \delta + \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A_n))^\gamma \right)^{1/\gamma} \right)^\gamma, \end{aligned}$$

из которого следует сходимость  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\gamma$ .

Таким образом,  $A \in (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\gamma)$  и  $\xi_\gamma(A_n - A) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

5. Покажем, что пополнение псевдонормированного кольца  $(\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\sigma)$  совпадает с псевдонормированным кольцом  $(\mathcal{S}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  при  $\gamma \leq \sigma$ . Пусть  $\mathcal{A}(H)$  – кольцо всех конечномерных операторов, заданных в гильбертовом пространстве  $H$ . Возьмем произвольный оператор

$A \in (\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$ . Так как  $A$  – компактный оператор, то в гильбертовом пространстве  $H$  существуют такие ортонормированные системы элементов  $\{\varphi_n | n \in N\}$  и  $\{\psi_n | n \in N\}$ , что для любого  $x \in H$  имеют место разложения:

$$x = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (x, \varphi_k) \varphi_k$$

$$\text{и } Ax = \sum_{k=1}^{\infty} s_k(A) (x, \varphi_k) \psi_k,$$

где  $x_0 \in \ker A$ .

Рассмотрим такую последовательность операторов  $\{A_n | n \in N\}$ , что

$$A_n x = \sum_{k=1}^n s_k(A) (x, \varphi_k) \psi_k$$

для любого  $x \in H$ . Тогда  $\{A_n | n \in N\} \subset \mathcal{K}(H)$  и при этом

$$(A - A_n)x = \sum_{k=n+1}^{\infty} s_k(A) (x, \varphi_k) \psi_k$$

для любого  $x \in H$ , откуда следует, что числа

$$\left\{ s_k(A) = \sqrt{\lambda_k(A^*A)} \mid k \geq n+1 \right\}$$

являются  $s$ -числами оператора  $A - A_n$ . Так как  $A \in (\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$ , то ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma$  сходится. Значит, для любого  $\delta > 0$  найдется такое натуральное число  $N(\delta)$ , что для всех  $n \geq N(\delta)$  выполнено неравенство  $\sum_{k=n+1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma < \delta^\sigma$ . Тогда для всех  $n \geq N(\delta)$  имеет место неравенство

$$\xi_\sigma(A - A_n) = \left( \sum_{k=n+1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma \right)^{1/\sigma} < \delta,$$

откуда следует  $\xi_\sigma(A - A_n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Таким образом, для любого  $A \in (\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  существует такая последовательность  $\{A_n | n \in N\} \subset \mathcal{K}(H)$ , что  $\xi_\sigma(A - A_n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Значит,  $\mathcal{K}(H)$  всюду плотно в кольце  $(\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$ .

Поскольку  $\mathcal{K}(H) \subset \mathcal{L}_\gamma(H) \subset \mathcal{L}_\sigma(H)$ , то  $\mathcal{L}_\gamma(H)$  также всюду плотно в кольце  $(\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$ . И так как псевдонормированное кольцо  $(\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  является полным, то  $(\mathcal{L}_\sigma(H), \xi_\sigma)$  является пополнением псевдонормированного кольца  $(\mathcal{L}_\gamma(H), \xi_\sigma)$ .

6. Покажем, что естественный изоморфизм  $\varepsilon: (\mathcal{L}_\gamma(H), \xi_\sigma) \rightarrow (\mathcal{L}_\gamma(H), \xi_{\bar{\sigma}})$  является полуизометрическим изоморфизмом для всех  $1 \leq \gamma \leq \sigma < \bar{\sigma} \leq \infty$ . Действительно, в силу предложения 2 для любых  $A, B \in \mathcal{L}_\gamma(H)$  справедливы неравенства:

$$\begin{aligned} \xi_\sigma(A \cdot B) &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A \cdot B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) \cdot s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \sup_{k \in N} s_k(A) \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\bar{\sigma}} \right)^{1/\bar{\sigma}} \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} = \\ &= \xi_{\bar{\sigma}}(A) \cdot \xi_\sigma(B) = \xi_{\bar{\sigma}}(\varepsilon(A)) \cdot \xi_\sigma(B); \\ \xi_\sigma(A \cdot B) &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A \cdot B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A) \cdot s_k(B))^\sigma \right)^{1/\sigma} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma \right)^{1/\sigma} \cdot \sup_{k \in N} s_k(B) \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma \right)^{1/\sigma} \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(B))^{\bar{\sigma}} \right)^{1/\bar{\sigma}} = \\ &= \xi_\sigma(A) \cdot \xi_{\bar{\sigma}}(B) = \xi_\sigma(A) \cdot \xi_{\bar{\sigma}}(\varepsilon(B)); \\ \xi_{\bar{\sigma}}(\varepsilon(A)) &= \xi_{\bar{\sigma}}(A) = \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^{\bar{\sigma}} \right)^{1/\bar{\sigma}} \leq \\ &\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} (s_k(A))^\sigma \right)^{1/\sigma} = \xi_\sigma(A). \end{aligned}$$

Значит, согласно теореме 2 отображение  $\varepsilon: (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\sigma) \rightarrow (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_{\bar{\sigma}})$  является полуизометрическим изоморфизмом псевдонормированных колец.

Поскольку  $\xi_\infty = \lim_{\bar{\sigma} \rightarrow +\infty} \xi_{\bar{\sigma}}$ , то из предложения 3 следует, что естественный изоморфизм  $\varepsilon: (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\sigma) \rightarrow (\mathcal{S}_\gamma(H), \xi_\infty)$  является полуизометрическим.

Так как  $\xi_1(A) = \sup_{\gamma > 1} \xi_\gamma(A)$  согласно предложению 2, то из предложения 3 следует, что  $\varepsilon: (\mathcal{S}_1(H), \xi_1) \rightarrow (\mathcal{S}_1(H), \xi_\infty)$  – полуизометрический изоморфизм.  $\square$

### Цитированная литература

1. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Quotient rings of pseudonormed rings // Buletinul Academiei de Ştiinţe a Republicii Moldova. Matematica. – 2006. – № 2. – P. 3–16.

2. Садовничий В.А. Теория операторов. – М.: Изд-во Моск. ун-та – 1986. – 368 с.

3. Алещенко С.А. Полуизометрический изоморфизм некоторых классов компактных операторов // X Международ. конф. «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве». – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та. – 2017. – С. 142–143.

4. Харди Г.Г., Литтлвуд Дж.Е., Полиа Г. Неравенства. – М.: ИЛ. – 1948. – 456 с.

5. Алещенко С.А. Конструкции псевдонормированных колец, сохраняющие полуизометрический изоморфизм // Studia Universitatis Moldaviae. Ştiinţe Exacte şi Economice. – 2013. – № 7. – С. 19–27.

6. Алещенко С.А. Некоторые конструкции псевдонормированных колец // Вестник науки Приднестровья. – 2012. – № 2. – С. 147–155.

7. Aleschenko S. A semi-isometric isomorphism on a ring of matrices // Buletinul Academiei de Ştiinţe a Republicii Moldova. Matematica. – 2014. – № 2. – P. 74–84.

УДК 517.988.63

## РАЗРЕШИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЙ В КЛАССЕ АБСТРАКТНЫХ ФУНКЦИЙ

С.А. Алещенко, А.О. Кушниц

*Рассмотрен вопрос существования и единственности решения некоторых нелинейных интегральных уравнений в классе абстрактных функций над банаховыми кольцами. Получены достаточные условия однозначной разрешимости интегральных уравнений, на основании которых доказаны теоремы о существовании и единственности решения некоторых дифференциальных уравнений в классе абстрактных функций над банаховыми кольцами.*

**Ключевые слова:** кольцо, нормированное кольцо, банахово кольцо, абстрактная функция, непрерывная абстрактная функция, дифференцируемая абстрактная функция, сжимающее отображение.

## SOLVABILITY OF SOME EQUATIONS IN THE CLASS OF ABSTRACT FUNCTIONS

S.A. Aleschenko, A.O. Kushnir

*The article considers the existence and uniqueness of the solution of certain nonlinear integral equations in the class of abstract functions over Banach rings. Sufficient conditions for the unique*

*solvability of integral equations are obtained. On the basis of these conditions, the authors proved the theorems of the existence and uniqueness of the solution of certain differential equations in the class of abstract functions over Banach rings.*

**Keywords:** ring, normed ring, Banach ring, abstract function, continuous abstract function, differentiable abstract function, contraction mapping.

Теоремы, приведенные ниже, играют важную роль в теории дифференциальных и интегральных уравнений:

**Теорема 1.** Пусть дано обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (1)$$

с начальным условием

$$y(x_0) = y_0, \quad (2)$$

причем функция  $f$  определена и непрерывна в некоторой плоской области  $G$ , содержащей точку  $(x_0, y_0)$ , и удовлетворяет в этой области условию Липшица по  $y$ :

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq M |y_1 - y_2|.$$

Тогда на некотором сегменте  $|x - x_0| \leq d$  существует, и притом только одно, решение  $y = \varphi(x)$  уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию (2).

**Теорема 2.** Пусть дано интегральное уравнение

$$x(t) = f(t) + \lambda \int_a^t K(t, s)x(s)ds. \quad (3)$$

Если функция  $f(t)$  непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , функция  $K(t, s)$  непрерывна на квадрате  $[a, b] \times [a, b]$ , то тогда для любого  $\lambda$  интегральное уравнение (3) имеет единственное решение  $x(t)$  в пространстве  $C_{[a, b]}$ .

В работе [1] дано следующее определение:

**Определение 1.** Множество  $R$  называется банаховым кольцом, если:

- 1)  $R$  – кольцо;
- 2)  $R$  – полное нормированное пространство;
- 3)  $\|xy\| \leq \|x\| \|y\|$  для любых  $x, y \in R$ .

В современном анализе приходится рассматривать интегральные и дифференциальные уравнения для функций, значения которых определены элементами банаховых колец. В работе [2] рассмотрены следующие понятия:

**Определение 2.** Пусть  $T$  – произвольное множество действительных чисел,  $R$  – банахово кольцо. Абстрактной функцией называется отображение, сопоставляющее числу  $t \in T$  элемент  $x(t)$  банахова кольца  $R$ .

**Определение 3.** Абстрактная функция  $x(t)$  называется непрерывной в точке  $t_0$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $\delta > 0$ , что для всех  $t \in T$ , удовлетворяющих условию  $|t - t_0| < \delta$ , выполнено неравенство  $\|x(t) - x(t_0)\| \leq \varepsilon$ .

**Определение 4.** Абстрактная функция  $x(t)$  называется дифференцируемой в точке  $t_0$ , если существует такой элемент  $l \in R$ , что  $x(t) - x(t_0) = (t - t_0)l + o(t - t_0)$  при  $t \rightarrow t_0$ , т. е. для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $\delta > 0$ , что для всех  $t \in T$ , удовлетворяющих условию  $|t - t_0| < \delta$ , выполнено неравенство  $\|x(t) - x(t_0) - (t - t_0)l\| \leq \varepsilon |t - t_0|$ .

**Определение 5.** Пусть абстрактная функция  $x(t)$  задана и непрерывна на отрезке  $[a, b]$ . Разобьем отрезок  $[a, b]$  произвольным образом на  $n$  частей точками  $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$  и выберем на каждом отрезке разбиения точку  $\xi_k \in [t_k, t_{k+1}]$ . Интегралом от функции  $x(t)$  по отрезку  $[a, b]$  называется такой элемент  $s \in R$ , что  $\left\| \sum_{k=1}^{n-1} x(\xi_k)(t_{k+1} - t_k) - s \right\| \rightarrow 0$  при  $\max(t_{k+1} - t_k) \rightarrow 0$ , и обозначается  $s = \int_a^b x(t)dt$ .

Рассмотрим некоторые свойства непрерывных и дифференцируемых абстрактных функций, которые мы будем использовать в данной работе.

**Предложение 1.** Пусть  $x(t), y(t)$  – непрерывные абстрактные функции на множестве  $T$ . Тогда:

1. Функция  $x(t) + y(t)$  является непрерывной на множестве  $T$ .

2. Функция  $x(t) \cdot y(t)$  является непрерывной на множестве  $T$ .

3. Для любой непрерывной скалярной функции  $f(t)$  на множестве  $T$  абстрактная функция  $f(t)x(t)$  является непрерывной на множестве  $T$ .

4. Функция  $\|x(t)\|$  является непрерывной скалярной функцией на множестве  $T$ .

**Предложение 2.** Пусть  $x(t), y(t)$  – дифференцируемые абстрактные функции на множестве  $T$ . Тогда:

1. Абстрактная функция  $x(t) + y(t)$  является дифференцируемой, при этом  $(x(t) + y(t))' = x'(t) + y'(t)$ .

2. Если  $f(t)$  – дифференцируемая скалярная функция, то  $(f(t)x(t))' = f'(t)x(t) + f(t)x'(t)$ .

3. Абстрактная функция  $x(t)y(t)$  является дифференцируемой, при этом  $(x(t)y(t))' = x'(t)y(t) + x(t)y'(t)$ .

4. Если  $A(t)$  – дифференцируемая оператор-функция, то  $(A(t)x(t))' = A'(t)x(t) + A(t)x'(t)$ .

**Предложение 3.** Пусть  $x(t), y(t)$  – непрерывные абстрактные функции на отрезке  $[a, b]$ . Тогда:

$$1. \int_a^b (\lambda x(t) + \mu y(t)) dt = \lambda \int_a^b x(t) dt + \mu \int_a^b y(t) dt$$

для любых  $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$ .

$$2. \left\| \int_a^b x(t) dt \right\| \leq \int_a^b \|x(t)\| dt.$$

3. Если функция  $y(t)$  имеет вид  $y(t) = f(t)y_0$ , где  $f(t)$  – скалярная функция, а  $y_0$  – фиксированный элемент из  $R$ ,

$$\text{то } \int_a^b y(t) dt = \left( \int_a^b f(t) dt \right) y_0.$$

4. Если  $A$  – линейный непрерывный оператор, то  $\int_a^b Ax(t) dt = A \left( \int_a^b x(t) dt \right)$ .

$$5. \frac{d}{dt} \left( \int_a^t f(s) ds \right) = f(t).$$

**Предложение 4.** Совокупность  $C([t_0; t_1], R)$  всех непрерывных абстрактных функций, заданных на отрезке  $[t_0; t_1]$ , со значениями в банаховом кольце  $R$  является полным метрическим пространством относительно метрики  $\rho(x, y) = \max_{t \in [t_0; t_1]} \|x(t) - y(t)\|$ .

В функциональном анализе, и в частности в теории интегральных уравнений, очень важную роль играет теорема, которая носит название обобщенного принципа сжимающих отображений:

**Теорема 3.** Пусть  $F$  отображает полное метрическое пространство  $(X, \rho)$  в себя. Если существует такое натуральное число  $n$ , что отображение  $F^n$  является сжимающим, то отображение  $F$  имеет единственную неподвижную точку в метрическом пространстве  $(X, \rho)$ .

Доказательство теоремы 3 можно найти в [2].

Разрешимость некоторых интегральных уравнений в пространствах  $L_{p[a, b]}$  была изучена в работе [3]. Разрешимость интегральных уравнений в пространствах  $L_{[a, b]}$  была изучена в [4].

Рассмотрим вопрос о разрешимости интегральных уравнений в классе абстрактных функций.

**Теорема 4.** Пусть дано интегральное уравнение

$$x(t) = f(t) + \lambda \int_{t_0}^t K(t, s) G(s, x(s)) ds \quad (4)$$

в классе функций со значениями в банаховом кольце  $R$  и функции  $f(t), K(t, s), G(s, u)$  удовлетворяют следующим условиям:

1)  $f: [t_0; t_1] \rightarrow R$  – непрерывная абстрактная функция;

2)  $K: [t_0; t_1]^2 \rightarrow C$  – непрерывная скалярная функция;

3)  $G: [t_0; t_1] \times R \rightarrow R$  – непрерывная абстрактная функция по первой переменной;

4)  $G(s, u)$  удовлетворяет условию Липшица по второй переменной, т. е. существует такое число  $L > 0$ , что для любого  $s \in [t_0; t_1]$  и для всех  $u, v \in R$  выполнено неравенство

$$\|G(s, u) - G(s, v)\| \leq L \|u - v\|. \quad (5)$$

Тогда для любого  $\lambda \in C$  интегральное уравнение (4) имеет единственное решение в пространстве  $C([t_0; t_1], R)$ .

**Доказательство.**

Рассмотрим отображение

$$F(x)|_t = f(t) + \lambda \int_{t_0}^t K(t, s) G(s, x(s)) ds.$$

Заметим, что  $F$  отображает полное метрическое пространство  $C([t_0; t_1], R)$  в себя. Покажем, что некоторая степень отображения  $F$  является отображением сжатия. Доказательство проведем по методу математической индукции.

Оценим норму  $\|F^n(x)|_t - F^n(y)|_t\|$  при различных натуральных  $n$ .

При  $n = 1$  имеем:

$$\begin{aligned} & \|F(x)|_t - F(y)|_t\| = \\ & = \left\| \lambda \int_{t_0}^t K(t, s) (G(s, x(s)) - G(s, y(s))) ds \right\| = \\ & = |\lambda| \cdot \left\| \int_{t_0}^t K(t, s) (G(s, x(s)) - G(s, y(s))) ds \right\| \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot \int_{t_0}^t \|K(t, s) (G(s, x(s)) - G(s, y(s)))\| ds = \\ & = |\lambda| \cdot \int_{t_0}^t |K(t, s)| \cdot \|(G(s, x(s)) - G(s, y(s)))\| ds. \end{aligned}$$

Из условия (5) следует:

$$\begin{aligned} & \|F(x)|_t - F(y)|_t\| = \\ & = |\lambda| \cdot \int_{t_0}^t |K(t, s)| \cdot \|(G(s, x(s)) - G(s, y(s)))\| ds \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot \int_{t_0}^t \max_{t, s \in [t_0; t_1]} |K(t, s)| \cdot L \|x(s) - y(s)\| ds \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot \max_{t, s \in [t_0; t_1]} |K(t, s)| \cdot L \int_{t_0}^t \max_{s \in [t_0; t_1]} \|x(s) - y(s)\| ds = \\ & = |\lambda| \cdot L \cdot M \cdot (t - t_0) \rho(x, y), \end{aligned}$$

где  $M = \max_{t, s \in [t_0; t_1]} |K(t, s)|$ .

Предположим, что при некотором натуральном  $n = j$  выполнено неравенство

$$\begin{aligned} & \|F^j(x)|_t - F^j(y)|_t\| \leq \\ & \leq |\lambda|^j \cdot L^j \cdot M^j \cdot \frac{(t - t_0)^j}{j!} \rho(x, y), \quad (6) \end{aligned}$$

и покажем его справедливость при  $n = j + 1$ . Рассмотрим отображение  $F^{j+1}$ :

$$\begin{aligned} & \|F^{j+1}(x)|_t - F^{j+1}(y)|_t\| = \\ & = \|F(F^j(x))|_t - F(F^j(y))|_t\|. \end{aligned}$$

Обозначив  $F^j(x) = u$ ,  $F^j(y) = v$ , получим

$$\begin{aligned} & \|F(u)|_t - F(v)|_t\| = \\ & = \left\| \lambda \int_{t_0}^t K(t, s) (G(s, u(s)) - G(s, v(s))) ds \right\| \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot \int_{t_0}^t |K(t, s)| \cdot \|(G(s, u(s)) - G(s, v(s)))\| ds \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot \int_{t_0}^t M \cdot L \|u(s) - v(s)\| ds. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} & \|F^{j+1}(x)|_t - F^{j+1}(y)|_t\| = \\ & = \|F(u)|_t - F(v)|_t\| \leq |\lambda| \cdot M \cdot L \int_{t_0}^t \|u(s) - v(s)\| ds = \\ & = |\lambda| \cdot M \cdot L \int_{t_0}^t \|F^j(x)|_s - F^j(y)|_s\| ds. \end{aligned}$$

С учетом предположения (6) мы имеем неравенство:

$$\begin{aligned} & \left\| F^{j+1}(x)|_t - F^{j+1}(y)|_t \right\| = \\ & = |\lambda| \cdot M \cdot L \int_{t_0}^t \left\| F^j(x)|_s - F^j(y)|_s \right\| ds \leq \\ & \leq |\lambda| \cdot M \cdot L \int_{t_0}^t |\lambda|^j \cdot L^j \cdot M^j \cdot \frac{(s-t_0)^j}{j!} \rho(x, y) ds = \\ & = |\lambda|^{j+1} \cdot L^{j+1} \cdot M^{j+1} \cdot \frac{(s-t_0)^{j+1}}{(j+1) \cdot j!} \Big|_{t_0}^t \rho(x, y) = \\ & = |\lambda|^{j+1} \cdot L^{j+1} \cdot M^{j+1} \cdot \frac{(t-t_0)^{j+1}}{(j+1)!} \rho(x, y). \end{aligned}$$

Таким образом, согласно методу математической индукции для всех натуральных чисел  $n$  справедливо неравенство

$$\begin{aligned} & \left\| F^n(x)|_t - F^n(y)|_t \right\| \leq \\ & \leq |\lambda|^n \cdot L^n \cdot M^n \cdot \frac{(t-t_0)^n}{n!} \rho(x, y), \end{aligned}$$

откуда следует:

$$\begin{aligned} \rho(F^n(x), F^n(y)) &= \max_{t \in [t_0; t_1]} \left\| F^n(x)|_t - F^n(y)|_t \right\| \leq \\ & \leq \frac{|\lambda|^n \cdot L^n \cdot M^n \cdot (t-t_0)^n}{n!} \rho(x, y). \end{aligned}$$

$$\text{Поскольку } \frac{|\lambda|^n \cdot L^n \cdot M^n \cdot (t-t_0)^n}{n!} \rightarrow 0$$

при  $n \rightarrow \infty$  для любого значения параметра  $\lambda$ , то существует такое натуральное число  $n_0$ , что для любого  $n \geq n_0$  выполнено неравенство

$$\mu_n = \frac{|\lambda|^n \cdot L^n \cdot M^n \cdot (t-t_0)^n}{n!} < 1.$$

Тогда из неравенства  $\rho(F^n(x), F^n(y)) \leq \mu_n \rho(x, y)$  следует, что отображение  $F^n$  является сжимающим для всех натуральных  $n \geq n_0$ .

Выполнены все условия теоремы 3. Таким образом, согласно этой теореме при любом значении параметра  $\lambda$  интеграль-

ное уравнение (4) имеет единственное решение в пространстве  $C([t_0; t_1], R)$ . Теорема доказана.

**Теорема 5.** Пусть дана задача Коши

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = F(t, x), \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (7)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (8)$$

в классе функций со значениями в банаховом кольце  $R$  и выполнены следующие условия:

1. Абстрактная функция  $F(t, x)$  непрерывна по первой переменной на отрезке  $[t_0, t_1]$ .

2.  $F(t, x)$  удовлетворяет условию Липшица по второй переменной, т. е. существует такое число  $L > 0$ , что для любого  $s \in [t_0; t_1]$  и для всех  $u, v \in R$  выполнено неравенство  $\|F(s, u) - F(s, v)\| \leq L \|u - v\|$ .

Тогда существует единственная дифференцируемая на отрезке  $[t_0, t_1]$  абстрактная функция  $x(t)$ , являющаяся решением задачи Коши (7), (8).

**Доказательство.**

Рассмотрим уравнение (7). Интегрируя его на отрезке  $[t_0, t_1]$ , получаем:

$$\int_{t_0}^t \frac{dx}{dt} dt = \int_{t_0}^t F(t, x) dt,$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^t F(t, x) dt.$$

Из начального условия (8) следует:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t F(t, x) dt. \quad (9)$$

Мы видим, что решение задачи Коши (7), (8) равносильно решению интегрального уравнения (9).

Заметим, что интегральное уравнение (9) удовлетворяет условиям теоремы 4. Следовательно, согласно теореме 4 уравнение (9) имеет единственное решение в пространстве  $C([t_0; t_1], R)$ .

Кроме того, из непрерывности абстрактной функции  $F(t, x)$  следует дифференцируемость абстрактной функции  $x(t)$  на отрезке  $[t_0, t_1]$ . Теорема доказана.

Следующая теорема определяет в явном виде решение задачи Коши в классе абстрактных функций над банаховым кольцом. Аналогичная задача Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений рассматривается в [5].

**Теорема 6.** Пусть дана задача Коши

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + f(t), & (10) \\ x(t_0) = x_0 & (11) \end{cases}$$

в классе функций со значениями в банаховом кольце  $R$ , где  $A$  – линейный непрерывный оператор,  $f(t)$  – абстрактная функция. Тогда существует единственная дифференцируемая на отрезке  $[t_0, t_1]$  абстрактная функция  $x(t)$ , являющаяся решением задачи Коши (10), (11), и при этом

$$x(t) = e^{(t-t_0)A} x_0 + \int_{t_0}^t e^{(t-s)A} f(s) ds. \quad (12)$$

**Доказательство.**

Рассмотрим уравнение (10). Пусть  $F(t, x) = Ax + f(t)$ . Тогда функция  $F(t, x)$  удовлетворяет условиям:

1.  $F(t, x)$  – непрерывная абстрактная функция по первой переменной на отрезке  $[t_0, t_1]$ .

2.  $F(t, x)$  удовлетворяет условию Липшица по второй переменной, так как

$$\begin{aligned} \|F(t, u) - F(t, v)\| &= \\ &= \|(Au + f(t)) - (Av + f(t))\| = \\ &= \|Au - Av\| \leq \|A\| \cdot \|u - v\| \end{aligned}$$

для любых  $u, v \in R$ .

Функция  $F(t, x)$  удовлетворяет условиям теоремы 5. Значит, согласно этой теореме задача Коши (10), (11) имеет единственное решение  $x(t)$ , где  $x(t)$  – дифференцируемая абстрактная функция на отрезке  $[t_0, t_1]$ .

Покажем, что решение задачи (10), (11) имеет вид (12). Очевидно, что начальное условие (11) выполнено.

Дифференцируя (12), получаем:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left( e^{(t-t_0)A} \right) x_0 + \frac{d}{dt} \left( e^{tA} \int_{t_0}^t e^{-sA} f(s) ds \right). \quad (13)$$

Оператор-функция  $e^{(t-t_0)A}$  задана степенным рядом  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t-t_0)^n A^n}{n!}$ , который сходится по норме для всех  $t \in [t_0, t_1]$ . Этот ряд допускает почленное дифференцирование, так как он является равномерно сходящимся на отрезке  $[t_0, t_1]$ , и ряд, составленный из производных, также сходится равномерно на отрезке  $[t_0, t_1]$ , при этом

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( e^{(t-t_0)A} \right) &= \frac{d}{dt} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t-t_0)^n}{n!} A^n \right) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left( \frac{d}{dt} (t-t_0)^n \right) A^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(t-t_0)^{n-1}}{(n-1)!} A^n = \\ &= A \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_0)^k}{k!} A^k = A e^{(t-t_0)A}. \quad (14) \end{aligned}$$

Подставляя соотношение (14) в равенство (13) и учитывая предложения 2, 3, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{d}{dt} \left( e^{(t-t_0)A} \right) x_0 + \frac{d}{dt} \left( e^{tA} \int_{t_0}^t e^{-sA} f(s) ds \right) = \\ &= A e^{(t-t_0)A} x_0 + \frac{d}{dt} \left( e^{tA} \right) \left( \int_{t_0}^t e^{-sA} f(s) ds \right) + \\ &+ e^{tA} \frac{d}{dt} \left( \int_{t_0}^t e^{-sA} f(s) ds \right) = A e^{(t-t_0)A} x_0 + \\ &+ A e^{tA} \left( \int_{t_0}^t e^{-sA} f(s) ds \right) + e^{tA} \left( e^{-tA} f(t) \right) = \\ &= A e^{(t-t_0)A} x_0 + A \int_{t_0}^t e^{(t-s)A} f(s) ds + f(t) = \\ &= A \left( e^{(t-t_0)A} x_0 + \int_{t_0}^t e^{(t-s)A} f(s) ds \right) + f(t) = \\ &= Ax + f(t), \end{aligned}$$

т. е. функция  $x(t)$ , заданная соотношением (12), удовлетворяет уравнению (10), при этом  $x(t_0) = x_0$ . Теорема доказана.

### Цитированная литература

1. Наймарк М.А. Нормированные кольца. – М.: Наука, 1968. – 664 с.

2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1976. – 544 с.

3. Алещенко С.А. Исследование на разрешимость некоторых нелинейных интегральных уравнений // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2007. – № 3(29). – С. 85–89.

4. Алещенко С.А. Исследование на разрешимость некоторых интегральных уравнений в пространстве  $L_{[a,b]}$  // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2012. – № 3(42). – С. 27–31.

5. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970. – 720 с.

УДК 514.112.4: 517.272

## СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ ПЛОСКИХ ФИГУР, ОГРАНИЧЕННЫХ КРИВЫМИ ДАННОГО ПЕРИМЕТРА

*И.Н. Шведюк*

*С помощью методов математического анализа (исследования функции на максимум) доказано, что замкнутая кривая данной длины, которая ограничивает наибольшую площадь, является окружностью. Этот результат ранее был доказан геометрическим методом и опубликован в брошюре В.М. Тихомирова «Рассказы о максимумах и минимумах».*

**Ключевые слова:** *площадь, многоугольник, окружность, длина, периметр.*

## QUALITIES OF THE AREA OF PLANE FIGURES LIMITED OF CURVES OF THIS PERIMETER

*I.N. Shveduk*

*Using the methods of mathematical analysis (the study of a function at a maximum), it is proved that a closed curve of a given length that limits the largest area is a circle. This result was previously proved by a geometric method and published in the pamphlet by V.M. Tikhomirov "Stories about maximum and minimum".*

**Keywords:** *area, polygon, circle, length, perimeter.*

На протяжении всей истории математики задачи на экстремум вызывали неизменный интерес и желание решать их.

Рассмотренные в статье теоремы связаны с нахождением фигур с заданным периметром, ограничивающих наибольшую площадь.

Данные теоремы были доказаны ранее и изложены в работе В.М. Тихомирова «Рассказы о максимумах и минимумах» [1]. Но доказаны они были с геометрической точки зрения. В формулировке каждой из них фигурируют слова «наибольший» («наименьший»), что невольно заставляет вспомнить о математическом анализе: о нахождении экстремумов функции, точек максимума и минимума. Поэтому рассмотрим доказательства данных теорем аналитическим путем, т. е. с применением математического анализа.

Начнем с доказательства, проведенного для треугольников, и постепенно будем увеличивать количество сторон.

Легко показать, что верны следующие теоремы:

**Теорема 1.** Среди всех треугольников с одинаковым периметром и одним и тем же основанием большую площадь имеет равнобедренный треугольник.

**Доказательство.**

Пусть  $a$  – длина основания треугольника,  $P$  – его периметр. Обозначим через  $b$  и  $c$  длины двух других сторон треугольника.

Тогда:

$$P = a + b + c \Rightarrow b = P - a - c.$$

Площадь данного треугольника можно найти по формуле Герона:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{P}{2} \cdot \left(\frac{P}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{P}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{P}{2} - c\right)}; \\ S &= \sqrt{\frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{a+c-b}{2} \cdot \frac{b+c-a}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{a+P-a-c+c}{2} \cdot \frac{P-a-c+c-a}{2} \cdot \frac{P-a-c-c+a}{2} \cdot \frac{a+c-P+a+c}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{P}{2} \cdot \frac{P-2a}{2} \cdot \frac{P-2c}{2} \cdot \frac{2a+2a-P}{2}}. \end{aligned}$$

Для того чтобы выяснить, при каком значении  $c$  функция  $S$  достигает наибольшего значения, необходимо исследовать ее на максимум. Для этого достаточно исследовать на максимум функцию

$$S_1 = \frac{P}{2} \cdot \frac{P-2a}{2} \cdot \frac{P-2c}{2} \cdot \frac{2a+2c-P}{2}.$$

Найдем производную данной функции и, приравняв ее к нулю и решив полученное уравнение, найдем точки, подозрительные на экстремум:

$$\begin{aligned} S'_1 &= \frac{P(P-2a)}{16} \times \\ &\times (-2(2a+2c-P) + 2(P-2c)) = \\ &= \frac{P(P-2a)}{16} \cdot (-4a-4c+2P+2P-4c) = \\ &= \frac{P(P-2a)}{16} \cdot (4P-8c-4a); \\ 0 &= \frac{P(P-2a)}{16} \cdot (4P-8c-4a) \quad | : \frac{P(P-2a)}{4}; \\ P-2c-a &= 0; \quad c = \frac{P-a}{2}. \end{aligned}$$

Получили, что точка  $c = \frac{P-a}{2}$  является точкой максимума, т. е. именно в ней функция  $S'_1$ , а значит и функция  $S$ , принимает наибольшее значение.

Найдем значение  $b$  при заданном значении  $c$ :

$$b = P - a - c = P - a - \frac{P - a}{2} = \frac{P - a}{2}.$$

Таким образом, среди всех треугольников с данным периметром и одинаковыми основаниями наибольшую площадь будет иметь равнобедренный треугольник.

**Теорема 2.** Среди всех треугольников с данным периметром наибольшую площадь имеет равносторонний треугольник.

Для дальнейших рассуждений стоит отметить, что среди многоугольников с одинаковым периметром большую площадь имеет выпуклый многоугольник.

На основе данного предложения доказываем теоремы 3, 4, 5.

**Теорема 3.** Среди всех  $n$ -угольников с одинаковым периметром большую площадь имеет многоугольник, у которого все стороны равны.

**Теорема 4.** Среди всех  $n$ -угольников с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет правильный  $n$ -угольник.

Однако во всех приведенных выше рассуждениях сравнивались площади фигур с одинаковым количеством сторон. Что же будет происходить с площадями фигур, ограниченных  $n$ -угольником данной длины, при увеличении количества сторон правильного многоугольника?

Ответ на этот вопрос дает следующая теорема.

**Теорема 5.** Из двух многоугольников одинакового периметра наибольшей площадью обладает тот, который имеет больше сторон.

**Доказательство.**

Площадь каждого многоугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{n \cdot a^2}{4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}},$$

где  $a$  – длина стороны многоугольника,  $n$  – количество сторон многоугольника.

Длину стороны каждого многоугольника можно вычислить, разделив периметр на площадь, т. е. длины сторон первого и второго многоугольников соответственно равны  $a = \frac{P}{n}$  и  $a_2 = \frac{P}{k}$ .

Таким образом, площади этих многоугольников можно вычислить по формуле

$$S(n) = \frac{n \cdot \left(\frac{P}{n}\right)^2}{4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}} = \frac{P}{4 \cdot n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}},$$

где  $n (n \geq 3)$  – количество сторон многоугольника.

Для того чтобы из двух многоугольников с равным периметром большей площадью обладал многоугольник с большим количеством сторон, необходимо и достаточно, чтобы функция  $S(n)$  была возрастающей. Определим промежутки возрастания и убывания функции. Для этого вычислим производную:

$$\begin{aligned} S'(n) &= \frac{P}{4} \left( n^{-1} \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{\pi}{n} \right)' = \\ &= \frac{P}{4} \left( -\frac{1}{n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}} + \frac{1}{n} \cdot \frac{\pi}{n^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{n}} \right) = \\ &= \frac{P}{4} \left( -\frac{1}{n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}} + \frac{\pi}{n^3 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{n}} \right). \end{aligned}$$

Если  $S'(n) = 0$ , то

$$\begin{aligned} -\frac{1}{n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}} + \frac{\pi}{n^3 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{n}} &= 0; \\ \frac{\pi - n \cdot \cos \frac{\pi}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{n}}{n^3 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{n}} &= 0. \end{aligned}$$

Так как знаменатель всегда положителен, то на знак функции он не влияет. Следовательно, для определения промежутков знакопостоянства функции необходимо решить неравенство  $\pi - \frac{n}{2} \sin \frac{2\pi}{n} > 0$ , учитывая при этом, что знаменатель не обращается в нуль.

Найдем критические точки:

$$\begin{cases} \pi - \frac{n}{2} \sin \frac{2\pi}{n} = 0, \\ \sin \frac{\pi}{n} \neq 0, \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{n}, \\ \frac{\pi}{n} \neq \pi m, m \in Z, \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{n}, \\ n \neq \frac{1}{m}, m \in Z. \end{cases}$$

Так как  $n, m$  целые, то для любых  $n, m$  имеет место соотношение  $n \neq \frac{1}{m}$ .

Рассмотрим первое уравнение системы  $\sin \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{n}$ . Сделаем замену  $\frac{2\pi}{n} = t$ . Тогда уравнение примет вид:  $\sin t = t$ , или  $\sin t - t = 0$ .

Решив его, получим критическую точку  $t = 0$ .

Определим знак функции на каждом из полученных промежутков.

Таким образом, данная функция является убывающей, т. е. большему значению переменной соответствует меньшее значение функции. Значит, при  $t_1 > t_2$   $S_1 < S_2$ , т. е. при  $\frac{2\pi}{n} > \frac{2\pi}{k}$   $S_1 < S_2$ . Получаем, что при  $n < k$   $S_1 < S_2$ .

Таким образом, функция

$$S(n) = \frac{P}{4 \cdot n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}}$$

является возрастающей, а значит, из двух многоугольников данного периметра большей площадью обладает многоугольник с большим количеством сторон.

Особый интерес вызывает случай, когда количество сторон правильного многоугольника стремится к бесконечности. Прежде всего необходимо доказать ряд вспомогательных предложений.

Условимся, что [2, 3]:

1. Длиной  $l(P)$  произвольной замкнутой выпуклой кривой  $P$  будем считать предел длины вписанных в эту кривую ломаных при неограниченном увеличении количества звеньев, при этом длина наибольшего звена стремится к нулю.

2. Площадью  $S(\dot{P})$  фигуры  $\dot{P}$ , ограниченной данной кривой, будем считать предел площади фигуры, ограниченной ломаной, количество звеньев которой неограниченно возрастает и длина наибольшего звена стремится к нулю.

**Теорема 6.** Для любой замкнутой выпуклой кривой  $L$  и любых вписанных многоугольников  $P$  и  $P'$  существует такой вписанный многоугольник  $P''$ , что:

$$1) l(P) \leq l(P'') \leq l(L)$$

$$\text{и } l(P') \leq l(P'') \leq l(L);$$

$$2) s(\dot{P}) \leq s(\dot{P}'') \leq s(\dot{L})$$

$$\text{и } s(\dot{P}') \leq s(\dot{P}'') \leq s(\dot{L}).$$

**Доказательство.**

Если  $T = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_k\}$  – множество вершин многоугольника  $P$ ,  $T' = \{B_1, B_2, \dots, B_k\}$  – множество вершин многоугольника  $P'$  и  $T'' = T \cup T'$ , то многоугольник  $P''$ , у которого множество  $T''$  является множеством всех вершин, является искомым.

Заметим, что для любого ребра  $AB$  многоугольника  $P$  или  $P'$  существует ломаная линия, соединяющая вершины  $A$  и  $B$  и состоящая из ребер многоугольника  $P''$ .

Любое ребро  $A_i A_{i+1}$  многоугольника  $P$  является ребром в многоугольнике  $P''$  либо существует ломаная  $C_m, C_{m+1}, \dots, C_{m+l}$ , состоящая из ребер многоугольника  $P''$  таким образом, что  $A_i = C_m$  и  $A_{i+1} = C_{m+l}$ .

Значит,

$$l(P) = \sum_{i=1}^{k-1} A_i A_{i+1} \leq \sum_{j=1}^{k+k-1} C_j C_{j+1} = l(P'').$$

Кроме того, из построения многоугольника  $P''$  видно, что  $\dot{P} \subseteq \dot{P}''$ , а значит,  $s(\dot{P}) \leq s(\dot{P}'') \leq s(\dot{L})$ .

Аналогично, для многоугольника  $P'$  получаем: любое ребро  $B_i B_{i+1}$  многоугольника  $P'$  является ребром в многоугольнике  $P''$  либо существует ломаная  $C_w, C_{w+1}, \dots, C_{w+p}$ , состоящая из ребер многоугольника  $P''$  таким образом, что  $B_i = C_w, B_{i+1} = C_{w+p}$ .

Значит,

$$l(P') = \sum_{i=1}^{k-1} B_i B_{i+1} \leq \sum_{j=1}^{k+k-1} C_j C_{j+1} = l(P'').$$

Кроме того, из построения многоугольника  $P''$  видно, что  $\dot{P}' \subseteq \dot{P}''$ , а значит,  $s(\dot{P}') \leq s(\dot{P}'') \leq s(\dot{L})$ .

**Теорема 7.** Для любой замкнутой выпуклой кривой  $L$  существуют возрастающая последовательность  $n_1 < n_2 < \dots$  натуральных чисел и последовательность  $M_1 \subseteq M_2 \subseteq \dots$  многоугольников такие, что для любого натурального числа  $k$  верны следующие утверждения:

- 1)  $M_k$  является  $n_k$ -угольником;
- 2)  $s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{L}) \leq s(\dot{M}_k) + 2^{-k}$ ;
- 3)  $l(M_k) \leq l(L) \leq l(M_k) + 2^{-k}$ .

**Доказательство.**

Выбрав возрастающую последовательность натуральных чисел  $n_1 < n_2 < \dots$ , всегда можно построить последовательность многоугольников  $M_1 \subseteq M_2 \subseteq \dots$ , так чтобы многоугольник  $M_k$  являлся  $n_k$ -угольником.

Тогда по доказанной ранее теореме для многоугольников  $M_i$  и  $M_{i+1}$  таких, что  $n_i < n_{i+1}$ , выполняется неравенство  $s(\dot{M}_i) \leq s(\dot{M}_{i+1})$ .

По определению длины кривой и площади фигуры, ограниченной данной кри-

вой, для любого натурального числа  $k$  и положительного наперед заданного сколь угодно малого числа  $\varepsilon = 2^{-k}$  существуют вписанные в кривую многоугольники  $M_k$  и  $M_k'$ , у которых  $T_k$  и  $T_k'$  – множества вершин данных многоугольников:

$$s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{L}) \leq s(\dot{M}_k) + 2^{-k};$$

$$l(M_k) \leq l(L) \leq l(M_k) + 2^{-k}.$$

Построим многоугольник  $M_n$  такой, что множество его вершин является объединением множества вершин многоугольников  $M_k$  и  $M_k'$ . Тогда получим:

$$s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{M}_n) \leq s(\dot{L});$$

$$l(M_k) \leq l(M_n) \leq l(L).$$

Учитывая предыдущие два неравенства, получим:

$$s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{M}_n) \leq s(\dot{L}) \leq s(\dot{M}_k) + 2^{-k} \leq s(\dot{M}_n) + 2^{-k};$$

$$l(M_k) \leq l(M_n) \leq l(L) \leq l(M_k) + 2^{-k} \leq l(M_n) + 2^{-k}.$$

Откуда получим:

$$s(\dot{M}_n) \leq s(\dot{L}) \leq s(\dot{M}_n) + 2^{-k};$$

$$l(M_n) \leq l(L) \leq l(M_n) + 2^{-k}.$$

**Теорема 8.** Если  $L$  – замкнутая кривая и  $K$  – окружность такие, что  $l(L) = l(K)$ , то  $s(\dot{L}) \leq s(\dot{K})$ .

**Доказательство.**

Пусть  $n_1 < n_2 < \dots$  и  $M_1 \subseteq M_2 \subseteq \dots$  – последовательности натуральных чисел и многоугольников, указанные в теореме 7.

Опираясь на ранее доказанное, отметим, что существует такая последо-

вательность правильных многоугольников  $P_1, P_2, \dots$ , что  $l(P_k) = l(M_k)$  и  $s(\dot{P}_k) \geq s(\dot{M}_k)$  для каждого натурального числа  $k$  и что  $P_k$  является  $n_k$ -угольником. Можем считать, что  $P_1, P_2, \dots$  расположены таким образом, что их центры совпадают. Тогда пределом этих многоугольников при  $k \rightarrow \infty$  будет окружность  $K$ .

Таким образом,

$$l(M_n) \leq l(L) \leq l(M_n) + 2^{-k}.$$

Учитывая, что  $l(P_k) = l(M_k)$ , получаем:  $l(P_k) \leq l(L) \leq l(P_k) + 2^{-k}$ .

Так как при  $k \rightarrow \infty$  периметр многоугольника  $P_k$  стремится к длине окружности  $K$ , получаем:

$$l(P_k) \leq l(L) \leq l(P_k) + 2^{-k}.$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l(P_k) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} l(L) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} (l(P_k) + 2^{-k});$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l(P_k) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} l(L) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} l(P_k) + \lim_{k \rightarrow \infty} 2^{-k};$$

$$l(K) \leq l(L) \leq l(K) + 0;$$

$$l(K) \leq l(L) \leq l(K).$$

По теореме о двух милиционерах получаем, что  $l(K) \leq l(L)$ .

$$\text{Учтем, что } s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{L}) \leq s(\dot{M}_k) + 2^{-k}.$$

С учетом того, что  $s(\dot{P}_k) \geq s(\dot{M}_k)$ , неравенство примет вид:

$$s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{L}) \leq s(\dot{M}_k) \leq s(\dot{P}_k) + 2^{-k},$$

$$\text{или } s(\dot{L}) \leq s(\dot{P}_k) + 2^{-k}.$$

Совершим в данном неравенстве предельный переход при  $k \rightarrow \infty$ :

$$s(\dot{L}) \leq s(\dot{P}_k) + 2^{-k};$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s(\dot{L}) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} (s(\dot{P}_k) + 2^{-k});$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s(\dot{L}) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} s(\dot{P}_k) + \lim_{k \rightarrow \infty} 2^{-k};$$

$$s(\dot{L}) \leq s(\dot{K}) + 0.$$

Таким образом,  $s(\dot{L}) \leq s(\dot{K})$ .

Итак, получили, что среди всех фигур, ограниченных кривой данной длины, наибольшей площадью обладает окружность данной длины.

## Цитированная литература

1. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. – 2-е изд., испр. – М.: МЦМНО, – 2006. – 200 с.

2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: в 2 ч. / под общ. ред. В.А. Садовничего. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 416 с.

3. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. I. – М.: ФАЗИС; Наука, 1997. – 568 с.

УДК 519.853.62

## ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД И НЕКОТОРЫЕ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

Ю.А. Переу

*Исследуется приложение дифференциального исчисления функций многих переменных к числовым методам. В частности, демонстрируется применение градиентного метода поиска минимума сильно выпуклой функции в различных методах спуска.*

**Ключевые слова:** градиентный метод, метод с постоянным шагом, метод с переменным шагом, градиентный спуск, покоординатный спуск.

## GRADIENT METHOD AND SOME OF ITS APPLICATION

Yu.A. Pereu

*The article investigates the application of differential calculus of multivariable function to numerical methods. In particular, it demonstrates the application of gradient method of search of minimum of convex function in different descent methods.*

**Keywords:** gradient method, method with constant step, method with variable step, gradient descent, coordinate-wise descent.

Суть градиентного метода состоит в том, что для приближенного отыскания точки минимума функции  $m$  переменных используется тот факт, что градиент этой функции имеет направление, совпадающее с направлением наибольшего возрастания этой функции. Значит, вектор  $-\text{grad } f(x_0)$  в каждой точке  $x_0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_m^0)$  направлен в сторону наибольшего убывания функции  $f(x)$ . Это дает основание ожидать, что если, отправляясь от некоторого нулевого приближения  $x_0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_m^0)$ , мы построим  $k$ -е приближение  $x_k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_m^k)$  по рекуррентной формуле  $x_{k+1} = x_k - \alpha \cdot \text{grad } f(x_k)$ , то при достаточно малом положительном  $\alpha$  последовательность точек  $\{x_k\}$  сойдется к точке минимума функции  $f(x)$ .

Градиентные методы отличаются друг от друга способами выбора величины шага  $\alpha_k$ .

При методе с постоянным шагом для всех итераций выбирается некоторая постоянная величина шага. Достаточно малый шаг  $\alpha_k$  обеспечит убывание функции, т. е. выполнение неравенства

$$f(x[k+1]) = f(x[k] - \alpha_k f'(x[k])) < f(x[k]).$$

Однако это может привести к необходимости проводить неприемлемо большое количество итераций для достижения точки минимума. С другой стороны, слишком большой шаг может вызвать неожиданный рост функции либо привести к колебаниям около точки минимума (зацикливанию). Из-за сложности получения необходимой информации для выбора величины шага методы с постоянным шагом применяются на практике редко.

Более экономичны в смысле количества итераций и надежности градиентные методы с переменным шагом, когда в зависимости от результатов вычислений величина шага некоторым образом меняется.

Есть функции, для которых градиентный метод не сходится даже при сколь угодно малом шаге  $\alpha$ , и есть функции, для которых он сходится только при достаточно малых шагах.

**Теорема 1** (об условной сходимости градиентного метода с постоянным шагом). Пусть функция  $f$  ограничена снизу, непре-

ривно дифференцируема и, более того,  $f'$  удовлетворяет условию Липшица:

$$\|f'(x) - f'(y)\| \leq L \|x - y\| \quad (1)$$

при всех  $x, y \in R^m$ .

Тогда при  $\alpha \in \left(0, \frac{2}{L}\right)$  градиентный метод с постоянным шагом условно сходится.

**Доказательство.** Положим  $z^n = -\alpha f'(x^n)$  и обозначим  $f(x^n + tz^n)$  через  $\varphi(t)$ . Тогда, как легко видеть,

$$\varphi'(t) = (f'(x^n + tz^n), z^n)$$

и поэтому по формуле Ньютона–Лейбница для функции  $\varphi$

$$\begin{aligned} f(x^{n+1}) - f(x^n) &= f(x^n + z^n) - f(x^n) = \\ &= \varphi(1) - \varphi(0) = \int_0^1 \varphi'(s) ds = \\ &= \int_0^1 (f'(x^n + sz^n), z^n) ds. \end{aligned}$$

Добавив и отняв  $(f'(x^n), z^n) = \int_0^1 (f'(x^n), z^n) ds$  и воспользовавшись неравенством  $\langle x, y \rangle \leq \|x\| \cdot \|y\|$ , получим

$$\begin{aligned} f(x^{n+1}) - f(x^n) &= (f'(x^n), z^n) + \\ &+ \int_0^1 (f'(x^n + sz^n) - f'(x^n), z^n) ds \leq \\ &\leq (f'(x^n), -\alpha f'(x^n)) + \\ &+ \int_0^1 \|f'(x^n + sz^n) - f'(x^n)\| \cdot \|z^n\| ds. \end{aligned}$$

Учитывая условие Липшица для  $f'$ , эту цепочку можно продолжить:

$$\begin{aligned} f(x^{n+1}) - f(x^n) &\leq -\alpha \|f'(x^n)\|^2 + L \|z^n\|^2 \int_0^1 s ds = \\ &= -\alpha \|f'(x^n)\|^2 + \frac{L\alpha^2}{2} \|f'(x^n)\|^2 = \\ &= -\alpha \|f'(x^n)\|^2 \left(1 - \frac{L\alpha}{2}\right). \quad (2) \end{aligned}$$

Поскольку  $1 - \frac{L\alpha}{2} > 0$ , последовательность  $\{f(x^n)\}$  не возрастает и, следовательно, релаксационность  $\{x^n\}$  доказана. А так как в силу условий теоремы  $f$  еще и ограничена снизу, последовательность  $\{f(x^n)\}$  сходится. Поэтому, в частности,  $f(x^{n+1}) - f(x^n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Отсюда из (2) получаем

$$\begin{aligned} \|f'(x^n)\|^2 &\leq \\ &\leq \alpha^{-1} \left(1 - \frac{L\alpha}{2}\right)^{-1} [f(x^n) - f(x^{n+1})] \rightarrow 0 \end{aligned}$$

при  $n \rightarrow \infty$ .

Теорема доказана.

**Замечание:** теорема не гарантирует сходимости метода, а лишь его условную сходимость, причем локальную. Например, для функции  $f(x) = (1+x^2)$  на  $R$  последовательность  $\{x^n\}$  градиентного метода с постоянным шагом, начинающаяся с произвольного  $x^0$ , стремится к  $\infty$ .

**Теорема 2** (о линейной сходимости градиентного метода с постоянным шагом). Пусть выполнены условия теоремы 1 и, кроме того,  $f$  дважды непрерывно дифференцируема и сильно выпукла с константой  $\lambda$ . Тогда при  $\alpha \in \left(0, \frac{2}{L}\right)$  градиентный метод с шагом  $\alpha$  сходится со скоростью геометрической прогрессии со знаменателем  $q = \max\{|1 - \alpha\lambda|, |1 - \alpha L|\}$ :

$$\|x^n - x^*\| \leq q^n \|x^0 - x^*\|.$$

**Доказательство.** Для функции  $F(x) = f'(x)$  воспользуемся аналогом формулы Ньютона–Лейбница:

$$F(y) = F(x) + \int_0^1 F'[x + s(y-x)](y-x) ds,$$

или для  $x = x^*$  и  $y = x^n$ , учитывая, что  $f'(x^*) = \theta$ ,

$$f'(x^n) = \int_0^1 f''[x^* + s(x^n - x^*)](x^n - x^*) ds. \quad (3)$$

Далее, в силу того что  $f''(x) \leq L$  при всех  $x \in R^m$ , а также по условию  $f''(x) \geq \lambda$  при тех же  $x$  и поскольку

$$\lambda \|h\|^2 \leq \left( f''[x^* + s(x^n - x^*)] h, h \right) \leq L \|h\|^2,$$

выполняется неравенство

$$\lambda \|h\|^2 \leq \left( \int_0^1 f''[x^* + s(x^n - x^*)] ds \right) h, h \leq L \|h\|^2. \quad (4)$$

Интеграл, стоящий в этом неравенстве, определяет линейный (симметричный в силу симметричности  $f$ ) оператор на  $R^m$ , обозначим его  $\mathcal{L}^n$ . Неравенство (4) означает, что  $\lambda \leq \mathcal{L}^n \leq L$ . В силу (3) градиентный метод записывается в виде:

$$x^{n+1} = x^n - \alpha \mathcal{L}^n (x^n - x^*).$$

Но тогда

$$\begin{aligned} \|x^{n+1} - x^n\| &= \|x^n - x^* - \alpha \mathcal{L}^n (x^n - x^*)\| = \\ &= \|(I - \alpha \mathcal{L}^n)(x^n - x^*)\| \leq \|I - \alpha \mathcal{L}^n\| \cdot \|x^n - x^*\|. \end{aligned}$$

Спектр  $\sigma(I - \alpha \mathcal{L}^n)$  оператора  $I - \alpha \mathcal{L}^n$  состоит из чисел вида  $\sigma_i = 1 - \alpha \lambda_i$ , где  $\lambda_i \in \sigma(\mathcal{L}^n)$ . В силу (4)  $1 - \alpha \lambda \geq \sigma_i \geq 1 - \alpha L$ , и следовательно,

$$\|I - \alpha \mathcal{L}^n\| \leq \max \{ |1 - \alpha \lambda|, |1 - \alpha L| \} = q.$$

Таким образом,

$$\|x^{n+1} - x^n\| \leq q \|x^n - x^*\|.$$

Теорема доказана.

Например, в методе градиентного спуска с дроблением шага величина шага  $\alpha^n$  на каждой итерации выбирается из условия выполнения неравенства

$$\begin{aligned} f(x^{n+1}) &= f(x^n - \alpha^n f'(x^n)) \leq \\ &\leq f(x^n) - \varepsilon \alpha^n \|f'(x^n)\|^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\varepsilon \in (0, 1)$  – некоторая заранее выбранная константа.

Условие (5) гарантирует (если, конечно, такие  $\alpha^n$  удастся найти), что получающаяся последовательность будет релаксационной. Процедуру нахождения такого  $\alpha^n$  обычно оформляют так. Выбирают число  $\delta \in (0, 1)$  и некоторый начальный шаг  $\alpha^0$ . Теперь для каждого  $n$  полагают  $\alpha^n = \alpha^0$  и делают шаг градиентного метода. Если с таким  $\alpha^n$  условие (5) выполняется, то переходят к следующему  $n$ . Если же (5) не выполняется, то умножают  $\alpha^n$  на  $\delta$  («дробят шаг») и повторяют эту процедуру до тех пор, пока неравенство (1) не будет выполняться. В условиях теоремы 2 данная процедура для каждого  $n$  за конечное число шагов приводит к нужному  $\alpha^n$ .

Существует также метод покоординатного спуска, который относится к группе прямых методов и основан на многократном применении алгоритмов одномерной оптимизации. Стратегия метода – постепенное приближение к точке минимума функции путем последовательных вариаций одной из координат при фиксированных значениях остальных.

Данный метод значительно легче метода наискорейшего спуска, так как нет необходимости вычислять производные и градиент (это нередко выполняется конечно-разностными методами) и переходить к другим переменным. К тому же, по сходимости наискорейший спуск не лучше спуска по координатам. При попадании траектории в истинный овраг спуск прекращается, а в разрешимом овраге сильно замедляется.

Проиллюстрируем работу метода градиентного спуска с переменным шагом в зависимости от значения  $\delta$  (рис. 1) и метода покоординатного спуска в зависимости от значения  $\varepsilon$  (рис. 2) на примере функции  $f(x, y)$  при заданных коэффициентах  $a, b, c, d$ :

$$f(x, y) = \ln(c + dy^2) + \arctg(ax + by)^2,$$

где  $a = 7$ ;  $b = -0,8$ ;  $c = 0,49$ ;  $d = 0,17$ .

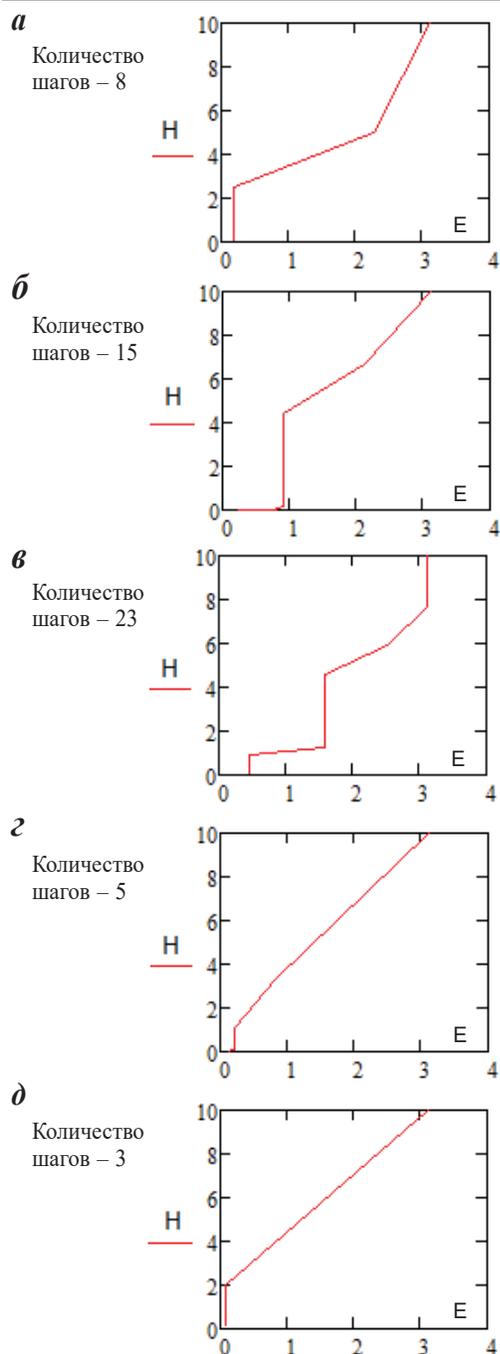


Рис. 1. Метод градиентного спуска с переменным шагом при различных значениях  $\delta$ , равных 2 (а); 1,5 (б); 1,3 (в); 3 (г); 5 (д).  $E$  – погрешность,  $H$  – шаг

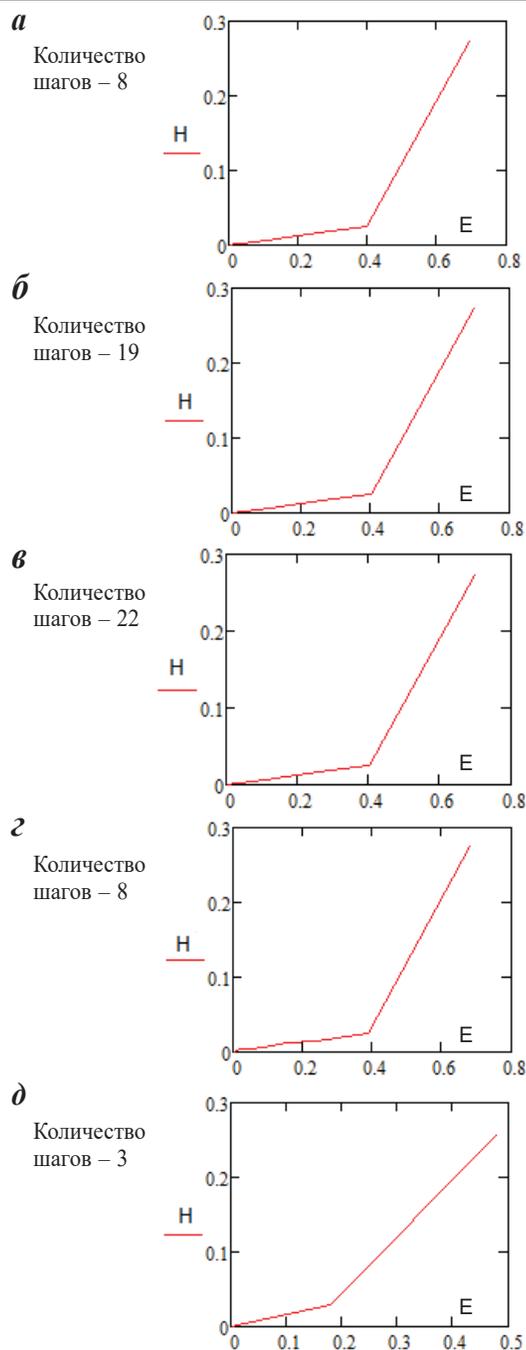


Рис. 2. Метод покоординатного спуска при различных значениях  $\epsilon$ , равных  $10^{-3}$  (а);  $10^{-4}$  (б);  $10^{-5}$  (в);  $10^{-2}$  (г);  $10^{-1}$  (д).  $E$  – погрешность,  $H$  – шаг

---

Градиентные методы достаточно просты в реализации и могут использоваться для минимизации различных по характеру функций. В этом их несомненное достоинство. Однако они медленно сходятся, если матрица вторых производных минимизируемой функции  $f''(x)$  недостаточно обусловлена.

Область применения оптимизационных задач чрезвычайно широка, любая деятельность связана с решением задач оптимизации. К примеру, это такие сферы, как: распределение ресурсов в экономике, управленческие решения в социальной сфере, проектирование технических устройств и систем, генетика и т. д.

---

# ИНЖЕНЕРИЯ. ИНФОРМАТИКА

УДК 519.24

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ГИПОТЕЗЫ В УСЛОВИЯХ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

*А.Ю. Долгов, Е.В. Терещенко, А.А. Сорочан*

*Рассматривается алгоритм расчета выборок малого объема для закона гамма-распределения. В качестве оптимального решения предлагается использовать метод точечных распределений для построения виртуальной выборки из выборки малого объема, чтобы при этом свести к минимуму потери информации при ее обработке.*

**Ключевые слова:** *малая выборка, метод точечных распределений, гамма-распределение.*

## INVESTIGATION OF STATISTIC HYPOTHESIS IN TERMS OF GAMMA-DISTRIBUTION

*A.Yu. Dolgov, E.V. Tereschenko, A.A. Sorochan*

*The article considers the algorithm of calculation of small samples for the law of gamma distribution. The authors propose to use the method of point distribution for formation of virtual sample from the small samples, so to minimize loss of information at its processing at the same time.*

**Keywords:** *small sample, method of pointed distributions, gamma-distribution.*

### Введение

Выборкой малого объема называется выборка, содержащая  $n = 3 \div 20$  элементов [1]. Для устранения потерь информации при обработке малой выборки необходимо считать каждое измерение центром некоторого виртуального распределения с известным законом. Это позволяет существенно уменьшить интервал неопределенности выборочных оценок, что, в свою очередь, позволяет, например, значительно снизить объемы контрольных выборок и применить известные

статистические методы для разбраковки продукции по ходу технологического процесса там, где это ранее было принципиально невозможно.

В общем случае алгоритм вычисления эмпирической функции распределения одинаков для всех законов распределения. Отличие состоит лишь в ряде параметров, к примеру, таких как функция плотности распределения и вспомогательный коэффициент  $\rho'$ . Специфика некоторых законов распределения такова, что необходимо вычислять дополнительные величины для получения виртуальной выборки.

В статье речь пойдет об алгоритме формирования выборок малого объема для закона гамма-распределения. Для построения виртуальной выборки из выборки малого объема, чтобы при этом свести к минимуму потери информации при ее обработке, оптимальным решением является использование метода точечных распределений, как было отмечено в [1].

### Построение алгоритма расчета малой выборки

Гамма-распределение характеризуется двумя параметрами: параметром  $\eta$  (эта) и смещением  $\theta$  (тэта). Параметр  $\theta > 0$  характеризует масштаб по оси  $x$ , параметр  $\eta > 0$  характеризует форму кривой [2]. В случае если параметр  $\eta$  принимает целое значение, то такое распределение называют распределением Эрланга (частный случай гамма-распределения).

Из литературы [2, 3] известно, что кривые плотности вероятности случайной величины при гамма-распределении располагаются вдоль положительной полуоси. Плотность распределения для трех случаев:

1) со смещением

$$f(X) = \frac{\lambda^\eta (X - \theta)^{\eta-1}}{\Gamma(\eta)} \exp[-\lambda(X - \theta)]; \quad (1)$$

2) без смещения

$$f(X) = \frac{\lambda(\lambda X)^{\eta-1}}{\Gamma(\eta)} \exp(-\lambda X); \quad (2)$$

3) Эрланга

$$f(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{\eta-1}}{(\eta-1)!} \exp(-\lambda x). \quad (3)$$

Для проведения расчетных экспериментов случайные числа гамма-распределения были взяты из [4] и представлены в таблицах для  $\eta = 0,5$ ,  $\eta = 2$ ,  $\eta = 3$ ,  $\eta = 4$  и  $\eta = 5$  соответственно.

Рассмотрим алгоритм формирования малой выборки при гамма-распределении.

Из генеральной совокупности производится выборка объемом  $n$  и отсортировывается в порядке возрастания. Параметры выборки рассчитываются по формулам, приведенным в [1].

Определяется интервальная оценка математического ожидания при табличном значении критерия Стьюдента  $t_T (q = 5\%; v = n - 1)$ . Интервальная оценка дисперсии находится при помощи табличных значений  $\chi^2$ .

В случае с гамма-распределением границы существования интервала определяются напрямую и зависят от смещения  $\theta$ :

$$a = \theta; \quad (4)$$

$$b = \theta + \frac{1}{\lambda} (1,985 + 2,015\eta - 0,059\eta^2). \quad (5)$$

Далее производится расчет вспомогательного коэффициента  $\rho'$  по формуле, представленной в [1].

Для нахождения половины интервала определения ядра следует прибегнуть к одной из формул [4]:

$$\rho = \rho'(b - a). \quad (6)$$

Для нормального закона распределения:

$$\rho = 4,8 \rho' \cdot S. \quad (7)$$

Принимаем число интервалов дискретности  $k = \{20, 21, \dots, 30\}$  (рекомендуемое значение 30) и представляем середины интервалов в виде

$$\overline{X}_j = a + (2j - 1) \frac{b - a}{2k}. \quad (8)$$

Затем следует произвести расчет экспонент при полном переборе всех  $X_j$  и  $X_i$ :

$$\exp \left\{ -4,5 \left( \frac{X_j - X_i}{\rho} \right)^2 \right\}. \quad (9)$$

По полученным значениям может быть построена гистограмма точечных распределений в виртуальной выборке.

Проверим полученную виртуальную выборку на соответствие гамма-распределению. Для этого сравним табличные и расчетные значения  $\chi^2$  и при меньшем расчетном значении можем говорить о соответствии исходной выборки гамма-распределению.

### Выполнение числового примера

Из генеральной совокупности ( $\eta = 0,5$ ) была сделана выборка объемом  $n = 6$  (табл. 1).

Таблица 1

Выборка из генеральной совокупности

$i$	1	2	3	4	5	6
$X_i$	0,048	0,075	0,112	0,197	0,444	0,757

Параметры выборки были посчитаны по классическим формулам:

$$\bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 X_i = 0,272;$$

$$S^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (X_i - 0,272)^2 = 0,077;$$

$$S = 0,277.$$

После этого была найдена интервальная оценка математического ожидания при табличном значении критерия Стьюдента  $t_T = 2,5706$ . Она приняла следующие значения:  $-0,260 \leq M[X] \leq 0,322$ .

Интервальная оценка дисперсии была найдена при помощи табличных значений  $\chi^2(q/2; v = 5) = 12,83$  и  $\chi^2(1 - q/2; v = 5) = 0,831$ :

$$0,036 < \sigma^2 < 0,556.$$

Для среднеквадратического отклонения  $0,19 < \sigma < 0,746$ .

Границы существования  $a = 0$ ;  $b = 0,842$ .

Вспомогательный коэффициент  $\rho'$  рассчитывается по формуле из [1]:

$$\rho' = 0,3788 - 0,00065 \cdot 12^2 + 1,5637 \cdot e^{-6} = 0,359.$$

Параметр  $\rho$  был найден по формуле (6) и принял значение  $\rho = 0,303$ .

Пусть число интервалов дискретности  $k = 30$ . Далее необходимо составить таблицу для внесения результатов расчета середин интервалов дискретности по формуле (6) и расчета экспонент при переборе всех комбинаций  $X_j$  и  $X_i$  по формуле (8). Результаты расчетов внесены в табл. 2.

Для проведения проверки на соответствие полученной выборки гамма-распределению следует найти расчетное значение  $\chi^2$ . С этой целью была построена табл. 3 по образцу, описанному в [5].

Таким образом было получено  $\chi_p^2 = 0,094$ , что в сравнении с  $\chi_T^2(q/2; v = n - 3) = \chi_T^2(0,05; 7) = 14,07$  значительно меньше. И в таком случае подтверждается гипотеза о соответствии полученной виртуальной выборки гамма-распределению.

Для построения алгоритма расчета, основанного на методе точечных распределений (МТР), параметр  $\rho'$  является ключевым отличием, и у каждого закона распределения  $\rho'$  приравнивается к своему выражению. В случае с гамма-распределением  $\rho'$  приравнивается к разным выражениям в зависимости от значения  $\eta \leq 1$  либо  $\eta > 1$  [1]. Поэтому актуальной задачей является получение одного выражения для обоих случаев. С помощью метода наименьших квадратов с предварительной ортогонализацией факторов (МНКО) [4, 6] может быть построена модель для определения  $\rho'$  при обоих значениях  $\eta$ .

Таблица 2

Расчет экспонент при переборе всех комбинаций  $X_j$  и  $X_i$

$j$	$i$	1	2	3	4	5	6	$\sum_{i=1}^{12} (\cdot)_j$	$\tilde{n}_j$
	$X_j$	0,048	0,075	0,112	0,197	0,444	0,757		
1	0,014	0,945	0,833	0,624	0,193			2,596	8,985
2	0,042	0,998	0,948	0,787	0,308			3,042	
3	0,070	0,976	0,999	0,918	0,454	0,001		3,348	
4	0,098	0,883	0,974	0,991	0,620	0,003		3,470	10,021
5	0,126	0,740	0,878	0,990	0,783	0,007		3,398	
6	0,154	0,573	0,733	0,915	0,915	0,016		3,153	
7	0,183	0,411	0,567	0,783	0,990	0,035		2,785	7,078
8	0,211	0,273	0,405	0,620	0,991	0,069		2,358	
9	0,239	0,168	0,268	0,455	0,918	0,126		1,935	
10	0,267	0,095	0,164	0,308	0,787	0,214		1,569	3,997
11	0,295	0,050	0,093	0,193	0,625	0,335		1,297	
12	0,323	0,024	0,049	0,112	0,459	0,487		1,131	
13	0,351	0,011	0,024	0,060	0,312	0,654		1,061	3,189
14	0,379	0,005	0,011	0,030	0,196	0,813	0,001	1,056	
15	0,407	0,002	0,004	0,014	0,114	0,936	0,002	1,072	
16	0,435	0,001	0,002	0,006	0,061	0,996	0,006	1,072	3,044
17	0,463		0,001	0,002	0,031	0,982	0,014	1,030	
18	0,491			0,001	0,014	0,895	0,031	0,942	
19	0,520				0,006	0,756	0,063	0,825	2,160
20	0,548				0,002	0,590	0,116	0,709	
21	0,576				0,001	0,427	0,199	0,626	
22	0,604					0,285	0,316	0,601	1,972
23	0,632					0,177	0,463	0,640	
24	0,660					0,101	0,630	0,731	
25	0,688					0,054	0,792	0,845	2,797
26	0,716					0,026	0,921	0,948	
27	0,744					0,012	0,992	1,004	
28	0,772					0,005	0,989	0,994	2,686
29	0,800					0,002	0,912	0,914	
30	0,828					0,001	0,778	0,779	

Результирующая таблица – нахождение  $\chi_p^2$ 

$j$	$X_j$	$f(X)$	$n_j$	$\tilde{n}_j$	$n_{jн}$	$\tilde{n}_{jн}$	$\frac{(n_{jн} - \tilde{n}_{jн})^2}{\tilde{n}_{jн}}$
1	0,042	2,329	106,959	8,985	0,299	0,196	0,054
2	0,126	1,261	57,896	10,021	0,162	0,218	0,015
3	0,211	0,915	42,045	7,078	0,117	0,154	0,009
4	0,295	0,725	33,315	3,997	0,093	0,087	0,000
5	0,379	0,600	27,546	3,189	0,077	0,069	0,001
6	0,463	0,509	23,360	3,044	0,065	0,066	0,000
7	0,548	0,439	20,146	2,160	0,056	0,047	0,002
8	0,632	0,383	17,584	1,972	0,049	0,043	0,001
9	0,716	0,337	15,485	2,797	0,043	0,061	0,005
10	0,800	0,299	13,733	2,686	0,038	0,058	0,007
$\Sigma$	4,212	7,796	358,070	45,930	1,000	1,000	0,094

В качестве значений для  $X_1$  выступает объем выборки  $n = 3 \div 20$ , для  $X_2$  – значения  $\eta \leq 1$  и  $\eta > 1$ , тогда как  $\bar{Y}_j$  содержит в себе значения  $\rho'$  при соответствующих  $n$  и  $\eta$ . Таким образом был сформирован план МНКО, по которому необходимо построить математическую модель.

Прежде всего, нужно найти коэффициент влияния  $\xi_{ki}$  и ортогональные полиномы  $\Psi_{kj}(Z)$ :

$$\begin{cases} \Psi_0(Z) \equiv 1, \\ \Psi_{kj}(Z) = Z_{kj} - \sum_{i=0}^{k-1} \xi_{ki} \Psi_{ij}(Z), \\ k = 1, m, \quad k > 1, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\xi_{ki} = \frac{\sum_{j=1}^N Z_{kj} \cdot \Psi_{ij}(Z)}{\sum_{j=1}^N [\Psi_{ij}(Z)]^2}; \quad k, i = \overline{0, m}; \quad k > i. \quad (11)$$

Коэффициенты модели  $A_k$  в ортогональном пространстве были найдены по формуле из [1], а среднее квадратическое отклонение (СКО) и критерий Стьюдента – по формулам из [2].

Если сравнить полученные значения критерия Стьюдента с табличными, то можно сделать вывод о том, что в состав

модели войдут все три коэффициента. Таким образом, модель будет иметь вид

$$\hat{Y} = 0,382063 - 0,0097 \cdot \Psi_1(Z) + 0,133173 \cdot \Psi_2(Z).$$

Построим план МНКО, найдем коэффициент влияния, коэффициенты модели, СКО и критерий Стьюдента.

Проверим полученную модель на адекватность. Для этого найдем дисперсию адекватности  $S_{ад}^2 = 0,001926$  и выполним проверку при помощи критерия Фишера  $F = 0,524478 < F_{табл} = 1,75$ , что и доказывает адекватность полученной модели.

Модель в декартовых координатах и первоначальных обозначениях принимает вид

$$\hat{Y} = 0,327343 - 0,0097 \cdot n + 0,13317 \cdot \eta.$$

Чтобы убедиться в правильности пределанных преобразований, необходимо повторить процедуру проверки адекватности модели, но уже в декартовых координатах  $S_{ад}^2 = 0,11387$  (табл. 4). Проверка по критерию Фишера показала, что  $F = 0,21711 < F_{табл} = 1,75$ .

Ортогональные полиномы и проверка адекватности модели

j	Ортогональные полиномы			Проверка адекватности в ортогональных координатах			Проверка адекватности в декартовых координатах	
	$\Psi_{0j}(Z)$	$\Psi_{1j}(Z)$	$\Psi_{2j}(Z)$	$\bar{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$(\bar{Y}_j - \hat{Y}_j)^2$	$\hat{Y}_j$	$(\bar{Y}_j - \hat{Y}_j)^2$
1	1	-8,5	-0,7500	0,450802	0,364778	0,0074	0,364778	0,0074
2	1	-8,5	0,7500	0,570821	0,564537	3,95E-05	0,237194	0,111307
3	1	-7,5	-0,7500	0,39704	0,355061	0,001762	0,027718	0,136399
4	1	-7,5	0,7500	0,527057	0,55482	0,000771	0,227478	0,089748
5	1	-6,5	-0,7500	0,373086	0,345344	0,00077	0,018002	0,126085
6	1	-6,5	0,7500	0,500793	0,545103	0,001963	0,217761	0,080107
7	1	-5,5	-0,7500	0,359276	0,335627	0,000559	0,008285	0,123195
8	1	-5,5	0,7500	0,484317	0,535386	0,002608	0,208044	0,076327
9	1	-4,5	-0,7500	0,348376	0,32591	0,000505	-0,00143	0,122366
10	1	-4,5	0,7500	0,473882	0,525669	0,002682	0,198327	0,075931
11	1	-3,5	-0,7500	0,337725	0,316193	0,000464	-0,01115	0,121713
12	1	-3,5	0,7500	0,467432	0,515952	0,002354	0,18861	0,077742
13	1	-2,5	-0,7500	0,326343	0,306476	0,000395	-0,02087	0,120554
14	1	-2,5	0,7500	0,463738	0,506235	0,001806	0,178893	0,081137
15	1	-1,5	-0,7500	0,313871	0,296759	0,000293	-0,03058	0,118649
16	1	-1,5	0,7500	0,462019	0,496518	0,00119	0,169176	0,085757
17	1	-0,5	-0,7500	0,300176	0,287042	0,000172	-0,0403	0,115924
18	1	-0,5	0,7500	0,461752	0,486801	0,000627	0,159459	0,091381
19	1	0,5	-0,7500	0,28521	0,277325	6,22E-05	-0,05002	0,112377
20	1	0,5	0,7500	0,462578	0,477084	0,00021	0,149742	0,097866
21	1	1,5	-0,7500	0,268954	0,267608	1,81E-06	-0,05973	0,108036
22	1	1,5	0,7500	0,464239	0,467367	9,79E-06	0,140025	0,105115
23	1	2,5	-0,7500	0,251401	0,257891	4,21E-05	-0,06945	0,102946
24	1	2,5	0,7500	0,466547	0,457651	7,91E-05	0,130308	0,113056
25	1	3,5	-0,7500	0,23255	0,248175	0,000244	-0,07917	0,097168
26	1	3,5	0,7500	0,46936	0,447934	0,000459	0,120591	0,12164
27	1	4,5	-0,7500	0,2124	0,238458	0,000679	-0,08889	0,090773
28	1	4,5	0,7500	0,472573	0,438217	0,00118	0,110874	0,130827
29	1	5,5	-0,7500	0,19095	0,228741	0,001428	-0,0986	0,08384
30	1	5,5	0,7500	0,476103	0,4285	0,002266	0,101157	0,140585
31	1	6,5	-0,7500	0,1682	0,219024	0,002583	-0,10832	0,076463
32	1	6,5	0,7500	0,479885	0,418783	0,003733	0,09144	0,150889
33	1	7,5	-0,7500	0,14415	0,209307	0,004245	-0,11804	0,068741
34	1	7,5	0,7500	0,483867	0,409066	0,005595	0,081723	0,16172
35	1	8,5	-0,7500	0,1188	0,19959	0,006527	-0,12775	0,060788
36	1	8,5	0,7500	0,488009	0,399349	0,007861	0,072006	0,173059

Итак, можно сделать вывод о том, что в процессе исследований при помощи МНКО была получена адекватная математическая модель, которая представляет собой формулу расчета  $\rho'$  при гамма-распределении для обоих значений  $\eta$ :

$$\rho' = 0,327343 - 0,0097 \cdot n + 0,13317 \cdot \eta \pm 0,121207.$$

### Заключение

При обработке выборки малого объема с помощью алгоритма формирования выборок малого объема для закона гамма-распределения получается виртуальная выборка, пригодная для обработки классическими статистическими методами.

В результате выполнения численного примера расчета экспонент малой выборки объемом  $n = 6$  при переборе всех комбинаций в условиях гамма-распределения была построена гистограмма точечных распределений в виртуальной области.

Также следует отметить, что результат проделанной работы упрощает расчет

выборки малого объема при гамма-распределении, так как теперь нет необходимости использовать разные выражения для нахождения  $\rho'$  при значениях  $\eta \leq 1$  и  $\eta > 1$ .

### Цитированная литература

1. Долгов Ю.А. Статистическое моделирование. – Тирасполь, 2011. – 318 с.
2. Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И. Малая выборка. – М.: Статистика, 1978. – 248 с.
3. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия. – М.: Диалектика, 2007. – 912 с.
4. Долгов Ю.А. Случайные числа: справочник. – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та, 2015. – 692 с.
5. Долгов А.Ю. Повышение эффективности статистических методов контроля и управления технологическими процессами изготовления микросхем: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М.: МГАПИ, 2000. – 16 с.
6. Долгов Ю.А. Информационные возможности статистического моделирования // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. – № 5. – С. 203–207.

УДК 004.932

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ СБОРА, УЧЕТА И ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ

Л.А. Тягульская, Е.С. Гарбузняк, И.А. Дубинин

*Рассмотрены алгоритмы поиска и распознавания объектов на двумерном изображении. Выполнен анализ существующих программных продуктов, технологий и методов, призванных решить проблему автоматизации распознавания объектов на изображении. Описана разработанная система автоматической идентификации продукта.*

**Ключевые слова:** компьютерное зрение, библиотека компьютерного зрения, система виртуального контроля, распознавание объектов.

## DEVELOPMENT THE SOFTWARE PRODUCT FOR THE AUTOMATION OF DATA COLLECTION, ACCOUNTING, STORAGE WITH THE USE OF COMPUTER VISION

*L.A. Tiagulskaya, E.S. Garbuznyak, I.A. Dubinin*

*The article considers searching and recognition algorithms on two-dimensional image. The authors performed the analysis of exist software products, technologies and methods, designed to solve the problem of automation of object recognition on the image. The developed system of automatic product identification is described.*

**Keywords:** *computer vision, computer vision library, virtual control system, object recognition.*

Сегодня в связи с развитием информационных систем и технологий происходит масштабная автоматизация и роботизация как в научной области и промышленности, так и в повседневной жизни. С каждым днем возрастает потребность в быстрой и качественной обработке входных данных, в том числе фото- и видеоинформации. Но, к сожалению, единый подход в обработке такого материала отсутствует. Поэтому возникла необходимость подробного анализа существующих алгоритмов и технологий с последующей их разработкой (доработкой) под определенные задачи.

Термин «компьютерное зрение» возник еще в 1950 году. Практические разработки в области компьютерного стереозрения активно ведутся лабораториями всего мира, в том числе учеными постсоветского пространства. Информационные системы компьютерного зрения решают задачи контроля производства, безопасности, автоматизации документооборота, удаленного присутствия, представления информации и др. Алгоритмы компьютерного зрения используются для навигации мобильных роботов, беспилотных летательных аппаратов, автомобилей и в других сферах деятельности. Решение задач высокоскоростной обработки изображений является важным показателем производительности аппаратно-программных комплексов.

Во многих известных моделях получение стереопар и стереосопоставление

трактуются как «черные ящики». Так, согласно А.Ю. Кручинину стереозрение является частью модели адаптивной системы для навигации подвижного робота, а формирование потока снимков в модели осуществляется отдельной подсистемой взаимодействия с объектом. Л.В. Паутова предложила математическую модель лишь для задачи стереовизуализации [1]. Однако в указанной и других работах проблема раскрыта недостаточно. Большинство публикаций описывают использование популярных либо самостоятельно разработанных подходов, которые ориентированы на решение строго локальных задач.

В ходе исследования было выяснено, что программные продукты, использующие компьютерное зрение, являются узкоспециализированными и не могут справиться с мультизадачностью. В связи с этим необходимо постоянно совершенствовать и улучшать качество разработанных программ и применяемых технологий.

Проанализированные программы можно разбить на небольшие категории: видеонаблюдение, управление процессами (промышленная автомеханика, робототехника), организация данных (индексация данных по закодированному изображению), дополнение реальности. Программы для видеонаблюдения могут быть двух типов: профессиональные и любительские. Для функционирования профессиональных программ требуется специальное оборудование, с помощью которого произво-

дится захват видео. Любительские программы способны работать и на обычных веб-камерах. Главное их преимущество заключается в том, что они, как правило, бесплатные и обладают всем необходимым функционалом. Большинство рассмотренных программных продуктов характеризуются гибкой настройкой [2].

*WebcamXP* – программный продукт, разработанный для видеонаблюдения [3]. Имеет как платную, так и бесплатную версию. Бесплатная версия ограничена захватом только одного видеопотока. Программа может работать в двух режимах: записывать видео на жесткий диск либо выполнять прямую трансляцию на сайт. Также можно настроить включение видеосъемки при обнаружении движения. Недостатком программного обеспечения является англоязычный интерфейс.

*GLOBOSS* – специализированная программа для профессионального наблюдения [4]. Есть бесплатная версия, которая позволяет подключить только две видеокамеры. В случае если двух видеопотоков недостаточно, необходимо приобрести платную версию данного продукта. Интересной функцией приложения является детектор звука, т. е. видеосъемка может начаться не только при движении объектов, но и при возникновении шумов. Помимо этого существует удаленный доступ к видеокамерам, реализована защита от злоумышленников.

*WebCamMonitor* – простой программный продукт, который может работать только с веб-камерами. *IP*-камеры с ним функционировать не будут. Программа оснащена простым и понятным интерфейсом. Функционал немногим отличается от вышеописанных продуктов. Камера также реагирует на движение. При этом можно блокировать некоторые области изображения для ложного срабатывания. Программа позволяет перенаправить видео на *FTP*-сервер и получать

уведомления на телефон или электронную почту.

Что касается управления процессами с помощью робототехники и механики, то здесь используется узкоспециализированное программное обеспечение для промышленных предприятий или военных организаций. С развитием технологий в военной области стали применяться беспилотные самолеты. Вдобавок разработаны шлемы виртуальной реальности, которые позволяют полностью погрузить пилота в кабину самолета. Также существуют роботы-саперы, с помощью которых люди могут разминировать бомбы на безопасном расстоянии. В современных автомобилях устанавливаются экстренные системы безопасности [5].

Компьютерное зрение широко используется и при организации учета и хранения данных о товарах. На всех промышленных товарах размещен штрих-код или *QR*-код, являющийся уникальным для этого продукта. На производстве, где выпускается товар, данный код генерируется и закрепляется за каждым произведенным продуктом. Как правило, все существующие программы по учету данных поддерживают работу со сканерами и штрих-кодами [6].

Такая отрасль компьютерного зрения, как дополненная реальность, в последнее время развивается очень быстро. На ее основе могут быть созданы как развлекательные игры, так и полезные научные программы. Например, с помощью программы *Blippar* можно больше узнать о реальных объектах окружающего мира. Она устанавливается на телефон и при наведении камеры телефона на какой-либо объект (будь то Кремль, Эйфелева башня или приготовленное блюдо) выдает подробную информацию об этом объекте. Такого принципа придерживаются многие приложения.

*OpenCV* – самая популярная библиотека компьютерного зрения, включающая

1000 функций и алгоритмов, написанных на C/C++. Существуют библиотеки более продвинутой по функциональности (например, *Halcon*), специализированные, делающие акцент на какой-либо конкретной задаче (например, *libmv*). Однако *OpenCV* – самая большая библиотека по широте тематики. Благодаря либеральной лицензии она используется многими компаниями, организациями, университетами (*NVidia*, *WillowGarage*, *Intel*, *Google*, *StanfordUniversity*).

На рис. 1 представлена общая схема типичного приложения, предназначенного для решения задачи компьютерного зрения.

Все начинается с захвата изображений из файла или видео с сетевой камеры через сетевой протокол (модуль *highgui*). Далее осуществляется предварительная обработка (модуль *imgproc*): устранение шума, выравнивание яркости, контраста, выделение и удаление бликов, теней. Следующий этап – выделение особенностей (модули *imgproc*, *features2d*). Например, в задаче слежения за объектом это может быть поиск специальных точек на объекте, за которыми легко наблюдать. Затем происходит детектирование интересующих объектов, выделение значимых частей, сегментация изображения (модули *imgproc*, *objdetect*). Если камера неподвижна, а изображение подвижное, мож-

но использовать алгоритмы вычитания фона. После этого решается основная задача: вычисление расположения объекта в 3d, реконструкция 3d-структуры, анализ структуры, регистрация (модули *calib3d*, *contrib*, *video*, *stitching*, *videostab*, *ml*). Так, в задаче видеонаблюдения это восстановление траекторий объектов. В конце происходит распознавание и принятие конкретных решений (модуль *ml*). Например, в задаче детектирования текста распознается, что именно за текст и т. д.

Библиотека *OpenCV* реализует, как правило, только базовые операции, используемые в компьютерном зрении. Таким образом, ее можно рассматривать как в целом низкоуровневую библиотеку компьютерного зрения. Для решения серьезных задач необходимо на основе предоставленных библиотекой возможностей создавать свои сложные приложения.

В результате исследований была разработана SCADA-подобная система с элементами распознавания объектов на изображениях для автоматизации сбора, учета и хранения данных, поступающих с контроллеров производственной линии на металлургическом заводе с использованием компьютерного зрения (рис. 2).

На протяжении производственной линии устанавливаются датчики и камеры видеонаблюдения, с помощью которых можно отследить этапы производства трубы.



Рис. 1. Общая схема приложения с использованием компьютерного зрения

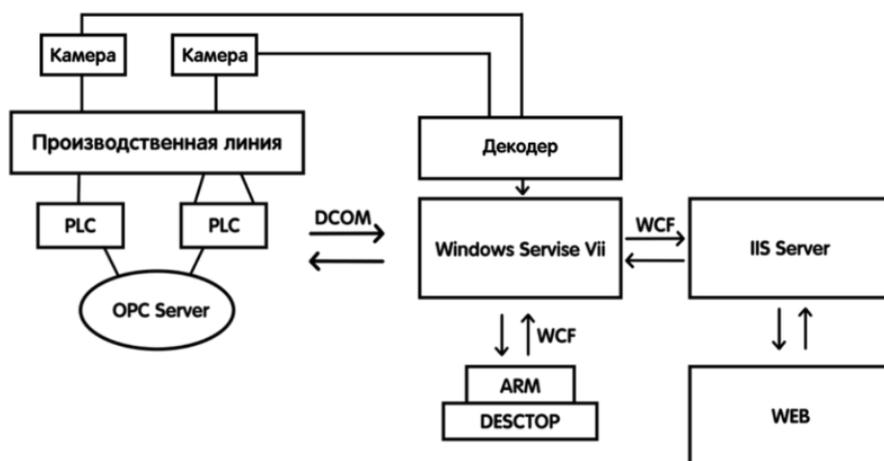


Рис. 2. Схема разработанной SCADA-подобной системы

Датчики подключаются к программируемым логическим контроллерам, а контроллеры имеют связь с *OPC*-сервером, на который отправляется вся информация с контроллеров. Камеры видеонаблюдения подключаются к декодеру. Декодер представляет собой программно-аппаратное устройство, с помощью которого можно получать видеосигнал с определенной камеры, а также осуществлять переключение трансляции между видеокameraми.

Для *SCADA*-подобной системы выделена главная, серверная машина, на которой установлено основное программное обеспечение и создан *WindowsService*. Сервер общается с *OPCServer* по расширению *dcom*. Данные поступают на сервер и обрабатываются программным обеспечением, затем отправляются на автоматизированное рабочее место системного администратора. У администратора на компьютере установлена клиентская часть *SCADA*-системы, с помощью которой он может отслеживать сбор данных в режиме реального времени и при необходимости их редактировать. Общение клиента с сервером происходит через фреймворк *WCF*. Также существует *web*-версия клиентской части системы. Она имеет не такой объ-

емный функционал, как десктопная версия системного администратора, но с ее помощью можно проводить мониторинг нахождения трубы в агрегатах и в случае ошибки переименовывать название трубы. *Web*-клиент работает через *IISServer*, а передача данных между *IIS* и *WindowsService* осуществляется с помощью фреймворка *WCF*.

Для решения задачи по сбору технологической информации о процессе изготовления (подготовки, формления, сварки, нанесения покрытия и т. д.) труб с постепенным формированием паспорта трубы реализована программно-математическая модель производственной линии. Программная модель актуального состояния производственной линии организована на основе таких элементов, как:

- 1) данные, получаемые непосредственно с оборудования;
- 2) алгоритм интерпретации данных;
- 3) взаимодействие программных блоков, связанных в виртуальную производственную линию;
- 4) мониторинг единиц продукции по технологической линии.

Необходимость использования программных моделей агрегатов обусловле-

на отсутствием объективной информации по их текущему состоянию в терминах технологического процесса и наличием таких управляющих сигналов, как: включить двигатель, отключить двигатель, значения энкодеров и т. д. Программные модели применяются для получения сведений о состоянии агрегата, а также для понимания того, какую технологическую операцию он выполняет в определенный момент. Указанный подход позволяет из разрозненных управляющих и прочих сигналов сформулировать текущую операцию в агрегате в терминах технологического процесса, а следовательно, привязать получаемые данные к конкретному экземпляру продукции.

Для привязки данных к конкретной, идентифицированной единице продукции используется подсистема прослеживания продукции по технологической линии. Подсистема состоит из трех логически и функционально взаимосвязанных компонентов: видеопрослеживания, виртуального прослеживания, коррекции и ручного ввода. Графический интерфейс программного продукта (рис. 3) учитывает все необ-

ходимые параметры по производству трубы и содержит такие основные элементы, как: Инструменты, Иерархия документа, Источник данных и Полотно для отображения агрегатов производственной линии.

Инструментами являются объекты, посредством которых можно построить виртуальную производственную линию. Иерархия документа – это паспорт трубы, в который заносится вся информация по ее производству: от размеров листа, его номера, до того, с помощью какого припоя варили трубу, какие показатели тестирования у трубы и т. д. Источниками данных могут быть датчики, подключенные к программируемым логическим контроллерам, камеры отслеживания и ручной ввод. Датчики показывают, в каком агрегате сейчас находится труба. Камеры позволяют автоматически распознать номер трубы. В случае если камера неисправна и не может распознать номер, для дальнейшего сбора данных требуется ручной ввод администратора.

Виртуальную производственную линию можно сохранять / загружать в проект для дальнейшего использования с по-

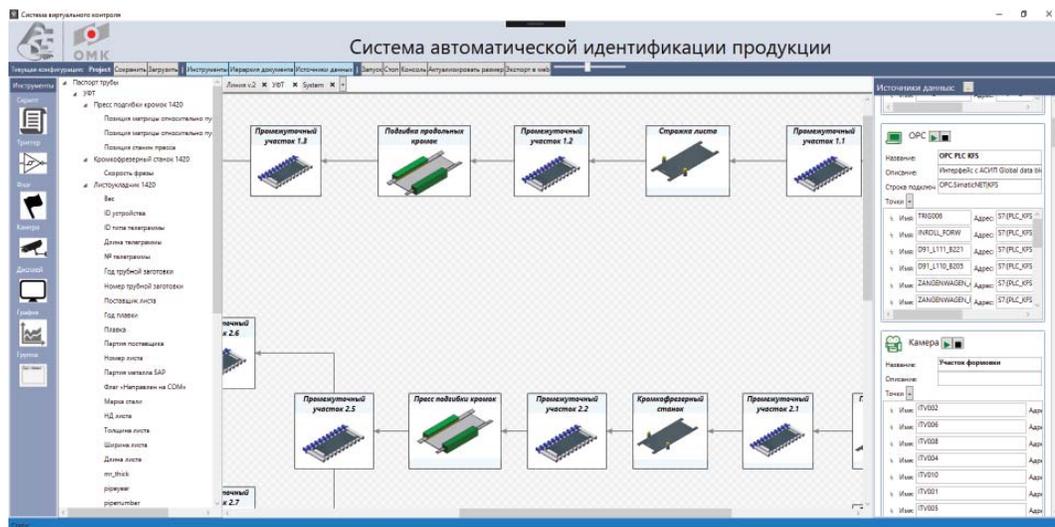


Рис. 3. Интерфейс системы виртуального контроля

мощью стандартного диалогового окна. Помимо этого сохраненный / загруженный проект можно экспортировать в *web*-версию программы.

При возникновении ошибок в программе, когда отсутствует возможность подключения к камерам или датчикам, в нижней части системы появляется информационное окно, сообщающее об ошибке (рис. 4).

Через *web*-сайт администраторы могут следить за системой виртуального контроля в режиме реального времени, но уже без возможности редактирования производственной линии. Администраторы могут изменять название трубы в случае ошибки, перемещать трубы из одного агрегата в другой (это необходимо, если

обнаруживается какой-то брак или возникает внештатная ситуация и кран перемещает заготовку в другое место). Интерфейс *web*-сайта представлен на рис. 5.

Общение клиента с сервером *IIS* происходит через библиотеку *SignalR2*, которая берет большую часть работы общения на себя. В случае когда один клиент поменял значение трубы, у других подключенных клиентов изменение сразу отображается.

Сайт написан по технологии *asp.net* с помощью паттерна *MVC*. Визуализация строится на основе данных, полученных в формате *json* из трех файлов. В первом файле *unit.json* хранятся данные по расположению инструмента на полотне: размер инструмента (прямоугольника), его координаты, название инструмента, картинка, хранящаяся в нем, и т. д. Второй файл *link.json* отвечает за связи между агрегатами, благодаря которым можно отследить, откуда и куда передвигается заготовка. Третий файл *tabs.json* содержит количество вкладок на странице, их названия и технические параметры. Вкладки представлены

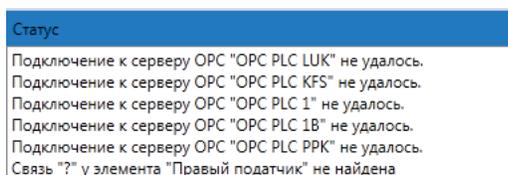


Рис. 4. Информационное окно, сообщающее об ошибках

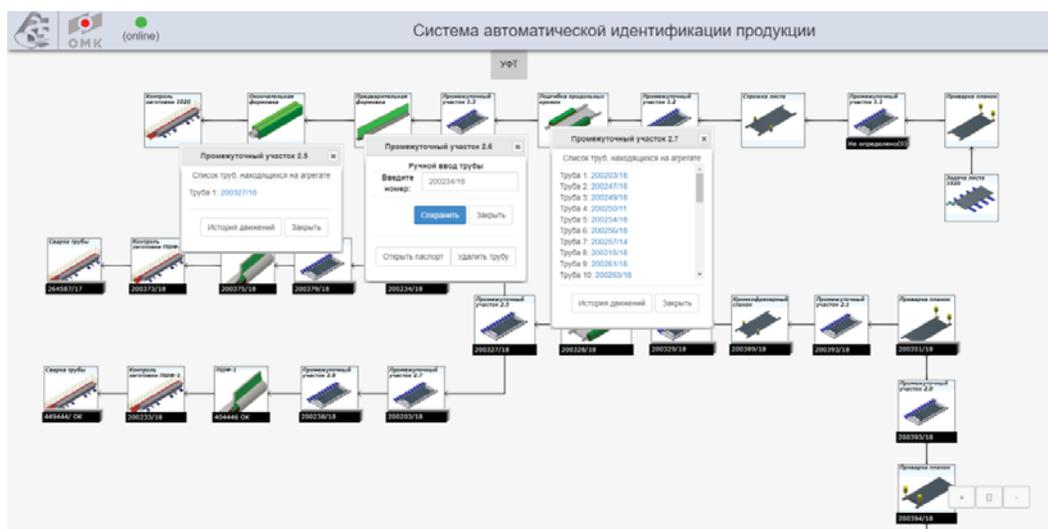


Рис. 5. Мониторинг движения труб по виртуальной системе с помощью *web*-сайта

в виде окон, которые отображают определенные участки производственной линии.

Библиотеки *SignalR2* и *Jquery* позволяют динамически отрисовать текущее местоположение труб. Кроме того, с помощью библиотеки *Jquery-UI* реализовано отображение всплывающих окон оповещения, функция перемещения (*drag-n-drop*) труб между агрегатами.

Для распознавания номера трубы цифровой видеокамерой за основу был взят метод распознавания *SURF* низкоуровневой библиотеки *OpenCV*. Как правило, каждый кадр, сделанный видеокамерой, получается в серых тонах, а номер трубы наносится белой краской, что значительно облегчает распознавание области номера (рис. 6). Сложнее детализировать номер, т. е. распознать каждую цифру и знак в строке. Но благодаря тому что установлен жесткий шаблон номера трубы, а именно шесть цифр, после которых следует знак «/» и еще две цифры, процесс распознава-

ния можно разбить на этапы, количество которых зависит от количества элементов в строке. Распознавание цифр и знаков происходит на низком уровне, а на выходе получается готовая строка, которая и является номером заготовки.

Распознавание номера трубы в среднем занимает 200–400 мс в зависимости от угла считывания номера, так как месторасположение объекта не всегда является идеальным и может менять свою позицию.

Таким образом, был разработан основной функционал для сбора технологической информации о процессе изготовления (подготовки, формления, сварки, нанесения покрытия и т. д.) труб с постепенным формированием паспорта трубы. Разработанная виртуальная система производства может быть настроена и применена не только в металлургической отрасли, но и в любой другой области, где необходим сбор данных с контроллеров и хранение информации в структурированном виде.

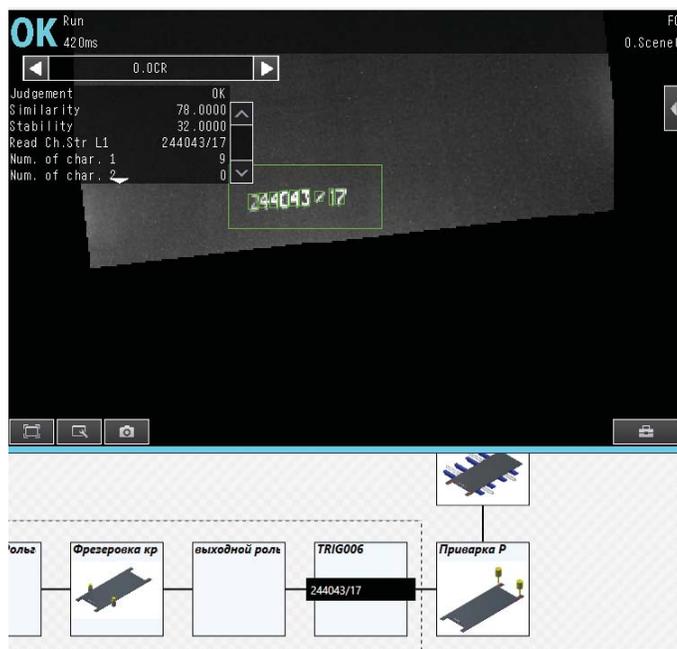


Рис. 6. Процесс распознавания номера трубы

### Цитированная литература

1. Брилюк Д.В., Старовойтов В.В. Распознавание человека по изображению лица нейросетевыми методами [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://goo.gl/CHJzCn>
2. Вагис А., Гупал А. Эффективность байесовских процедур распознавания [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.foibg.com/ibs\\_isc/ibs-15/ibs-15-p11.pdf](http://www.foibg.com/ibs_isc/ibs-15/ibs-15-p11.pdf)
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений: пер. с англ. – М.: Техносфера, 2005.
4. Дрига К.В. Распознавание зашумленных и искаженных образов с помощью неоконитрона [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://masters.donntu.org/2006/fvti/driga...>
5. Махно Ю.С. Распознавание графических образов с помощью нейронной сети типа неоконитрон спомехами [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://masters.donntu.org/2008/fvti/makhno>
6. Мурадина Д.Г., Костюкова Н.С. Исследование методов классификации коллекций цифровых изображений // Материалы V международ. научно-техн. конф. студ., аспирантов и молодых ученых. – Донецк, 2014. – Т. 6.

УДК 519.68

## ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ РЕЗУЛЬТАТЫ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

*С.Г. Федорченко, С.Л. Чирвина,  
С.В. Помян, М.В. Нижегородова*

*Представлены данные исследования по построению серии математических моделей, позволяющих прогнозировать результаты учебного процесса в вузе на основе баллов по ЕГЭ и черт характера студента.*

**Ключевые слова:** *корреляционная матрица, коэффициент корреляции, регрессионная модель, индекс корреляции, тест Кейрси, учебный процесс.*

## CONSTRUCTION OF REGRESSION MODELS DESCRIBING THE RESULTS OF EDUCATIONAL PROCESS

*S.G. Fedorchenko, S.L. Chirvina, S.V. Pomyan, M.V. Nizhegorodova*

*The article deals with the research data on construction of mathematical models, allowed to predict the results of educational process based on USE and character traits of a student.*

**Keywords:** *correlation matrix, correlation coefficient, regression model, correlation index, Keirsi test, educational process.*

Для управления учебным процессом полезно уметь прогнозировать его результаты, например средний балл студента за семестр или оценку по конкретной дисциплине. Для решения этой задачи применим методы обработки результатов пассивного эксперимента.

На первом этапе исследования необходимо построить таблицу исходных данных (ТИД), в которой каждая строка содержит оценки, полученные конкретным студентом, и значение ряда факторов, влияющих, по нашему мнению, на результаты учебы студента в вузе.

Было принято решение в качестве таких факторов использовать тип темперамента студента, определить который можно с помощью теста Кейрси [1].

### Тест Кейрси

Опросник Кейрси – методика оценки темперамента, созданная на основе трудов К.Г. Юнга и И. Майерс-Бриггс. Опросник разработан в 1956 г. профессором Калифорнийского университета Дэвидом Кейрси и позволяет провести экспресс-диагностику типов темперамента. Он включает четыре биполярные шкалы, отображающие содержание восьми психологических факторов темперамента (в рамках теоретических представлений К.Г. Юнга и его последователей), таких как:

- экстраверсия / интроверсия ( $e / i$ , от англ. *extraversion / introversion*);
- сенсорика / интуиция ( $s / n$ , от англ. *sensation / intuition*);
- логичность / чувство ( $t / f$ , от англ. *thinking / feeling*);
- решение / восприятие ( $j / p$ , от англ. *judging / perceiving*) (планирование / импульсивность).

Опросник состоит из 70 утверждений, 10 из которых относятся к шкале экстраверсии / интроверсии, остальные (три группы по 20) раскрывают содержание последующих трех шкал. Шкалы искренности и достоверности в опроснике отсутствуют. Утверждения следуют однородными группами по семь: первое относится к факторам  $e / i$ , второе и третье – к факторам  $s / n$ , четвертое и пятое – к факторам  $t / f$ , шестое и седьмое – к факторам  $j / p$ . Далее (с каждой новой строки регистрационного бланка) указанная последовательность возобновляется. Каждое утверждение имеет два варианта продолжения, один из которых предлагается выбрать испытуемому. Таким образом, выявляется индивидуальное предпочтение одного из двух факторов во всех четырех парах. Испытуемый

(респондент) получает в результате характеристику экстраверта либо интроверта; сенсорика либо интуитива и т. д.

### Проведение опроса и обработка полученных результатов

Тестирование проводилось среди студентов ряда групп Инженерно-технического института (ИТИ) Приднестровского государственного университета с помощью методики Кейрси. Для дальнейшей обработки полученных данных результаты опроса были закодированы в соответствии с табл. 1.

По итогам опроса у студента фиксировались некие факторы темперамента, например экстраверсия или интроверсия, которые кодировались значениями  $-1$  или  $+1$ . Но в ряде случаев оба фактора набирали одинаковое количество ответов. В такой ситуации фиксировалась неопределенность по данному фактору, что кодировалось как  $0$ .

Для каждого студента была сформирована таблица на основе исходных данных:

- 1) результатов, полученных с помощью теста Кейрси;
- 2) результатов ЕГЭ;
- 3) оценок, полученных в вузе на первом курсе.

Таблица 1

Кодировка результатов тестирования студентов с использованием теста Кейрси

Фактор темперамента	Обозначение	Кодированные значения		
		1-е состояние	Неопределенность	2-е состояние
Экстраверт( $e$ )/ интроверт( $i$ )	$x_{ei}$	$-1$	$0$	$+1$
Сенсорика( $s$ )/ интуиция( $n$ )	$x_{sn}$	$-1$	$0$	$+1$
Логичность( $t$ )/ чувствование( $f$ )	$x_{tf}$	$-1$	$0$	$+1$
Рассудительность( $j$ )/ импульсивность ( $p$ )	$x_{jp}$	$-1$	$0$	$+1$

Приоритетными определены оценки по профессионально значимым предметам, а именно: по математике, информатике, программированию. Оценки вуза фиксировались по 5-балльной шкале, оценки ЕГЭ – по 100-балльной шкале. В качестве выходной величины поочередно использовались оценки, полученные в вузе на первом курсе, а также средний балл, вычисленный по итогам обучения на первом курсе.

Рассмотрим результаты обработки собранной информации, полученные нами для группы направлений «Информатика и вычислительная техника» второго курса ИТИ.

Для всех факторов, присутствующих в таблице исходных данных, построена корреляционная матрица, представленная в табл. 2. В процессе вычислений нами использовались кодированные значения факторов.

Границы областей, использованные при формировании кодированных значений  $x_{\text{мат}}$  представлены в табл. 3.

Видно, что значения коэффициентов корреляции, приведенные в корреляционной матрице (см. табл. 2), меньше 0,5 и,

Таблица 2

#### Корреляционная матрица

	$x_{e/i}$	$x_{s/n}$	$x_{i/f}$	$x_{j/p}$	$x_{\text{мат}}^*$
$x_{e/i}$	1	-0,41	-0,33	0,099	-0,22
$x_{s/n}$	-0,41	1	0,402	0,269	0,237
$x_{i/f}$	-0,33	0,402	1	0,334	0,131
$x_{j/p}$	0,099	0,269	0,334	1	0,178
$x_{\text{мат}}^*$	-0,22	0,237	0,131	0,178	1

\* $x_{\text{мат}}$  – кодированные значения результатов ЕГЭ по математике.

Таблица 3

#### Границы опорных областей для $x_{\text{мат}}$ (сертификаты ЕГЭ по математике)

$x_{\text{мат}}$	Количество баллов ЕГЭ
-1	$\leq 30$
0	
1	$\geq 60$

следовательно, мы можем считать эти факторы некоррелированными между собой.

Построим модель с помощью модифицированного метода случайного баланса для пассивного эксперимента (ММСБП) [2]. В качестве выходной величины возьмем средний балл студента. Полученные результаты приведены в табл. 4.

Для оценки адекватности модели нами найден индекс корреляции  $i = 0,613$ . Таким образом, доказано, что полученная модель адекватна.

Повторим наши действия, но в качестве выходной величины возьмем оценки, полученные студентами в вузе при изучении математики (табл. 5).

Индекс корреляции  $i = 0,665$ , т. е. модель адекватна.

Таблица 4

#### Коэффициенты модели, полученной на основе среднего балла студента

Обозначение фактора, взаимодействия факторов	Фактор, взаимодействие факторов	Величина коэффициента модели $b_i$
$z_2$	$x_{s/n}$	0,257
$z_4$	$x_{j/p}$	0,308
$z_6$	$x_{e/i} \cdot x_{\text{мат}}$	-0,246
$z_{18}$	$x_{e/i} \cdot x_{j/p} \cdot x_{\text{мат}}$	-0,246
$z_{22}$	$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{i/f}$	-0,424

Таблица 5

#### Коэффициенты модели, полученной на основе оценок студента по математике

Обозначение фактора, взаимодействия факторов	Фактор, взаимодействие факторов	Величина коэффициента модели $b_i$
$z_4$	$x_{j/p}$	0,165
$z_6$	$x_{e/i} \cdot x_{\text{мат}}$	-0,137
$z_7$	$x_{s/n} \cdot x_{\text{мат}}$	0,188
$z_8$	$x_{i/f} \cdot x_{\text{мат}}$	-0,188
$z_9$	$x_{j/p} \cdot x_{\text{мат}}$	0,188
$z_{13}$	$x_{s/n} \cdot x_{i/f}$	-0,351
$z_{22}$	$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{i/f}$	-0,295

Нами построены также модели, в которых в качестве выходной величины использовались оценки, полученные студентами в вузе по: а) программированию ( $i = 0,696$ ); б) информатике ( $i = 0,689$ ).

Подобный комплекс исследований был проведен для первого курса медицинского факультета ПГУ. При этом в качестве факторов выступали: а) тип темперамента, определяемый с помощью теста Кейрси; б) результаты ЕГЭ по родному языку (русский, молдавский, украинский); в) оценки ЕГЭ по биологии. В качестве выходной величины поочередно рассматривались: а) результаты экзамена в первом семестре (Уход за больными терапевтического и хирургического профилей); б) результаты экзамена во втором семестре (Помощник младшего медицинского персонала).

Результаты ЕГЭ фиксировались по предоставленным студентами сертификатам, т. е. по 100-балльной шкале, результаты экзаменов в вузе – по 5-балльной шкале.

Перевод баллов ЕГЭ в 5-балльную шкалу отражен в табл. 6. Введем обозначения, представленные в табл. 7.

При проведении теста Кейрси подсчитывается количество ответов, соответствующих каждому фактору темперамента, и выбирается тот, который получил наибольшее количество «голосов». Например, по фактору «экстраверсия/интроверсия» было дано  $n$  ответов за «экстраверсия» и  $m$  ответов за «интроверсия». Вычислим величину  $(n - m)/(n + m)$  и назовем ее «яркость темперамента». Очевидно, что она будет принимать значения в интервале от  $-1$  до  $+1$ . Найдем для каждого типа темперамента значение яркости и относительно его сформируем математические модели.

Построим корреляционную матрицу относительно факторов. Результаты приведены в табл. 8.

Показатели корреляционной матрицы по модулю меньше 0,5. Это говорит о том, что все наши факторы являются слабокор-

Таблица 6

## Перевод баллов ЕГЭ в 5-балльную шкалу

Дисциплина	3 балла	4 балла	5 баллов
	Баллы ЕГЭ		
Русский язык	15–32	33–44	45–57
Математика базовая	6–10	11–15	16–20
Математика профильная	5–8	9–13	14–32
Обществознание	12–27	28–43	44–62
Биология	13–24	25–46	47–61

Таблица 7

## Обозначения факторов

№	Фактор	Смысл фактора
1	$X_{e/i}$	Экстраверсия/интроверсия
2	$X_{s/n}$	Сенсорика/интуиция
3	$X_{i/f}$	Логичность/чувствование
4	$X_{j/p}$	Решение/восприятие
5	$X_{\text{род. яз}}$	Баллы ЕГЭ по родному языку
6	$X_{\text{биол}}$	Баллы ЕГЭ по биологии

Таблица 8

## Корреляционная матрица

Фактор	$X_{e/i}$	$X_{s/n}$	$X_{i/f}$	$X_{j/p}$	$X_{\text{род. яз}}$	$X_{\text{биол}}$
$X_{e/i}$	1	-0,02	-0,1	0,24	-0,022	-0,268
$X_{s/n}$	0	1	0,4	0,36	-0,173	0,359
$X_{i/f}$	-0,1	0,35	1	0,49	-0,107	0,282
$X_{j/p}$	0,24	0,36	0,5	1	0,158	-0,042
$X_{\text{род. яз}}$	0	-0,17	-0,1	0,16	1	0,164
$X_{\text{биол}}$	-0,3	0,36	0,3	0	0,164	1

релированными между собой и могут быть использованы для построения модели. Применим для построения модели ММСБ.

Границы опорных областей, вычисленные для коэффициента формы  $k = 0,25$ , приведены в табл. 9. В модели использованы кодированные значения факторов.

В качестве выходной величины используем результаты экзамена по итогам первого семестра (табл. 10).

Для оценки адекватности модели вычислим индекс корреляции, равный  $i = 0,583$ , т. е. модель адекватна.

Повторим вычисления, но в качестве выходной величины возьмем оценки по

Таблица 9

**Границы опорных областей  
для факторов  $X_{\text{род. яз}}$  и  $X_{\text{биол}}$**

Фактор	Интервал значений $X$	Кодированные значения факторов $x$
$X_{\text{род. яз}}$	$< 73,965$	-1
	$73,965-79,76$	0
	$> 79,76$	+1
$X_{\text{биол}}$	$< 66,36$	-1
	$66,36-73,95$	0
	$> 73,95$	+1
$X_{\text{e/i}}, X_{\text{s/n}}, X_{\text{u/f}}, X_{\text{j/p}}$	$< -0,1$	-1
	$-0,1 \dots +0,1$	0
	$> 0,1$	+1

Таблица 10

**Коэффициенты модели, полученной  
по итогам экзамена в первом семестре**

Фактор $x$	Коэффициент модели $b$
$x_{\text{u/f}}$	-0,03917
$x_{\text{род. яз}}$	0,060917
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{u/f}}$	-0,0898
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{j/p}}$	-0,05213
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{u/f}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	0,094267
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{u/f}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	0,094268
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{j/p}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,03658
$x_{\text{биол}}$	0,08688
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{биол}}$	0,016847
$x_{\text{род. яз}} \cdot x_{\text{биол}}$	-0,06548
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{u/f}} \cdot x_{\text{биол}}$	0,0887

Таблица 11

**Коэффициенты модели, полученной  
по итогам экзамена во втором семестре**

Фактор $x$	Коэффициент модели $b$
$x_{\text{e/i}}$	0,7568
$x_{\text{j/p}}$	-0,6484
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	0,7909
$x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,6295
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{u/f}}$	-0,4907
$x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{j/p}}$	0,7156
$x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{u/f}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,2863
$x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{j/p}} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,5961
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{u/f}}$	0,10842
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{u/f}} \cdot x_{\text{j/p}}$	-0,2860
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{u/f}} \cdot x_{\text{j/p}}$	0,2350
$x_{\text{e/i}} \cdot x_{\text{s/n}} \cdot x_{\text{биол}}$	0,4472

экзамену во втором семестре «Помощник младшего медицинского персонала» (табл. 11).

Для оценки адекватности модели вычислим индекс корреляции. Он равен  $i = 0,753$ , т. е. модель адекватна.

Анализируя полученные модели, можно отметить, что в них попали преимущественно в виде взаимодействий все исходные факторы, причем модель по оценкам второго семестра оказалась заметно точнее модели, построенной по оценкам первого семестра.

Нами проведен подобный комплекс исследований для первого курса педагогического факультета ПГУ. При этом в качестве факторов выступали: а) тип темперамента студентов, определяемый с помощью теста Кейрси; б) результаты ЕГЭ по родному языку (русский, молдавский, украинский); в) результаты ЕГЭ по биологии.

В качестве выходной величины поочередно рассматривались: а) средний балл по результатам экзаменов в первом семестре; б) средний балл по результатам экзаменов во втором семестре.

Результаты ЕГЭ фиксировались по предоставленным студентами сертификатам, т. е. по 100-балльной шкале, результаты экзаменов в вузе – по 5-балльной шкале. Перевод баллов ЕГЭ в 5-балльную шкалу представлен в табл. 6.

Построим корреляционную матрицу относительно факторов (табл. 12).

Таблица 12

**Корреляционная матрица**

Фактор	$X_{\text{e/i}}$	$X_{\text{s/n}}$	$X_{\text{u/f}}$	$X_{\text{j/p}}$	$X_{\text{род. яз}}$	$X_{\text{биол}}$
$X_{\text{e/i}}$	1	0,357	0,068	-0,065	-0,08	-0,075
$X_{\text{s/n}}$	0,357	1	0,136	0,234	-0,168	-0,199
$X_{\text{u/f}}$	0,068	0,136	1	0,149	0,161	-0,041
$X_{\text{j/p}}$	-0,065	0,234	0,149	1	-0,157	0,059
$X_{\text{род. яз}}$	-0,08	-0,168	0,161	-0,157	1	0,355
$X_{\text{биол}}$	-0,075	-0,199	-0,041	0,059	0,355	1

Таблица 13

Границы опорных областей  
для факторов  $X_{\text{род. яз}}$  и  $X_{\text{биол}}$

Фактор	Интервал значений $X$	Кодированное значение факторов $x$
$X_{\text{род. яз}}$	< 62,6	-1
	62,6–69,48	0
	> 69,48	+1
$X_{\text{биол}}$	< 43,4	-1
	43,4–51	0
	> 51	+1
$X_{e/i}, X_{s/n}, X_{i/p}, X_{j/p}$	< -0,1	-1
	-0,1 ... +0,1	0
	> 0,1	+1

Таблица 14

Коэффициенты модели, полученной  
по итогам экзаменов во втором семестре

Фактор $x$	Коэффициент модели $b$
$x_{j/p}$	0,11463
$x_{i/p} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,2555
$x_{s/n} \cdot x_{i/p}$	0,12323
$x_{e/i} \cdot x_{i/p} \cdot x_{\text{род. яз}}$	0,12317
$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{i/p}$	-0,0885
$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{i/p} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,0788
$x_{e/i} \cdot x_{i/p} \cdot x_{j/p} \cdot x_{\text{род. яз}}$	0,17478

Показатели корреляционной матрицы по модулю меньше 0,5, значит, все примененные факторы слабо коррелированы между собой и могут быть использованы для построения модели.

Применим для построения модели ММСБ.

Границы опорных областей, вычисленные нами для коэффициента формы  $k = 0,25$ , приведены в табл. 13. В модели использованы кодированные значения факторов.

Построим математическую модель с помощью ММСБ, в качестве выходной величины возьмем средний балл по экзаменам во втором семестре. Полученные значения коэффициентов модели представлены в табл. 14.

Таблица 15

Коэффициенты модели, полученной  
по итогам экзаменов в первом семестре

Фактор $x$	Коэффициент модели $b$
$x_{i/p} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,1565
$x_{e/i} \cdot x_{s/n}$	-0,1531
$x_{s/n} \cdot x_{j/p}$	-0,1377
$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,117
$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{i/p}$	-0,1066
$x_{s/n} \cdot x_{i/p} \cdot x_{j/p} \cdot x_{\text{род. яз}}$	-0,0682
$x_{e/i} \cdot x_{s/n} \cdot x_{i/p} \cdot x_{j/p}$	-0,1642
$x_{i/p} \cdot x_{\text{биол}}$	-0,1786
$x_{\text{род. яз}} \cdot x_{\text{биол}}$	0,16535
$x_{e/i} \cdot x_{j/p} \cdot x_{\text{биол}}$	-0,1616

Для оценки адекватности модели вычислим индекс корреляции. Он равен  $i = 0,565$ , т. е. модель адекватна.

Построим математическую модель с помощью ММСБ, в качестве выходной величины возьмем средний балл по экзаменам в первом семестре. Полученные значения коэффициентов модели представлены в табл. 15.

Для оценки адекватности модели вычислим индекс корреляции –  $i = 0,532$ , т. е. модель адекватна.

## Применение полученных моделей

Попробуем применить полученные модели для прогнозирования успеваемости в вузе выпускников школ.

Было проведено тестирование учеников ряда выпускных классов одной из школ г. Тирасполя с использованием теста Кейрси. По результатам тестирования определен тип темперамента каждого выпускника. Поскольку ЕГЭ еще не проводили, то были использованы результаты контроля текущей успеваемости, взятые из классного журнала.

**Прогноз успеваемости школьников  
на медицинском факультете**

ФИО	Средний балл второго семестра
Боровских О.Е.	3,135958357
Горецкая Р.А.	4,878236792
Гуковская А.А.	0,555750571
Качорский А.А.	5,217107871
Колев А.В.	1,898547508
Кравцова С.В.	1,898547508
Кулаков А.Р.	5,753872464
Медведев Ю.А.	3,949395075
Мидонская Д.С.	5,332135028
Молотов Н.А.	4,444094797
Никова И.Р.	5,871996704
Спесивцев А.П.	5,990120944
Тиминцов О.О.	3,949395075
Черкунов В.В.	3,949395075

Применив разработанные нами ранее модели для медицинского факультета ПГУ и подставив в них полученные значения, мы сформировали прогноз успеваемости учеников, предположив, что они поступили на медицинский факультет. Результаты вычислений представлены в табл. 16.

Фамилии учеников условны. Очевидно, что ребятам, у которых прогнозируемая оценка ниже 3, не рекомендуется

Таблица 16

поступление на медицинский факультет ПГУ. Эти строки таблицы выделены.

### Выводы

Получены математические модели, позволяющие сформировать прогноз результатов обучения студента в вузе по конкретному направлению (специальности) еще до того, как он приступит к обучению.

Разработанные модели учитывают: результаты профильных для данного направления (специальности) ЕГЭ, тип темперамента, определяемый с помощью теста Кейрси.

Авторами получены модели для ряда направлений Инженерно-технического института, а также педагогического и медицинского факультетов ПГУ.

### Цитированная литература

1. **Государев Н.А.** Психодиагностика. Методологии и методики исследования психологических типов: учебное пособие. – М.: Ось-89, 2009. – 144 с.
2. **Долгов Ю.А.** Статистическое моделирование. – Тирасполь: РИО ПГУ, 2002. – 280 с.

УДК 519.68, 620.9

## КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ РЕГИОНА

Г.С. Федорченко

*Предложена классификация режимов функционирования энергетической системы региона в зависимости от уровня обеспеченности энергоресурсами (как по объемам, так и по качеству) народнохозяйственного комплекса. Приведено описание каждого режима функционирования. Дана балльная шкала оценки режимов функционирования энергосистемы.*

**Ключевые слова:** индикаторный метод, энергосистема, режимы работы энергосистемы, народнохозяйственный комплекс.

## CLASSIFICATION OF OPERATING MODES OF REGION POWER SYSTEM

G.S. Fedorchenko

*The authors proposed the classification of operating modes of region power system depending on the level of energy resources (volume and quality) of the national economic complex. A description of each operating mode is given. A score scale for assessing the operating modes of the power system is proposed.*

**Keywords:** indicator method, power system, operating modes of power system, national economic complex.

### Введение

С целью описания энергосистемы государства (территории, региона, населенного пункта) используют индикативный анализ [1, с. 19]. При этом формируют список показателей (индикаторов), значения которых позволяют с разных сторон описать ее текущее состояние.

Для каждого индикатора создают свою шкалу кризисности, что дает возможность перейти от числовых, именованных значений индикаторов к безразмерной оценке, выраженной в баллах [2]. Найдя среднее значение баллов, формируют суждение об энергетической безопасности региона.

По нашему мнению, каждому индикатору необходимо присвоить некоторый вес, который будет указывать, насколько он важен с точки зрения энергобезопасности территории. Используя значения индикаторов и их вес, мы можем найти интегральную оценку энергобезопасности региона [3].

Однако трактовка одних и тех же значений индикаторов, а также их веса будет зависеть от того, какие задачи в настоящий момент решает энергосистема или, иными словами, в каком режиме она функционирует. В известной нам литературе описание классификации режимов функционирования энергосистемы отсутствует.

Целью данной работы является определение возможных режимов функционирования энергосистемы и их связи с обеспеченностью энергоресурсами (как по

объемам, так и по качеству) народнохозяйственного комплекса региона.

### 1. Основные режимы функционирования энергосистемы региона

Рассмотрим возможные режимы функционирования энергосистемы. В первом приближении по аналогии с [1, с. 27] выделим три основных режима функционирования:

- нормальный;
- предкризисный;
- кризисный.

**1. Нормальный режим.** Энергосистема обеспечивает бесперебойное снабжение потребителей всеми видами энергоресурсов в любое время дня, в любой день недели, в любое время года; возможно развитие народнохозяйственного комплекса с соответствующим увеличением энергопотребления.

**2. Предкризисный режим.** Энергосистема в основном обеспечивает снабжение потребителей всеми видами энергоресурсов, кроме ряда случаев периодических сбоях в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, дни недели, времена года), что оказывает заметное, но не критическое влияние на работу народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры. Фиксируется нехватка некоторых видов энергоресурсов. Для минимизации

ущерба формируются согласованные графики работы различных потребителей, в том числе сегментов народнохозяйственного комплекса, транспорта. Выполнение основных функций народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры обеспечено энергоресурсами. Дальнейшее развитие народнохозяйственного комплекса, требующее увеличения энергопотребления, не обеспечено энергоресурсами.

**3. Кризисный режим.** Энергосистема не может обеспечить нужды значительного числа потребителей, что влечет за собой существенное ухудшение (в ряде случаев существенные ограничения) деятельности всех сфер экономики, народного хозяйства, работы инфраструктуры. Нормальное функционирование народнохозяйственного комплекса из-за недостатка энергоресурсов невозможно.

## 2. Детальное описание режимов функционирования энергосистемы региона

При детальном рассмотрении функционирования энергосистемы по аналогии с [1, с. 28] могут быть выделены восемь детализированных режимов, каждому из которых соответствует определенное количество баллов по принципу «чем хуже функционирует энергосистема, тем выше балл» (см. таблицу).

Рассмотрим указанные режимы функционирования энергосистемы и их балльные оценки более подробно.

**1. Нормальный режим – 1 балл.** Энергосистема обеспечивает бесперебойное снабжение потребителей всеми видами энергоресурсов в любое время дня, в любой день недели, в любое время года. Сбои, имеющие место, удовлетворяют нормативам.

**2. Предкризисный начальный режим – 2 балла.** Энергосистема в основном обеспечивает бесперебойное снабжение потребителей всеми видами энергоресурсов, кроме ряда случаев сбоев в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, дни недели, времена года), длительность которых не оказывает существенного влияния на работу народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры региона.

Имеет место нехватка отдельных видов энергоресурсов, причем их недостаток не оказывает значительного влияния на работу народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры.

Текущее функционирование народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры в основном обеспечено энергоресурсами. Дальнейшее развитие народнохозяйственного комплекса не обеспечено энергоресурсами.

**3. Предкризисный развивающийся режим – 3 балла.** Энергосистема в основном обеспечивает бесперебойное снаб-

Режимы функционирования энергосистемы

Режимы работы энергосистемы		Баллы
Основные	Детализированные	
Нормальный	Нормальный	1
Предкризисный	Предкризисный начальный	2
	Предкризисный развивающийся	3
	Предкризисный критический	4
Кризисный	Кризисный нестабильный	5
	Кризисный угрожающий	6
	Кризисный критический	7
	Кризисный чрезвычайный	8

жение потребителей всеми видами энергоресурсов, кроме ряда случаев сбоев в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, некоторые дни недели, некоторые времена года), длительность которых учитывается при формировании согласованного графика работы учреждений, организаций, но не оказывает существенного влияния на функционирование народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры. Имеет место нехватка отдельных видов энергоресурсов, для компенсации которых необходимо внести корректировки в перечень (или график работы) используемого оборудования, транспортных средств, компонент инфраструктуры.

Текущее функционирование народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры в основном обеспечено энергоресурсами. Дальнейшее развитие народнохозяйственного комплекса не обеспечено энергоресурсами.

**4. Предкризисный критический режим – 4 балла.** Энергосистема в основном обеспечивает снабжение потребителей всеми видами энергоресурсов, кроме ряда случаев сбоев в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, некоторые дни недели, некоторые времена года), длительность которых учитывается при формировании графика работы учреждений, организаций, что ограничивает функционирование народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры и сдерживает их развитие.

Имеет место нехватка отдельных видов энергоресурсов, для компенсации которых необходимо внести корректировки в перечень (или график работы) используемого оборудования, транспортных средств, компонент инфраструктуры.

Функционирование ряда сегментов экономики, транспорта, инфраструктуры подвергается жесткому административному регулированию.

Работа народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры в основном

обеспечена энергоресурсами, но присутствуют ярко выраженные ограничения. Дальнейшее развитие народнохозяйственного комплекса, связанное с увеличением энергопотребления, не обеспечено энергоресурсами.

**5. Кризисный нестабильный режим – 5 баллов.** Энергосистема не обеспечивает снабжения потребителей всеми видами энергоресурсов. Имеют место случаи сбоев в подаче энергоресурсов в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, некоторые дни недели, некоторые времена года), длительность которых учитывается при формировании графика работы учреждений, организаций, предприятий, что ограничивает функционирование народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры и сдерживает их развитие.

Возможны неожиданные сбои в функционировании энергетического комплекса, что приводит к остановке работы организаций, предприятий, транспорта, компонент инфраструктуры, общая длительность которых не превышает критических значений.

Отмечается нехватка отдельных видов энергоресурсов, для компенсации которых необходимо внести корректировки в перечень (или график работы) используемого оборудования, транспортных средств, компонент инфраструктуры, причем ряд из них либо выводятся из эксплуатации, либо используются редко.

Присутствуют ярко выраженные ограничения в энергообеспечении функционирования народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры.

В результате недостаточного энергоснабжения эффективность функционирования народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры снижается. Развитие народнохозяйственного комплекса, связанное с увеличением энергопотребления, невозможно.

**6. Кризисный угрожающий режим – 6 баллов.** Энергосистема не обеспечивает

снабжения потребителей основными видами энергоресурсов, присутствуют периодические сбои в подаче энергоресурсов в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, некоторые дни недели, некоторые времена года), длительность которых учитывается при формировании графика работы учреждений, организаций, предприятий, что приводит к существенному ограничению функционирования ряда сегментов экономики, транспорта, инфраструктуры.

Присутствуют неожиданные сбои в работе энергетического комплекса, приводящие к остановке работы организаций, предприятий, транспорта, компонент инфраструктуры, что оказывает существенное влияние на эффективность их функционирования.

Фиксируется нехватка отдельных видов энергоресурсов, для компенсации которых необходимо прекратить работу ряда предприятий, сегментов транспорта, инфраструктуры, внести существенные корректировки в перечень (или график работ) используемого оборудования, транспортных средств, компонент инфраструктуры.

Функционирование народнохозяйственного комплекса в основном обеспечено энергоресурсами, но эффективность его работы падает. Развитие народнохозяйственного комплекса, связанное с увеличением энергопотребления, невозможно.

**7. Кризисный критический режим – 7 баллов.** Энергосистема не в состоянии обеспечить снабжение потребителей всеми видами энергоресурсов. Имеют место периодические сбои в подаче энергоресурсов в некоторые интервалы времени (некоторое время суток, некоторые дни недели, некоторые времена года), длительность которых учитывается при формировании графика работы учреждений, организаций, предприятий, что приводит к существенному ограничению или пре-

кращению функционирования ряда сегментов экономики, транспорта, инфраструктуры, предприятий. Присутствуют неожиданные сбои в работе энергетического комплекса, которые приводят к остановке работы организаций, предприятий, транспорта, компонент инфраструктуры, что оказывает существенное влияние на эффективность их функционирования, делает нерентабельным деятельность многих предприятий.

Фиксируется нехватка отдельных видов энергоресурсов, для компенсации которых необходимо прекратить работу множества предприятий, сегментов транспорта, инфраструктуры, внести существенные корректировки в перечень (или график работы) используемого оборудования, транспортных средств, компонент инфраструктуры.

Функционирование народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры происходит в ограниченном (усеченном) виде. Полноценное функционирование всех сфер народнохозяйственного комплекса, транспорта, инфраструктуры невозможно. Развитие народнохозяйственного комплекса, связанное с увеличением энергопотребления, невозможно.

**8. Кризисный чрезвычайный режим – 8 баллов.** Энергосистема обеспечивает основными видами энергоресурсов только критически важные сегменты народнохозяйственного комплекса, инфраструктуры. Фиксируются существенные перерывы в поставках энергоресурсов, что дает возможность работать только ограниченному числу критически важных учреждений, организаций, предприятий, частично функционировать некоторым сегментам народнохозяйственного комплекса, транспорта, инфраструктуры. Имеет место острая нехватка отдельных видов энергоресурсов, что приводит к существенному ограничению в работе предприятий, сегментов транспорта, инфраструктуры.

### 3. Примеры

#### *Пример 1*

Северный энергорайон Республики Бурятия РФ, 2009 г.

Потребление данного энергорайона в период максимальных нагрузок достигает 220 МВт.

Фактический переток из иркутской энергосистемы в 2008–2009 гг. составил 205 МВт, при этом максимально допустимое значение – 200 МВт. В ремонтной схеме – при отключении одной из линий на транзите – максимально допустимая нагрузка снижается до 190 МВт. Имеет место большой физический и моральный износ оборудования электростанций и электрических сетей. Так, в 2008 г. нормативный срок эксплуатации отработали агрегаты, суммарная мощность которых составляет 52 % установленной мощности энергосистемы [4].

Потребности в энергоресурсах основных потребителей обеспечиваются в полном объеме, но подключение новых потребителей невозможно, хотя уже имеются заявки на подключение ряда предприятий.

По нашему мнению, режиму функционирования энергосистемы Северного энергорайона Республики Бурятия РФ в 2009 г. можно присвоить 3 балла.

#### *Пример 2*

Блэкаут в Крыму, 22 ноября 2015 г.

Поставки электроэнергии в Крым с территории Украины полностью прекращены. Энергосистема полуострова работает в изолированном режиме. Собственная генерация составляет примерно 350 МВт – это ТЭЦ, мобильные газотурбинные электростанции, геосистемы, ветряные генераторы. Однако они вырабатывают меньше половины необходимой мощности. Чтобы работать без ограничений, энергосистеме Крыма требуется около 800 МВт.

Веерные отключения проводятся каждые четыре часа. Бесперебойно электричество поставляется только в больницы и на объекты жизнеобеспечения – хлебозаводы, очистные сооружения и пр. Детские сады и школы к таковым не относятся: в результате некоторые школы работают в сокращенном режиме, а детские сады временно закрыты.

Коммерческим учреждениям государственное электричество поступает на общих основаниях: на два часа с последующим отключением на шесть. Стройки после отключения электричества в основном заморожены.

Поставки природного и сжиженного газа, а также жидкого топлива остались в прежних объемах.

Связь, транспорт работают, покрывая потребности населения, предприятий [5].

По нашему мнению, режиму функционирования энергосистемы Крыма можно присвоить 6 баллов.

#### *Пример 3*

В 2000 г. в Приднестровье произошла тяжелая авария с падением опор, обрывами линий электропередач и большими перерывами в электроснабжении. Она началась в ночь с 26 на 27 ноября, когда в результате интенсивного гололеда образования стали отключаться ВЛ-330 кВ и ниже по причине обрыва проводов и грозозащитных тросов, а также повреждения опор и их конструктивных элементов. Повреждения произошли из-за того, что величины гололедной нагрузки во много раз превышали проектно-расчетную величину. Опоры продолжали падать до 6 декабря.

В результате массовых отключений были полностью обесточены Рыбницкий и Каменский районы, а также частично – Дубоссарский и Григориопольский районы. Без напряжения оказались 88 населенных пунктов, значительная часть промышленных предприятий и хозяйств.

Были остановлены все котельные, без централизованного отопления остались жилой фонд городов, больницы, школы, детские сады и т. д. В Рыбнице и Каменке была прекращена подача воды.

Были повреждены все транзитные высоковольтные линии электропередач со стороны Украины и Молдовы, по которым можно было бы получить напряжение на подстанции Рыбницкого и Каменского районов.

Связь, транспорт работали, покрывая потребности населения, предприятий.

По нашему мнению, режиму функционирования энергосистемы Рыбницкого и Каменского районов можно присвоить 7 баллов.

### Заключение

В представленной статье предложена новая классификация возможных режимов функционирования энергетической системы региона. Каждому режиму нами присвоено определенное количество баллов.

Данная классификация может быть использована при оценке состояния энер-

гобезопасности любой страны, региона, города и т. д.

### Цитированная литература

1. **Быкова Е.В.** Методы расчета и анализ показателей энергетической безопасности / под ред. В.М. Постолатия. – Кишинев, 2005. – 158 с.

2. **Федорченко Г.С.** Расчет значений индикаторов, характеризующих энергобезопасность Приднестровья // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2017. – № 3(57). – С. 144–149.

3. **Федорченко С.Г., Федорченко Г.С.** Мультипликативная интегральная мера оценки состояния энергетической безопасности // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2014. – № 3(48). – С. 86–95.

4. Постановление Правительства Республики Бурятия от 15 мая 2009 г. № 177 «О стратегии развития топливно-энергетического комплекса Республики Бурятия на перспективу до 2030 года» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/446259896>

5. <http://www.rbc.ru/business/30/11/2015/565afa7c9a794701e74d90ee>

# ЭКОНОМИКА. УПРАВЛЕНИЕ

УДК 339.743

## ПРОБЛЕМЫ ЭВОЛЮЦИИ РЕЖИМОВ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ

*Л.Г. Сенокосова, А.А. Спаривак*

*Рассматривается формирование валютного курса, факторы, на него влияющие, а также появившиеся в результате этого различные теории валютного курса. Анализируются основные виды валютных курсов и выделяются их слабые и сильные стороны. Излагаются проблемы эволюции режимов валютных курсов.*

**Ключевые слова:** конвертируемость валют, котировка валютных курсов, паритет покупательной способности, плавающий валютный курс, фиксированный валютный курс, волатильность валютного курса, режим валютного курса, глобализация экономики.

## PROBLEMS OF THE EVOLUTION OF EXCHANGE RATE REGIME

*L.G. Senokosova, A.A. Sparivak*

*The article considers the formation of exchange rate, the factors, which influence it, as well as appeared different theories of exchange rate. The main types of exchange rates are analyzed, the weak and strong sides are highlighted, as well as the problems of the evolution of exchange rate regimes.*

**Keywords:** currency convertibility, quotation of exchange rates, parity of buying power, floating exchange rate, fixed exchange rate, exchange rate volatility, exchange rate regime, globalization of the economy.

Невозможно представить экономическое взаимодействие в рамках мировой системы без операций обмена валют разных стран. В связи с этим требуется установление режимов валютных курсов.

Валютный курс является необходимой составляющей международных валютных отношений, выступая как измеритель стоимостного содержания денежных единиц. Международные расчетные либо обменные операции предполагают обязательное сопоставление цен государственной и иностранной валют. Это приводит к появ-

лению валютного курса и необходимости определения его уровня. Валютный курс представляет собой соотношение между денежными единицами разных стран, которое обусловлено их покупательной способностью и рядом других факторов, влияющих на него. Валютный курс необходим для международных валютных, расчетных, кредитно-финансовых операций [1]. Наряду с официальной существует неофициальная котировка валют, присущая странам с неконвертируемой валютой и характеризующаяся присутствием валют-

ных ограничений. Котировка валютных курсов в условиях конвертируемости производится банками. В случае валютных ограничений курсы валют устанавливаются правительственными организациями.

Валютный курс выступает не только объективным экономическим показателем измерения стоимости денежной единицы, но и отражает тенденции внутреннего экономического роста и развития, состояние и перспективы внешнеэкономической деятельности. Поэтому необходим поиск оптимальных колебаний валютного курса, режима и направлений его регулирования, которые не только не наносили бы ущерба национальному хозяйству, но и, наоборот, способствовали бы росту ВВП, повышению экспортного потенциала и сокращению импортной зависимости, что приобретает особую актуальность на современном этапе развития.

В результате сопоставления валют на валютном рынке происходит формирование режимов валютных курсов через механизм спроса и предложения, который носит повседневный характер. Стоимостная основа валютных курсов представляет собой паритет покупательной способности (ППС), т. е. соотношение валют по их покупательной способности. В свою очередь, покупательная способность выражает средние национальные уровни цен на товары, услуги, инвестиции. В силу особенностей бумажного обращения ППС и валютные курсы могут значительно различаться. В развитых странах эта разница небольшая, но во многих развивающихся государствах и странах с переходной экономикой курс национальной валюты ниже, чем паритет. Главной причиной отклонения валютного курса от ППС является изменение в соотношении спроса и предложения. Резкие колебания валютного курса негативно отражаются на международных экономических отношениях, ухудшают условия внешней торговли. Международные

сделки подвержены высокой степени риска, и потери могут произойти в короткие промежутки времени, если существует вероятность неблагоприятного движения валютных курсов.

Формирование валютного курса происходит под влиянием множества факторов. К основным относятся:

- уровень инфляции;
- макроэкономические показатели;
- торговый баланс государства;
- политика Центрального банка;
- режим валютного курса;
- инвестиционный климат;
- валютные спекуляции;
- крупные внешние контракты и обязательства;
- психологические факторы;
- доверие населения к национальной валюте.

Несомненно, что формирование валютного курса – это многофакторный процесс и приведенный список факторов, способных воздействовать на изменение курса валюты, далеко не полный. Существуют факторы, связанные с форс-мажорными обстоятельствами, когда та или иная денежная единица ведет себя неоднозначно в зависимости от конкретной обстановки. При этом практически у каждой валюты есть индивидуальные факторы, тем или иным образом оказывающие влияние на устойчивость и стабильность ее курса.

При выборе валютного курса необходимо учитывать, что он формируется под воздействием фундаментальных экономических показателей, оказывая, в свою очередь, на них прямое влияние. Результат использования валютного курса для достижения определенных целей не может быть однозначным и требует комплексной оценки положительных и отрицательных последствий.

Анализ действия отдельных факторов на курсообразование привел к появлению ряда теорий валютного курса.

**Теория регулируемой валюты** возникла под влиянием мирового экономического кризиса 1929–1933 гг., ее авторами являются Дж. Кейнс и И. Фишер. Она базируется на двух направлениях и определяется двумя теориями: теорией подвижных паритетов и маневрируемого стандарта, сформированной на основе кейнсианства, и теорией курсов равновесия, или нейтральных курсов, которые заменяют паритет покупательной способности понятием «равновесие курса». Авторы этих теорий считают, что нейтральным является валютный курс, соответствующий состоянию равновесия национальной экономики.

**Теория паритета покупательной способности** была предложена шведским экономистом Густавом Касселем после Первой мировой войны. Теория основана на утверждении, что валютные курсы должны быть связаны с уровнями внутренних цен. Она идеализирует роль рыночного механизма как регулятора цен и пересматривает государственные методы регулирования курсовых соотношений, а также признает реальную базу курса валют, но отрицает стоимостную основу курса.

**Теория ключевых валют.** Ее разработчиками являются Дж. Вильямс, А. Хадсен, Р. Хонтри, Ф. Грэхем. Данная теория направляет государства на проведение валютной политики, основа которой заключается в необходимости поддержки доллара как резервной валюты, поскольку считается, что именно золото лучше выполняет данную функцию.

**Теория фиксированных паритетов и курсов.** Сторонники этой теории – Дж. Робинсон, Дж. Бикердаик, А. Браун, Ф. Грэхем настаивали, что курсовые соотношения слабо воздействуют на уровень мировых цен и, как следствие, не являются эффективным средством регулирования платежного баланса. Ученые придерживались режима фиксированных паритетов, изменение которого

допускалось только при фундаментальном неравновесии платежного баланса.

**Теория плавающих валютных курсов.** Авторы этой теории – М. Фридман, Ф. Махлуп, А. Линдбек, Г. Джонсон, Л. Эдхард настаивают на использовании плавающих курсов, которые по сравнению с фиксированными имеют ряд преимуществ. По их мнению, рыночный курс должен формироваться без вмешательства государства, но под воздействием рынка.

**Нормативная теория валютного курса.** Дж. Мид и Дж. Манделл, приверженцы этой теории, считают, что курс должен быть гибким и устанавливаться международными организациями, так как валютная политика, проводимая одной страной, оказывает негативное воздействие на экономику других государств.

Процессы глобализации экономики показали, что подходы к определению режимов валютных курсов требуют усовершенствования. Так, в 2009 г. МВФ предложил новую классификацию режимов валютных курсов, которая характеризуется большей гибкостью и прозрачностью, и выдвинул промежуточные режимы валютных курсов, отличающиеся мягкой привязкой к курсу иностранной валюты или корзине валют, стабилизированным валютным режимом и режимом скользящей привязки, значение которого ориентировано на прогнозный показатель инфляции.

Необходимо отметить, что в настоящее время нет универсального режима валютного курса, который мог бы применяться абсолютно ко всем странам. Из 170 государств, включенных в данную классификацию, только 15 % используют режим жесткой привязки, приблизительно 45 % придерживаются режима мягкой валюты и 40 % применяют принцип плавающей валюты, что свидетельствует о либерализации режимов валютных курсов.

В условиях современных международных валютных отношений выделяют

плавающий и фиксированный валютные курсы, которым свойственны сильные и слабые стороны (табл. 1 и 2).

**Плавающий валютный курс** имеет место, когда ни государство, ни Центральный банк не предпринимают никаких действий по поддержанию его стабильности, он устанавливается непосредственно на валютной бирже исключительно под действием рыночных сил [2].

**Фиксированный валютный курс** – курс, который устанавливается Центральным банком в законодательном порядке между национальной валютой и валютой другой страны на основе взаимного паритета. Его особенность заключается в том, что он не зависит от спроса и предложения валюты. Данный курс закладывается в бюджет страны и не меняется в зависимости от того, как его захотят продать. Изменение фиксированного курса происходит в результате его официального пересмотра (девальвации – понижения или ревальвации – повышения) [3].

Исследование валютных курсов различных государств доказывает, что отсутствует возможность существования универсального валютного курса. Он должен определяться в зависимости от потребностей экономического развития государства. Для стран с рыночной экономикой обычно устанавливается свободный режим валютного курса. Вследствие специфических особенностей развития финансовой системы того или иного государства денежные единицы большинства развивающихся стран функционируют в условиях ограничений, накладываемых валютными режимами.

В ПМР курс национальной валюты устанавливается Приднестровским республиканским банком, т. е. используется фиксированный валютный курс. Поскольку экономика Приднестровья во многом зависит от ситуации на рынках стран-партнеров, экономически оптимальным валютным курсом для нашей республики является мягкая привязка, ориентированная на их курсы. Но в связи с социальной

Таблица 1

Сильные и слабые стороны плавающего валютного курса

Достоинства	Недостатки
1. Рынки с успехом и эффективно распределяют ресурсы, в этом состоит основной принцип рыночной экономики, поэтому курс определяется исключительно рыночными силами	1. Обменный курс может находиться в течение длительного периода на уровне, не обусловленном «экономическими основами». Причиной этому могут стать рынки, которые редко работают с идеальной эффективностью
2. Спекулянты не будут получать прибыль за счет Центрального банка, если рынки работают эффективно и курс свободно плавает	2. Трудности для компаний в области планирования и ценообразования могут возникнуть, если будущая траектория обменного курса будет неопределенной. В таких случаях необходимо застраховаться, используя вторичные рынки (форварды, фьючерсы, опционы), но это непременно приведет к дополнительным затратам
3. Рынок определяет спрос и предложение национальной валюты по отношению к иностранной и наоборот. Центробанк не обладает обязанностью и необходимостью реализации интервенции. Может осуществляться независимая денежно-кредитная политика в том случае, если внешние потоки не будут влиять на внутренние монетарные агрегированные показатели	3. Может быть нарушена свобода осуществления независимой внутренней денежно-кредитной политики

## Сильные и слабые стороны фиксированного валютного курса

Достоинства	Недостатки
1. Гарантирует компаниям надежную основу для планирования и ценообразования, способствуя тем самым развитию международной торговли и благоприятного инвестиционного климата	1. Если фиксированному курсу доверяют не полностью, он может быть уязвимым для спекулятивных атак, а это, в свою очередь, может привести к разрушительным последствиям для монетарной стабильности государства или для иностранных резервов. И в результате государство будет вынуждено отказаться от фиксированного курса
2. Накладывает ограничения на внутреннюю денежно-кредитную политику: в случае, если ее ориентиры кардинально расходятся с ориентирами в той стране, к валюте которой привязана национальная валюта, может возникнуть нежелательный приток или отток капитала, что повлечет вмешательство Центрального банка. Приток способен повысить инфляцию, а отток – повлечь разорение иностранных резервов	2. В некоторых случаях фиксированный номинальный курс может рассматриваться в роли важного индикатора, который необходим для монетарных целей
3. Фиксированный курс считается желательным, если возможно определить, что является подходящим равновесием, и удерживать курс на этом уровне	3. Требуется довольно большое количество иностранных резервов
4. В то время как финансовые инструменты и рынки недостаточно развиты для проведения рыночной денежно-кредитной политики, фиксированный курс способен быть предпочтительным, устанавливая непосредственную дисциплину в денежно-кредитной политике	4. Центральный банк должен быть готов провести интервенцию на валютном рынке в целях поддержания фиксированного курса, затем принять решение о том, как справиться с внутренними последствиями

ориентированностью экономики ПМР смена нынешнего режима недопустима, так как волатильность на рынках контрагентов может привести к снижению уровня жизни граждан.

Уровень волатильности валютного курса является важным не только для внешнеэкономической деятельности. Он осуществляет многообразное влияние на всю национальную экономику страны, а также непосредственно на некоторые отрасли, секторы, функциональные подсистемы. Именно поэтому регулирование валютного курса выступает значимым элементом как государственной экономической политики в целом, так и валютной политики Центрального банка в частности.

Валютный курс – сложнейшая экономическая категория, он оказывает существенное воздействие на формирование экономических отношений между произ-

водителями и мировым рынком. В связи с этим развитие валютных отношений и проблемы формирования валютного курса приобретают все большее значение.

В целях эффективного развития национальной экономики и повышения уровня жизни граждан рекомендуем банкам в условиях глобализации экономики уделять особое внимание проблемам формирования валютного курса.

### Цитированная литература

1. Жуков Е.Ф. Деньги, кредит, банки: учебник. – М.: Юнити, 2009.
2. Блэк Дж. Толковый словарь / под общ. ред. И.М. Осадчей. – М.: Инфра-М; Весь мир, 2000.
3. Воронин В.П. Деньги. Кредит. Банки: учебное пособие. – М.: Юрайт, 2002.

**ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ПОВЫШЕНИЮ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ  
ЭКСПОРТА ПРОДУКЦИИ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ  
НА МИРОВОМ РЫНКЕ  
(на примере ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой)**

*И.Н. Узун, А.О. Соболева*

*Предлагаются способы повышения конкурентоспособности экспорта продукции легкой промышленности на мировом рынке на примере швейной фабрики ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой.*

**Ключевые слова:** конкуренция, конкурентоспособность, конкурентные преимущества, факторы конкурентоспособности, повышение конкурентоспособности экспорта.

**PROPOSALS TO INCREASE COMPETITIVENESS  
OF LIGHT INDUSTRY PRODUCTS EXPORT  
ON THE WORLD MARKET  
(on the example of CJSC “Odema” of V. Solovieva)**

*I.N. Uzun, A.O. Soboleva*

*The article suggests the ways to increase the competitiveness of light industry products export on the world market on the example of the garment factory of CJSC “Odema” of V. Solovieva.*

**Keywords:** competition, competitiveness, competitive advantages, factors of competitiveness, increase of export competitiveness.

В условиях ужесточения конкурентной борьбы для приднестровских компаний на первом месте стоит задача по сохранению и повышению собственной конкурентоспособности, а значит, и конкурентоспособности продукции (товаров, услуг). Несомненно, ни одно предприятие не сможет получить превосходство над конкурентами на рынке по всем коммерческим характеристикам товара и способам его продвижения. Для компании недостаточно найти новый рынок сбыта, новую группу потребителей. Важно сформировать такое конкурентное предложение, которое будет восприниматься как уникальное, и донести его уникальность до потребителей.

Сегодня при малом рынке сбыта в Приднестровской Молдавской Республике деятельность предприятий фактически зависит от внешней реализации, что требует

от производителя своевременной адаптации к внешней среде и ориентации на потребителя, а главное – повышения конкурентоспособности экспорта собственной продукции.

Обоснованное определение экономической сущности конкурентоспособности требует обозначения ее места и роли в системе конкурентных отношений. Мы придерживаемся точки зрения, доминирующей в экономической литературе, что в системе конкурентных отношений существует некоторая иерархия, которую составляют следующие уровни: конкуренция, конкурентоспособность, конкурентные преимущества, конкурентная стратегия (рис. 1).

**Конкуренция** является движущей силой и системообразующей категорией в системе конкурентных отношений и служит основой формирования и прояв-



Рис. 1. Связь понятий в системе конкурентных отношений [1]

ления конкурентоспособности на различных уровнях. Выделяют конкурентоспособность товаров, товаропроизводителя, отрасли и страны. Между всеми этими уровнями действует тесная взаимосвязь: страновая и отраслевая конкурентоспособность в конечном итоге зависят от способности конкретных предприятий-производителей выпускать конкурентоспособные товары. То есть в основе всех остальных уровней конкурентоспособности лежит «конкурентоспособность товара», эта категория является базовой и определяет прочность положения компании на рынке и ее успех в конкурентной борьбе [2].

По нашему мнению, под **конкурентоспособностью товара** следует понимать оцененное потребителем его превосходство над товарами-аналогами в выбранном сегменте рынка в конкретный момент времени, достигнутое за счет совокупности технико-экономических свойств (качества) товара и его цены. Другими словами, конкурентоспособность товара есть не что иное, как возможность его успешной продажи на данном рынке в определенный момент времени [3].

Важный аспект конкурентоспособности – наличие **конкурентных преимуществ**, т. е. характеристик или свойств товара либо торговой марки, которые создают для компании определенные преимущества перед конкурентами на рынке [4].

Конкурентные преимущества в системе конкурентных отношений занимают значимое место. С одной стороны, конкурентные преимущества компании позволяют ей обеспечить конкурентоспособность себе и продукции, а с другой – конкурентные преимущества, как правило, являются результатом разработанной и реализованной **конкурентной стратегии**.

П. Друкер определяет конкурентную стратегию как стратегию хозяйствующего субъекта (имеющего законченный деловой цикл и самостоятельный выход на рынок), направленную на приобретение, сохранение конкурентных преимуществ на соответствующем рынке [5].

На наш взгляд, конкурентная стратегия – это комплексный долгосрочный план компании, направленный на установление, формирование и поддержание устойчивого уровня конкурентоспособности продукции на всех этапах ее жизненного цикла и, кроме того, предоставление покупателю (клиенту) больших ценностей. Такая стратегия должна быть воплощена в бизнес-плане и показывать, как фирма на конкретном товарном рынке будет конкурировать, по каким ценам и кому именно будет продавать свою продукцию, как будет рекламировать ее, добиваться победы в конкурентной борьбе за прибыль и успех на рынке и т. д. То есть в грамотно продуманной конкурентной стратегии должны

быть определены и обозначены пути повышения конкурентоспособности продукции и компании в целом [6].

Прежде чем приступить к разработке способов повышения конкурентоспособности экспорта продукции ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой, необходимо обозначить **ключевые проблемы**, сдерживающие развитие легкой промышленности в Приднестровье.

Во-первых, отсутствует опережающее развитие отечественных предприятий легкой промышленности. Она испытывает ряд серьезных проблем, таких как: недостаточная оснащенность предприятий современным оборудованием (что снижает уровень производительности), нехватка квалифицированной рабочей силы и преобладание продукции с низкой добавленной стоимостью. В республике нет собственного сырья и оборудования для легкой промышленности, их приходится импортировать. Эти расходы, а также ограничение доступа к кредитным ресурсам, отсутствие научно-технической и финансовой поддержки со стороны государства, недостаточная инновационная активность швейной отрасли сдерживают процесс перехода предприятий

к схемам производства с высокой добавленной стоимостью, которые обеспечивают более значительный рост прибыли и рентабельности [7].

В связи с малыми объемами внутреннего рынка сбыта и высокой конкуренцией с дешевыми импортными товарами приднестровские предприятия вынуждены функционировать за счет внешнего рынка, что требует огромных усилий и ресурсов, ограниченность которых существенно усложняет экспортную деятельность компании. Предприятие должно производить только товары, пользующиеся спросом, в таком объеме, который оно может реализовать. Темпы роста объема производства и реализации продукции, повышение ее качества непосредственно влияют на величину издержек, прибыль и рентабельность предприятия. Поэтому анализ данных показателей имеет большое значение [8].

Рассмотрим объемы производства и экспорта продукции предприятий легкой промышленности в ПМР за последние годы, исходя из данных Министерства экономического развития [9].

На рис. 2 видно, что в 2017 году по сравнению с 2014 годом объем производ-

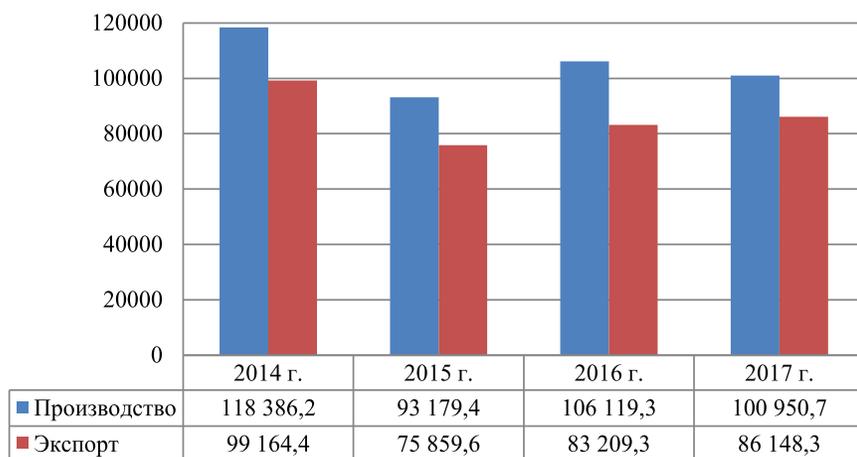


Рис. 2. Динамика объемов производства и экспорта продукции предприятий легкой промышленности в ПМР в 2014–2017 гг., тыс. долл.

ства продукции сократился на 14,7 % и составил 100 950,7 тыс. долл., а показатель объема экспорта продукции уменьшился на 13 % и составил в целом по всей экспортированной продукции 86 148,3 тыс. долл.

Швейное производство составляет значительную часть объемов производства легкой промышленности. Швейные изделия – пальто, плащи, куртки, костюмы, пиджаки, брюки и т. д. – относятся к категории товаров первой необходимости, спрос на которые существует всегда, тем не менее он во многом зависит от уровня цен и подвержен сезонным колебаниям.

Сравним показатели, характеризующие темпы роста объемов производства продукции предприятий легкой промышленности, в том числе швейной отрасли, в ПМР в 2014–2017 годах (рис. 3).

Анализируя представленную диаграмму, можно сделать вывод, что объем производства продукции легкой промышленности, как и объем производства швейной продукции, незначительно снизился.

Объемы приднестровского производства, измеренные в натуральном выражении, уменьшаются. При этом данная тенденция характерна как для Приднестровья

в целом, так и для города Тирасполя в частности. В 2017 году наблюдается снижение объемов производства швейных изделий в натуральном выражении по большинству номенклатурных позиций (рис. 4):

- платья – на 16,87 %;
- пиджаки – на 18,65 %;
- юбки – на 27,01 %;
- спецодежда – на 33,96 %;
- костюмы – на 86,14 %;

В то же время отмечается рост объемов производства:

- курток – на 32,28 %;
- брюк – на 34,56 %;
- блузок – на 39,09 %;
- плащей (включая накидки) – на 45,86 %;
- пальто, п/пальто – на 57,22 %;
- сорочек верхних – на 150 %.

Необходимо отметить и то, что сегодня спрос на изделия приднестровской швейной промышленности остается достаточно высоким даже при ограниченной платежеспособности основной массы населения. В связи с этим особую важность имеет развитие предприятий швейной отрасли, наращивание их производства и расширение экспортного потенциала.

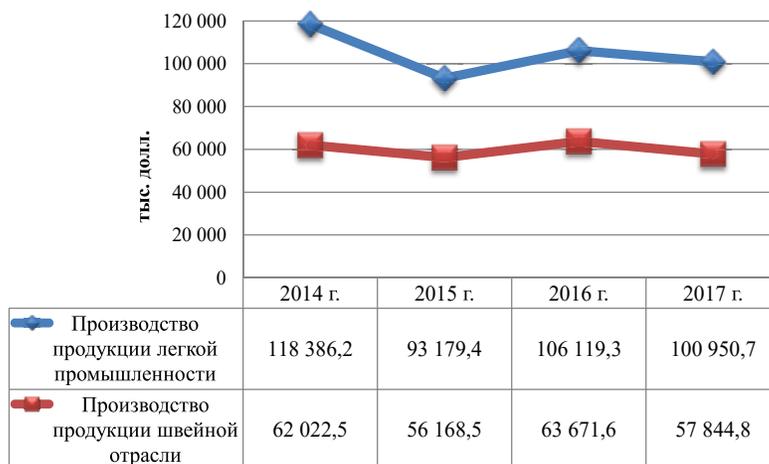


Рис. 3. Темпы роста производства продукции легкой промышленности (в том числе швейной отрасли) в ПМР за 2014–2017 гг., тыс. долл.

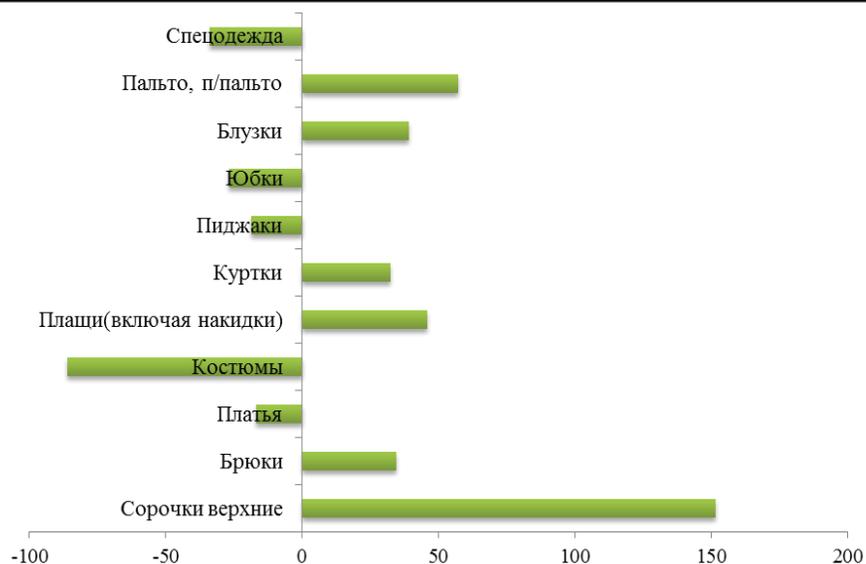


Рис. 4. Темпы роста объемов швейного производства в натуральном выражении в ПМР по отдельным номенклатурным позициям за 2017 г.

К тому же Приднестровье обладает очевидным конкурентным преимуществом: близостью к странам Европейского союза – крупнейшему рынку сбыта и Турции – крупному поставщику сырья.

Таким образом, можно обозначить основные **цели конкурентной стратегии** ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой:

1. Развитие производства современных качественных швейных моделей широкого ассортимента с учетом спроса на внутреннем и мировом рынках.
2. Работа под собственным брендом и выход с собственным производством на мировой рынок за счет наращивания конкурентных преимуществ.
3. Увеличение доли присутствия «Одемы» на мировом рынке и улучшение ее репутации.

Разработка стратегии осуществляется в зависимости от сильных и слабых сторон компании, ее стратегических возможностей, поэтому мы, используя материалы бизнес-плана ЗАО «Одема», провели экспортную диагностику при помощи со-

ответствующего инструмента критического анализа, который представляет собой SWOT-анализ компании (табл. 1).

Проведенные автором анкетирование и интервьюирование сотрудников ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой позволили выделить ключевые факторы, влияющие на конкурентоспособность продукции предприятия (табл. 2, 3, 4).

Мы также провели анализ экспортного потенциала через совокупность статистических показателей (табл. 5).

По результатам проведенного анализа можно прийти к заключению: существуют трудности и недостатки, которые препятствуют экспортной деятельности ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой, но они преодолимы. Выход на зарубежный рынок с собственным производством возможен в ближайшее время. Для повышения конкурентоспособности предприятие постоянно изучает рынок, укрепляет связи с зарубежными партнерами, расширяет ассортимент выпускаемой продукции, внедряет автоматизацию различных участков

Таблица 1

## SWOT-анализ ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой

Сильные стороны	Возможности
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Надежная репутация предприятия среди определенного круга стран-партнеров</li> <li>– Высокое качество выпускаемой продукции</li> <li>– Существование сети фирменных магазинов в Тирасполе и в Кишиневе</li> <li>– Большие производственные мощности</li> <li>– Оперативная реакция на заказы потребителей и работа по индивидуальным заказам</li> <li>– Приемлемые цены при оказании услуг</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Привлечение инвестора с целью модернизации производства и внедрения новейших технологий, что позволит значительно расширить объемы и ассортимент выпускаемой продукции</li> <li>– Возможность работы под индивидуальные заказы</li> <li>– Возможность расширения сбыта собственных изделий</li> <li>– Большой производственный потенциал для наращивания объемов производства, что приведет к уменьшению себестоимости на единицу готовой продукции</li> </ul>
Слабые стороны	Угрозы
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Предприятие работает на давальческом сырье</li> <li>– Эксплуатация устаревшего оборудования</li> <li>– Неполное использование производственных мощностей</li> <li>– Нехватка и высокая текучесть трудовых ресурсов (предприятие учит шить «с нуля», но пройдя обучение и приобретя опыт, швеи уходят в другие компании, где заработная плата выше и/или условия работы лучше)</li> <li>– Экспортные поставки составляют около 70 % от всего объема реализации, что указывает на значительную зависимость от иностранных клиентов</li> <li>– Малая доля внутреннего рынка</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Непризнанность ПМР, что является политическим риском, влекущим за собой экономические риски</li> <li>– Налоговая политика по отношению к предприятиям, работающим на давальческой основе</li> <li>– Усиление сбытовой деятельности конкурентов в Приднестровье</li> <li>– Сложное отношение некоторых групп потребителей к одежде отечественного производителя</li> </ul>

Таблица 2

## Внутренние факторы, сдерживающие конкурентоспособность экспорта продукции ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой

Вариант ответа	Доля респондентов, %
Отсутствие финансовых ресурсов	33
Отсутствие потенциальных объемов сырья, возможности его приобретения за счет собственных средств	21
Отсутствие необходимого и достаточного количества квалифицированных кадров	16
Отсутствие возможности увеличить производственные мощности (оборудование)	14
Отсутствие возможности расширить производственную базу	10
Низкая инновационная активность предприятия, обусловленная отсутствием квалифицированных кадров в сфере промышленного дизайна, конструирования, автоматизации производственных процессов программирования швейного оборудования	6

производства, современное оборудование и технологии, использует новые методы продвижения продукции.

Итак, ЗАО «Одема», желая охватить новые группы потребителей на внешнем

рынке, а это целевая аудитория, приученная к относительно качественным товарам средней ценовой категории, может выйти на мировой рынок с продукцией собственного производства.

**Внешние факторы, сдерживающие конкурентоспособность  
экспорта продукции ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой**

Вариант ответа	Доля респондентов, %
Недостаток оборотных средств	27
Невысокая рентабельность заказов на давальческом сырье	23
Устаревшие производственные мощности, отсутствие новых технологий	15
Высокие требования к сертификации в стране-импортере	13
Отсутствие организованных путей сбыта, собственной системы транспортной логистики	11
Отсутствие информации о рынках сбыта	6
Высокие ставки по банковским кредитам для оснащения и расширения производства	5

Таблица 4

**Барьеры, препятствующие выведению продукции ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой  
на внешний рынок**

Вариант ответа	Доля респондентов, %
Высокие затраты предприятия для выхода на зарубежные рынки	41
Низкая доступность инвестиционных ресурсов, недостаток информации об источниках и возможностях привлечения иностранных инвестиций	18
Высокие требования к сертификации и качеству продукции для продажи ее на зарубежных рынках	16
Недостаточное количество информации о зарубежных рынках и уровне спроса на ту или иную продукцию	10
Слабая правовая подготовка в области внешнеэкономической деятельности	7
Высокие затраты компаний для внедрения современных управленческих технологий, в частности систем менеджмента качества ISO	6
Отсутствие доступа к источникам информации о благонадежности иностранных партнеров	2

Таблица 5

**Показатели оценки экспортного потенциала ЗАО «Одема»**

Показатель	2013 г.	2014 г.	2015 г.	Абсолютное изменение 2015 г. к 2013 г.
Эффективность производства экспортной продукции	1,21	1,16	1,20	-0,01
Удельный вес экспорта в общем объеме реализации продукции предприятия-экспортера, %	71,19	59,88	67,01	-4,18
Удельный вес прибыли от экспорта продукции в общем объеме прибыли предприятия-экспортера, %	89,46	67,94	78,57	-10,89
Рентабельность экспортных продаж	0,18	0,16	0,12	-0,06
Коэффициент автономии	0,75	0,74	0,73	-0,02
Коэффициент текущей ликвидности	2,90	2,60	2,23	-0,67
Эффективность продаж экспорта	0,23	-0,14	0,14	-0,07

**Для успешного выхода на мировой рынок с продукцией собственного производства «Одема» необходимо провести ряд мероприятий, таких как:**

– Развитие и расширение производства продукции повышенного качества с учетом максимальной адаптации к требованию рынка.

– Инновационно-технологическая модернизация производства (например, применение элементов модели «Кайдзен» [11]).

– Внедрение эффективных механизмов управления ассортиментом выпускаемой продукции (мониторинг товаров на уровне отрасли, рациональная внутренняя система планирования ассортимента швейных моделей, система изучения и контроля спроса на продукцию, использование научно обоснованных методов формирования товарного ассортимента).

– Улучшение сбыта товара путем развития методов продвижения продукции и расширения присутствия на внешнем рынке, сотрудничества с посредниками [12].

– Воздействие на рынок, на потребительский спрос с помощью всех доступных средств в целях формирования его в необходимых для компании направлениях, создание фирменной рекламы марки «Одема» (реклама в СМИ).

– Развитие и поощрение на предприятии творческого подхода к совершенствованию и повышению качества продукции; обеспечение качества должно пониматься не как техническая функция одного из подразделений, а как систематический процесс, пронизывающий всю организационную структуру предприятия.

– Использование в процессе производства готовых изделий экологически чистых тканей, упаковочных материалов, фурнитуры, отвечающих всем современным мировым стандартам, постоянное

совершенствование дизайна готовых изделий и упаковки.

– Работа над формированием бренда, поддержка на должном уровне имиджа предприятия.

Реализация мер по повышению конкурентоспособности продукции, наращиванию экспортного потенциала на основе продуманных и взаимоувязанных долгосрочных решений позволит ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой укрепить свои позиции на мировом рынке, повысить эффективность и доходность экспортной деятельности предприятия, увеличить объемы производства конкурентоспособной продукции на мировом рынке при минимальных затратах производственно-финансовых ресурсов.

### Цитированная литература

1. **Портер М.** Конкурентная стратегия: Методика анализа отраслей и конкурентов: пер. с англ. – 4-е изд. – М.: Альпина Паблишер, 2011.

2. **Азоев Г.А.** Конкуренция: анализ, стратегия, тактика: учебник. – М.: Центр экономики и маркетинга, 2006.

3. **Мак-Дональд М.** Стратегическое планирование маркетинга: пер. с англ. – СПб.: Питер, 2000.

4. **Портер М.** Конкуренция: пер. с англ. – М.: Вильямс, 2005.

5. **Друкер П.** Практика менеджмента: пер. с англ. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015.

6. **Лузина А.А.** Подходы к формированию конкурентной стратегии предприятия // Молодежный научный форум: Общественные и экономические науки: сб. ст. по матер. XLVII междунар. студ. науч.-практ. конф. № 7(47) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://nauchforum.ru/archive/MNF\\_social/7\(47\).pdf](https://nauchforum.ru/archive/MNF_social/7(47).pdf) (дата обращения: 16.03.2018).

7. Информационное агентство «Новости Приднестровья» [Электронный ресурс]. – Ре-

жим доступа: <http://novostipmr.com/ru> (дата обращения: 17.04.2018).

8. **Фатхутдинов Р.А.** Управление конкурентоспособностью организации: учебник. – 2-е изд. – М.: Эксмо, 2005.

9. Министерство экономического развития [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://mer.gospmr.org/> (дата обращения: 12.04.2018).

10. **Маркова М.А.** Оценка экспортного потенциала компании «Премьер» [Электронный

ресурс]. – Режим доступа: [www.cyberleninka.ru](http://www.cyberleninka.ru) (дата обращения: 02.02.2018).

11. **Гелета И.В., Захарченко И.Э.** Пути повышения конкурентоспособности предприятия // Гуманитарные научные исследования. – 2015. – № 7. – С. 6.

12. **Завьялов П.С., Демидов В.Е.** Формула успеха: маркетинг (сто вопросов – сто ответов о том, как эффективно действовать на внешнем рынке): учебник. – М.: Междунар. отношения, 1991.

УДК 338.242.4:330.342.146

## ГОСУДАРСТВЕННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ

*В.В. Лабунский, Е.П. Вырцан*

*Раскрываются пути, инструменты и способы государственного регулирования социально-рыночного хозяйства.*

**Ключевые слова:** *социально-рыночное хозяйство, смешанная экономическая система, сбалансированное экономическое инновационное развитие, приоритетность целей, восстановительный, структурный и модернизационный экономический рост, гармонизация экспортно-импортной деятельности.*

## STATE REGULATION OF SOCIAL-ORIENTED MARKET ECONOMY

*V.V. Labunskii, E.P. Vyrtzan*

*The article reveals the ways, instruments and methods of state regulation of social- market economy.*

**Keywords:** *social-market economy, mixed economic system, balanced economic innovation development, priority of goals, restorative, structural and modernizational economic growth, harmonization of export-import activities.*

Целесообразность регулирования рынка путем проведения взвешенной государственной политики в социально-экономической, валютно-финансовой, структурно-инвестиционной и научно-технической областях общепризнана. Вариантом экономической системы, обеспечивающим социальное благополучие стран и рост богатства народов, служит смешанная экономика [1]. Основу ее современной организации составляют два начала: рынок и

государственное регулирование. Рыночная система практически во всех странах адаптирована к национальным особенностям хозяйствования, что в некоторой степени проявляется и в нашей республике. Для социально-рыночного хозяйства характерен подход к рынку как к элементу управления экономикой. При этом рынок представляет собой особую, универсальную систему принципов использования ограниченных ресурсов в сферах и отраслях,

удовлетворяющих интересы растущего благосостояния общества. Но вместе с тем рынок как социальная форма организации экономики, с одной стороны, вызывает в человеке активность (предпринимательство), с другой – порождает социальное расслоение населения, безработицу, не всегда управляемый рост цен (инфляцию).

Безусловным является и то, что альтернативность и выбор – неотъемлемые черты рыночной экономики как на индивидуальном, так и на государственном уровне [2]. Выбор же альтернативы часто сопряжен с ответом на вопрос, что предпочтеть: текущий выигрыш ценой будущих потерь или текущие потери ради выигрыша в будущем?

Один из классиков экономической теории Дж. М. Кейнс указывал на то, что любая экономика, в том числе рыночная, не может развиваться стихийно. Он видел основную задачу государства в том, чтобы воздействовать на склонность к потреблению и на инвестиционную активность. При этом предполагалась возможность регулирования одновременно в двух направлениях – увеличение потребления до уровня, который при существующей склонности к потреблению не только соответствовал бы возросшим инвестициям, но и был бы еще выше. Склонность к потреблению Кейнс предлагал стимулировать организацией общественных работ, повышением доходов государственных служащих, а рост капитальных вложений – денежно-кредитной и бюджетной политикой [3].

В целом роль государства состоит в том, чтобы устанавливать и обеспечивать общие правила функционирования рынка, используя такие формы вмешательства, как законодательство (в том числе антимонопольное, протидемпинговое, протидоинтервенционистское, т. е. препятствующее экономическому колониализму, поскольку импортная торговая экспансия поглощает около 90 % прироста

национального дохода), государственные заказы, осуществление рациональной валютно-кредитной политики и создание благоприятного инвестиционного климата. На государство ложится и задача заполнения вне рыночных зон хозяйствования, к которым относятся: экологическая безопасность, социально-экономические права человека, перераспределение доходов, научно-технический прогресс, ликвидация структурных и региональных диспропорций, развитие эффективных международных экономических отношений.

Для решения этих задач государство в своей деятельности использует различные методы управления (экономические, административные, социально-психологические), а также способы принуждения в интересах развития всего общества. Ведь сосредоточением политической власти является государство, опирающееся на систему правовых норм, органы власти и управления, на свою экономическую силу. Выполняя эти функции, государство регулирует спрос и предложение на макроуровне, не вмешиваясь в действия рыночного механизма саморегулирования на уровне организаций, фирм, предприятий, между которыми осуществляется товарно-денежный обмен. Власть должна организовывать и определенным образом упорядочивать жизнь общества и помнить, что не по словам, а по делам судят о ее эффективной деятельности.

Социально-рыночное хозяйство – это хозяйство, базирующееся на принципах свободной конкуренции, свободного выбора форм и методов деятельности, свободы предприимчивости и предпринимательства, свободы раскрытия и процветания личности, что обеспечивает стремление к рационализации капиталовложений, готовность к расширению потребления [4].

При этом управление в условиях социально ориентированной модели рыночной экономики в большей степени предполага-

ет участие государства в согласовании кооперированного труда в рамках общества.

Государственное регулирование экономики с использованием таких макроэкономических факторов, как установление валютного коридора, взвешенной денежной эмиссии, процентных ставок, банковских резервов, изменение концепции налоговой политики, определенной таможенной политики, стремление к сдерживанию дефицита бюджета, предполагает сбалансированное экономическое развитие [5].

Безусловно, денежная политика, ставка процента, валютный курс и система налогообложения – это главные рычаги, посредством которых обеспечивается осуществление намеченных преобразований. Но, к сожалению, самым слабым звеном в системе мер государственного регулирования экономики нашей республики является отсутствие концепции экономического развития и приоритетности целей. По-видимому, ее разработка наряду с «дорожной картой» должна стать главной заботой как законодательных, так и исполнительных органов власти, поскольку при минимальных бюджетных возможностях деньги должны тратиться не только на социальные нужды, но и на приоритетные цели и направления. Кроме того, одной из крайне тревожных и опасных тенденций для экономики Приднестровья является все возрастающее отрицательное сальдо между экспортом и импортом, а также в целом отрицательный платежный баланс государства.

Увеличение импорта потребительских товаров, уменьшение импорта оборудования и технологий ухудшает динамику воспроизводственной структуры экономики, подрывает основу для обновления производственной базы. Покрыть возникший разрыв в экспорте-импорте частично возможно за счет более интенсивного использования имеющихся производственных мощностей экспортно-ориентированных

предприятий и наполнения рынка товарами собственного производства, т. е. посредством импортозамещения, создания условий для наращивания продукции обрабатывающих отраслей, что требует значительного повышения их технологического уровня и совершенствования управления.

Более существенные структурные экономические изменения возможны на базе интеграционных процессов, применения новых форм сотрудничества, таких как лизинг, инжиниринг, франчайзинг, внедрению которых должна способствовать соответствующая нормативно-правовая база. Необходимо создавать условия для наращивания экспорта, детально и скрупулезно анализировать импортные потоки и принимать меры по их оптимизации за счет расширения деловой активности на отечественном рынке, что будет способствовать гармонизации экспортно-импортной деятельности. Успешность реализации намеченных приоритетных целей во многом зависит от уровня дохода, накоплений и потребления в экономике, возможностей их повышения. Кроме того, немаловажное значение имеет расширение емкости внутреннего рынка.

В процессе становления и внедрения новых форм сотрудничества и хозяйствования, направленных на повышение деловой активности, свою существенную роль призваны сыграть и банковские структуры. Они должны быть не просто ростовщическими структурами (что очень ярко проявилось, например, при установлении валютного коридора, где они имеют свою маржу), а основным звеном в активизации экономического развития хозяйствующих субъектов, реагирующим на их запросы и участвующим в стратегическом планировании их развития с применением разнообразных форм взаимоотношений, таких как: залоговое кредитование, открытие кредитных линий, форфетирование, овердрафт, синдицированное кредитование и

другие виды современного сотрудничества. Становится все более очевидным, что экономика – это не некая денежная система, делающая деньги из денег, а среда, в которой должны господствовать социально-интеллектуальные начала, обеспечивающие инновационное развитие экономики.

Республике требуется государственная поддержка экспорта готовой продукции, перенос центра тяжести выделяемых (хоть и незначительных) кредитов на приоритетные направления развития, обеспечивающие высокий уровень прибавочной стоимости. Переход от фискально-запретительной таможенной политики к протекционистско-поощрительной для избранных сфер стратегического развития, способствующий прогрессивным структурным сдвигам, ориентации на широкое привлечение зарубежного и отечественного частного капитала, который по своей природе вынужден работать эффективно, будет существенным прорывом в государственном управлении.

Кроме того, как ни странно, многие вещи, лежащие на поверхности, мы (по своей занятости или по каким-то иным непонятным причинам) не замечаем и не принимаем соответствующих мер, хотя для изменения ситуации не требуется больших усилий. К примеру, на протяжении длительного времени импорт готовой алкогольной продукции превышает экспорт; импорт мяса и молока для обеспечения государственных нужд осуществляется в основном через посредников, которые выступают в роли отечественных производителей; занижаются цены на отечественную продукцию при государственных закупках и не учитывается, что эти цены должны быть выше импортных, как минимум, на уровень налоговых ставок.

Создается впечатление, что, если такие факты имеют место, значит, это кому-то надо. Разумеется, легче купить товар за валюту, чем ломать голову и брать на себя

ответственность за разработку соответствующих механизмов, обеспечивающих закупку этих продуктов у населения или отечественных производителей. Но необходимо отдавать себе отчет, что деньги – это не только товар-эквивалент, их надо использовать, прежде всего, для активизации собственных производителей, валюта, в свою очередь, – это ресурс, который следует направлять исключительно на модернизацию нашей экономики, а не использовать в сфере купли-продай. Модернизация экономики увеличивает возможности накопления, индустриализации и повышения темпов экономического роста, рационализирует использование земельных ресурсов и рабочей силы, что в конечном итоге способствует росту производительности труда и экономии самого ценного ресурса в жизни общества – времени.

Важной проблемой является и крайне неэффективное распоряжение природно-ресурсным потенциалом в сельскохозяйственной отрасли, где с каждого гектара пользователи (юридические и физические лица) получают только 2,5 т сельхозпродукции. В то время как 30 лет назад в колхозе им. Свердлова Слободзейского района с каждого из 2800 га угодий собирали 10–12 т урожая. Это свидетельствует об огромном недоиспользуемом потенциале и о нерациональной стратегии, проявляющейся в том, что валютные ресурсы, необходимые для модернизации экономики, мы тратим на закупку продовольствия и успешно сливаем их в канализацию.

Сегодняшний характер общественных проблем таков, что посредством лишь свободного предпринимательства, игры рыночных стихий, конкурентной борьбы, динамики спроса и предложения, сугубо общественных сил их не преодолеть. Необходимо грамотное целенаправленное государственное регулирование этих процессов, основанное на программно-целевом принципе с учетом приоритетных

направлений развития, как на текущий момент, так и на перспективу.

Сложность ситуации связана еще и с тем, что на одного работающего в реальном секторе экономики и создающего прибавочную стоимость приходится примерно шесть сопутствующих (управленцев, бюджетников, пенсионеров и др.). Поистине получается, что у нас один с сошкой, а семеро – с ложкой.

При этом из почти 300 тыс. трудового населения республики только около 130 тыс. человек работают в нашем экономическом пространстве, а более чем 150 тыс. – за пределами государства. До 2015 года их трансфертные перечисления достигали примерно 200 млн долл., т. е. около 20 % ВВП. Но это составляло только третью часть прибавочной стоимости, созданной приднестровцами за рубежом, а две трети оставались в стране их пребывания. Отсюда следует, что если бы все граждане были трудоустроены в республике, то ВВП увеличился бы еще на 400 млн долл., т. е. почти в 1,5 раза.

Ужасающим фактом является размер заработной платы, который в среднем по республике в сутки на одного работающего составляет 6–8 долл. В соответствии с оценкой Мирового банка такое население относится к категории нищего. В связи с этим странным выглядит высказывание отдельных чиновников о том, что наша экономика является самодостаточной.

Непреложная истина рыночной экономики заключается в том, что только в результате повышения уровня накопления и сокращения непроизводительного потребления, издержек (это касается любых ресурсов, так как в рыночной экономике все имеет цену) можно увеличить долю продукта, идущего на личное потребление – индивидуальное и коллективное. И это задача общая – как государственных органов, так и хозяйствующих субъектов, различного рода общественных организаций, т. е. в целом гражданского общества.

Таким образом, необходимо отметить, что социальному рыночному хозяйству должна соответствовать такая концептуальная политика государства, которая нацелена на свободное, эффективное, прочное, социальное и справедливое устройство экономики и общества. Социальный смысл рыночного хозяйства состоит в том, чтобы любой успех экономики служил лучшему удовлетворению нужд и потребностей общества. Социально-экономическая политика государства в рыночных условиях должна базироваться на социальной реальности. Социальная реальность – это, как правило, нечто такое, что мы конструируем субъективно и на основе чего формулируем более конкретно цели социально-экономической политики. К ним относятся:

- создание высокопрофессиональных, наукоемких и высокооплачиваемых рабочих мест;
- повышение производительности труда;
- повышение жизненного уровня населения;
- стабильный уровень цен;
- социальное обеспечение и справедливость.

Инструментами реализации поставленных целей могут быть:

- сохранение и усиление нормально функционирующей конкурентной среды;
- проведение политики, гарантирующей нормальный и надлежащий экономический прирост в условиях высокого уровня занятости, стабильности цен и сбалансированности внешнеэкономических связей;
- обеспечение максимально свободного международного обмена, свободной конвертируемости и доступности валюты, развертывание специализации на основе сравнительных конкурентных особенностей государства.

Однако необходимо учитывать, что любой вид политики может быть реализован,

если четко поставлены цели, обозначены приоритеты и для этого имеется соответствующий механизм. Он представляет собой, как правило, исторически определенную систему организаций, инструментов, форм и методов реализации социальной политики с присущими ей отношениями и способами мотивации отдельных членов общества, социальных групп и институтов с учетом рыночных отношений.

Государственная политика должна базироваться не только на использовании инструментов, обеспечивающих стабилизацию экономических процессов и восстановительный экономический рост, но и на создании условий для структурных изменений в экономике. Восстановительный экономический рост сам по себе не способен повысить уровень жизни людей, лишь в сочетании со структурной перестройкой экономики можно прекратить тиражирование бедности и обеспечить модернизационный экономический рост и улучшение благосостояния населения. Ведь устойчивость – это основа, а не гарантия дальнейшего развития.

Кроме того, безусловно, разработка и реализация намеченных стабилизационных мер и структурных изменений экономики требует времени, ресурсов и кадров высочайшей квалификации, широкой компетентности и повышенной ответственности. В нашем обществе обсуждаются вопросы реформирования образования, акцентируется внимание на якобы излишнем количестве выпускаемых учебными учреждениями экономистов и юристов. Такое понимание сущности сложившихся потребностей в приобретении данных компетенций наносит вред экономике и государству, поскольку многие студенты идут на экономический факультет в том числе и за компетенциями, которые могут быть полезными для ведения предприниматель-

ской деятельности. В Конституции ПМР содержится базовый принцип, согласно которому наше общество строит социально ориентированное рыночное правовое государство. Возникает вопрос: можно ли построить такое государство без экономически грамотных и юридически образованных людей? Ответ однозначен – нет!

И еще, надо помнить, что образование – это не услуга, которой можно торговать.

Необходимо учитывать, что зачастую причиной нищеты является не бедность страны, а недооценка государством образования, здравоохранения и социальной сущности общества. Кроме того, нельзя, чтобы только потребление было конечным контуром нашей экономической системы. В обществе должно быть государственное образование, государственная медицина и многоукладная социально ориентированная рыночная экономика.

Успешность выполнения намеченных целей и поставленных задач возможна только при условии, что они станут органическими составными частями деловой активности всего трудоспособного населения республики.

### Цитированная литература

1. Амосов В.В., Гукасян Г.М., Маховикова Г.А. Экономическая теория. – СПб.: Питер, 2002.
2. Видяпин В.И., Добрынин Г.П., Журавлева Т.П. Экономическая теория. – М.: ИНФРА-М, 2008.
3. Кейнс Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег. – М.: Прогресс, 1978.
4. Лабунский В.В. Модели социально-экономического развития государств // Экономика Приднестровья. – 2016. – № 5–6. – С. 37–43.
5. Экономика / под общ. ред. Л.Г. Сенокосовой. – Тирасполь, 2011. – 218 с.

## СОВМЕСТНОЕ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО КАК ФОРМА РЕАЛИЗАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА ПРЕДПРИЯТИЯ

*В.В. Лабунский, Ю.В. Плохотнюк*

*Изложены цели, которые ставит перед собой предприятие при выходе на внешние рынки. Описаны основные способы выхода на зарубежные рынки. Рассмотрено совместное предпринимательство как один из способов выхода на внешние рынки.*

**Ключевые слова:** международная кооперация, совместное предпринимательство, глобальные рынки, интеграция, комбинирование, диверсификация, дифференциация, зарубежное инвестирование, синергия.

## JOINT ENTREPRENEURSHIP AS A FORM FOR IMPLEMENTATION OF THE CAPACITY OF ENTERPRISES

*V.V. Labunskii, J.V. Plokhotnuk*

*The article identifies the purposes set by the enterprise when entering foreign markets. The authors describe the main methods to enter foreign markets. The joint entrepreneurship is considered as one of the ways to enter foreign markets.*

**Keywords:** international cooperation, joint entrepreneurship, global markets, integration, combination, diversification, differentiation, foreign investment, synergy.

В современном мире глобальный рынок становится доступен все большему количеству компаний. Различные формы интеграции и кооперации международного бизнеса стали реальностью не только для крупных и очень крупных фирм, но и для многих представителей среднего и малого бизнеса. Таким образом, усиливается взаимосвязь производителей отдельных стран на основе не только обмена результатами труда, но и организации совместного производства на базе кооперирования, комбинирования и взаимодополняемости производственно-технических процессов. Это предполагает создание режима наибольшего благоприятствования для тех предприятий, которые выходят на внешние рынки, и фирм, планирующих включиться во внешнеэкономическую деятельность.

Выход на внешний рынок открывает перед предприятием новые возможности для заключения контрактов, установления

длительных контактов с контрагентами из других стран и соответственно способствует расширению масштабов производства, наращиванию потенциала компании и максимизации ее полезности, в том числе увеличению прибыли.

Предприятие, принявшее решение выйти на внешний рынок, должно ответить на три вопроса, которые являются ключевыми для получения доступа к внешним рынкам (см. рисунок).

«Когда?» Предприятие при выходе на новый рынок должно четко понимать риски и конкуренцию, которые есть на данном рынке, а также точно знать свой статус на нем и когда лучше выходить на выбранный рынок.

«Как?» Предприятие определяет, как оно будет продвигать свою продукцию на внешний рынок: необходимы ли ему услуги посредника, какого посредника лучше привлечь; выбирает политику, которую будет проводить в период выхода на но-



Выход на внешние рынки: Когда? Как? Где?

вые рынки: быстрый агрессивный захват, который негативно скажется на репутации предприятия, но в то же время может принести дополнительную прибыль, или последовательное расширение своей деятельности. Выбор того или иного варианта, прежде всего, зависит от долгосрочных целей предприятия, его финансовых возможностей.

«Где?» Предприятие оценивает свои возможности, сильные и слабые стороны, анализирует потенциальные рынки (риски, конкурентов) и выбирает для себя наиболее подходящий рынок [1].

При поиске ответов на эти вопросы компания анализирует ряд факторов, с помощью которых определяет целесообразность выхода на рынок, сопоставляет риски и возможную прибыль. Эти факторы в научной литературе делятся на четыре группы:

1) внутренние факторы (размер предприятия, опыт деятельности на внешних рынках, вид товара (сложность + дифференциация));

2) внешние факторы (социальные и культурные различия отдельных стран и наличие риска предпринимательской деятельности в них, а также политические, правовые, экономические, социальные факторы);

3) факторы, характеризующие совершение сделок на внешних рынках (интенсивность конкурентной борьбы, тарифные и нетарифные торговые барьеры, наличие льгот для внутренних поставщиков, размер и темпы роста рынка);

4) факторы, характеризующие степень привлекательности данного способа выхода на внешний рынок (возможность осуществления контроля, высокая степень гибкости, частота сделок, неявная природа ноу-хау).

При выходе предприятия на внешний рынок выделяют следующие цели:

- увеличение объемов продаж, минимизация издержек и увеличение прибыли;
- установление производственных контактов;
- участие в кооперационных связях и инвестировании за рубежом.

В зависимости от ситуации на мировом рынке, торговых обычаев в стране импортера, объемов производства и реализации продукции предприятия его выход на внешний рынок может осуществляться напрямую или с использованием услуг посредников [2].

После того как определены цели предприятия, вид товара, получена необходимая информация, выбран рынок, ком-

пании необходимо определить наиболее приемлемые для нее форму и метод проникновения на этот рынок, взвесить все «за» и «против».

Выход на внешний рынок – достаточно долгий и затратный процесс, который требует соответствующих знаний и навыков работников и руководства предприятия. При выходе на новый рынок необходимо располагать информацией о нем: рисках и особенностях рынка, спросе и предложении, имеющихся на выбранном рынке. Предприятие должно знать свои слабые и сильные стороны, недостатки и преимущества перед потенциальными конкурентами, что также должно стать отправной точкой его позиционирования на внешнем рынке.

В теории и практике определены следующие основные способы выхода предприятий на внешний рынок:

- установление экспортером постоянных связей по продвижению своего товара;
- совместное предпринимательство;
- зарубежное инвестирование.

Первые два способа основаны на производстве товара в своей стране с последующим его экспортом. Третий способ предполагает производство товара в других государствах с участием отечественного капитала. В этом случае экспортируется не готовая продукция, а необходимые для производства капитал, технологии, рабочая сила и сырье.

Продвижение товара экспортер может осуществлять в форме прямого и косвенного экспорта. Прямой экспорт возможен и эффективен для следующих категорий предприятий:

- участвующих в целевых государственных программах;
- имеющих опыт создания конкурентоспособной продукции и ее реализации на внешнем рынке;
- производителей конкурентоспособной продукции, наукоемких, высокотехнологичных отраслей;

- работающих в отраслях, решающих глобальные проблемы.

Совместное предпринимательство осуществляется в формах производственно-сбытового объединения, ассоциации делового сотрудничества, концессии, совместного предприятия. В целом совместное предпринимательство представляет собой коммерческую или производственную деятельность партнеров двух и более стран в различных формах, содержанием которой является кооперация в сфере производства, обращения, сервиса, инвестиций и др. [3, с. 76].

Создание совместного предприятия является достаточно быстрым и сравнительно дешевым способом выхода на новый рынок. Возникает вопрос: почему совместных предприятий в Приднестровье так мало? Ведь создание подобных предприятий дало бы возможность более рационально использовать имеющиеся сравнительные конкурентные преимущества ПМР, обеспечить приднестровский рынок необходимыми товарами и услугами с наименьшими издержками, а также стимулировать приднестровский экспорт.

Совместное предпринимательство может осуществляться на основе международной кооперации в разнообразных формах, которые могут быть использованы и в нашей экономической деятельности (см. таблицу).

По своей экономической природе международная кооперация является производительной силой, позволяющей достигать намеченного общественно полезного результата в области производства, научных исследований, сбыта и т. д. при меньших затратах труда по сравнению с теми, которые необходимы для достижения такого же результата при условии, если участники действуют порознь.

Международная кооперация производства занимает важное место среди видов кооперации, поскольку она пред-

**Характеристика форм международной кооперации**

Форма	Связь партнеров	Период сотрудничества	Характер взаимодействия
Краткосрочное объединение по интересам (консорциум)	Слабая	Кратко- или среднесрочный	Временное совместное выполнение задач (совместное управление, исследование)
Среднесрочное объединение (концерн)	Слабая, средняя	Краткосрочный	Краткосрочные объединения для осуществления проектов (в первую очередь крупных заказов)
Внешнеторговая кооперация	Средняя	Среднесрочный	Средне- и долгосрочные объединения для осуществления совместных экспортно-импортных операций
Лицензирование	Средняя	Среднесрочный	Среднесрочное сотрудничество на основе передачи прав ноу-хау
Франчайзинг	Средняя	Среднесрочный и долгосрочный	Среднесрочная и долгосрочная кооперация с передачей права на использование торговой марки
СП (Совместное производство)	Сильная	Долгосрочный	Стремление к длительному сотрудничеству в определенных областях
Слияние предприятий в одно	Сильная	Совместная деятельность	Стремление к постоянной совместной работе во всех областях

ставляет собой особую форму организации труда, предполагающую как непосредственно производственный процесс, так и обмен продукцией и услугами, информацией, опытом в сфере маркетинга и управления. При международной кооперации возникает синергетический эффект, который дает возможность при минимуме затрат получить дополнительную прибыль [4, с. 216].

Современные международные экономические отношения также включают зарубежное инвестирование, которое осуществляется в формах покупки предприятий, покупки акций за границей, организации смешанного предприятия.

На территории ПМР функционируют такие совместные предприятия, как: СООО «Тирпа», которое создано в феврале 1988 года благодаря многолетнему успешному сотрудничеству МПО «Точлитмаш» и итальянской фирмы ЗАО «Майн-груп»; ЗАО «Молдавкабель», ЗАО «Бендерский машиностроительный завод» и др. Эти совместные предприятия с использованием иностранного капитала занимают весомое место в экономической деятельности

республики. Принятие закона «Об активизации инвестиционной деятельности в ПМР» должно содействовать процессу капиталовложения, что будет способствовать повышению и реализации потенциала в целом нашей экономики.

Создание новых совместных предприятий в республике дало бы возможность дифференцировать и увеличивать объемы экспорта, обеспечить приднестровский рынок собственной продукцией, тем самым снизив импорт товаров и услуг, т. е. оптимизировать внешнеторговый оборот и платежный баланс государства.

Совместное предпринимательство, бизнес-кооперирование открывает новые возможности, помогает разрозненным средним и мелким предприятиям, объединившись, выходить на рынок и составлять там конкуренцию крупным компаниям.

**Цитированная литература**

1. Еремин В.Н. Основы маркетинга. Маркетинговая стратегия: теория и практика. 9 стратегий выхода на международные рынки.

2000–2017 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://powerbranding.ru/marketing-strategy/market-entry/>.

2. Матвейчук Л.И. Международный маркетинг [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://abc.vvsu.ru/Books/Meshd\\_ma/page0011.asp](http://abc.vvsu.ru/Books/Meshd_ma/page0011.asp)

3. Внешнеэкономическая деятельность и внешнеэкономические связи предприятия: учебное пособие / сост. В.В. Лабунский. – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та, 2017. – 264 с.

4. Внешнеэкономическая деятельность предприятия: учебник / сост. Л.Е. Стровский. – М.: Юнити-Дана, 2010. – 584 с.

УДК 004.5[621.31:65.011]

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СРЕДСТВО УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОМПАНИЯХ

*Е.Н. Мироненко, А.Ю. Салабаш*

*Рассмотрены вопросы построения эффективной системы риск-менеджмента на энергетических предприятиях благодаря применению современных информационных технологий. Выявлены особенности методов управления рисками на энергетических предприятиях с помощью информационных технологий.*

**Ключевые слова:** *риск-менеджмент, ERP-система, энергетическая отрасль.*

## INFORMATION TECHNOLOGIES AS CONTROL MEANS OF RISKS IN ENERGY COMPANIES

*E.N. Mironenko, A.Yu. Salabash*

*The article deals with the issues of building of an effective system of risk management in energy enterprises through the use of modern information technologies. The authors reveal the peculiarities of control means of risks in power enterprises with the use of information technologies.*

**Keywords:** *risk management, ERP-system, energy industry.*

В настоящее время применение информационных технологий (ИТ) является неотъемлемым элементом эффективного управления предприятием, повышающим его конкурентоспособность. Чтобы оставаться на плаву, компании должны автоматизировать свою деятельность посредством внедрения информационных систем, что предполагает переход на качественно новый уровень работы с информацией. Процесс автоматизации является довольно длительным и трудоемким и сопровождается большим количеством рисков и непредвиденных обстоятельств.

Говоря о риске, можно отметить, что это один из неизбежных, но весьма важных элементов любой деятельности, на который влияют многие факторы, ориентированные на достижение определенных результатов и требующие в связи с этим принятия решений [1, с. 47].

Так, например, энергетические компании для минимизации рисков и управления ими должны внедрять новые информационные технологии. Речь идет о создании систем анализа и идентификации рисков для выработки экономически обоснованных и организационно связанных управ-

ленческих решений с учетом факторов надежности производства электроэнергии и энергоснабжения.

В науке об управлении существует отдельное направление – риск-менеджмент, призванное управлять рисками, минимизировать их отрицательные последствия. Основными компонентами управления рисками являются идентификация, анализ рисков и планирование реагирования на них.

Организацию риск-менеджмента на предприятии необходимо осуществлять в рамках единого системного подхода, что предполагает комплексное решение таких задач, как:

- формирование общей политики управления рисками, определение приемлемого уровня риска, допустимых потерь;
- идентификация рисков и оценка их воздействия, ранжирование рисков;
- определение методик управления рисками;
- формирование системы контроля соблюдения требований и процедур;
- анализ текущего уровня риска, технологических, управленческих и финансовых показателей компании и др. [2].

Такой перечень задач диктует необходимость построения эффективной системы риск-менеджмента на предприятии на основе комплексной интеграции процедур управления рисками практически во все процессы предприятия. Реализация подобных интеграционных процессов значительно упрощается благодаря применению современных информационных технологий.

Предприятия, не использующие специализированные программные средства при построении систем риск-менеджмента, обычно сталкиваются с тремя главными проблемами: низкой динамичностью процесса управления рисками, отсутствием достаточной прозрачности информации, высокой затратностью. Это обусловлено тем, что данные о рисках и статусе управления ими обновляются неоперативно: при

согласовании и оценке идентифицированных угроз достаточно много времени занимает коммуникация между специалистами. Порой отсутствует единая база данных по фактическим рисковому событиям, нарушениям, выявленным в результате проверок, и идентифицированным потенциальным угрозам, часть информации фиксируется лишь на бумажных носителях.

Подобная нерациональность и несвоевременный обмен информацией ведут к снижению оперативности получения данных, к невозможности быстро и качественно сделать информационный срез, предоставить статистику или динамику показателей, а также провоцируют риск потери уже полученных результатов. На аудит деятельности по управлению рисками приходится затрачивать значительные ресурсы и часто процесс риск-менеджмента становится неэффективным.

В свою очередь, внедрение информационных технологий позволяет:

- повысить эффективность управления компанией, предоставляя руководителям и специалистам наиболее полную, своевременную и достоверную информацию на основе единого банка данных;
- снизить расходы на ведение дел за счет автоматизации процессов обработки информации, регулирования и упрощения доступа работников к необходимой информации;
- изменить характер работы сотрудников, позволив им сосредоточиться на профессионально важных задачах;
- обеспечить надежный учет и контроль поступлений и расходования средств на всех уровнях управления;
- руководителям среднего и низшего звеньев анализировать деятельность своих подразделений и оперативно предоставлять подготовленные сводные и аналитические отчеты руководству и смежным отраслям;
- повысить эффективность обмена данными между отдельными подразделе-

ниями, филиалами и центральным аппаратом;

– гарантировать полную безопасность и целостность данных на всех этапах обработки информации.

Таким образом, внедрение автоматизированной системы управления рисками предприятия позволяет определить существенные для деятельности компании риски, сформировать перечень контрольных процедур, формализовать подходы и механизмы подготовки управленческих решений, обеспечивающих сокращение рисковых потерь.

Для автоматизации процесса управления рисками требуется большое количество исходных данных, наличие автоматизированных процедур сбора и хранения информации, а также методов ее обработки. Поэтому представляется логичным, что задачи автоматизации риск-менеджмента должны быть решены в рамках проекта интеграции и консолидации данных предприятия.

Существует два основных варианта решения проблемы автоматизации управления рисками в рамках интеграции:

1) внедрение полноценной ERP-системы, т. е. системы, которая объединяет основные бизнес-процессы предприятия;

2) создание аналитической базы предприятия на основе корпоративного хранилища данных, которое представляет собой предметно-ориентированное, ограниченное по времени и неизменяемое собрание согласованных, проверенных и непротиворечивых данных для поддержки процесса принятия решений [3].

По мере перехода от оперативного управления к тактическому, а затем к стратегическому информация становится более агрегированной и охватывает все более крупные периоды времени. И именно это явление привело к тому, что в области информационных технологий исторически сложились два класса информацион-

ных систем (ИС) – транзакционные и аналитические.

Транзакционные системы включают обработку данных на уровне отдельных транзакций (ERP-системы). Эти программные продукты иногда называются системами OLTR (операционные системы обработки данных).

Аналитические приложения включают прикладные информационные системы, которые отвечают трем требованиям, таким как: поддержка процессов управления; разграничение функций; интеграция данных и учет факторов времени [4, с. 415].

Кроме того, модель оценки эффективности мер по обновлению и обслуживанию основных производственных фондов (ОПФ) на энергетических предприятиях должна осуществляться на базе информационных технологий посредством взаимодействия RCM и EAM-решений.

RCM (reliability-centered maintenance) – техническое обслуживание, которое направлено на обеспечение надежности оборудования [5].

EAM (enterprise asset management system) – система управления основными фондами [6].

В RCM накапливаются данные из разных источников о состоянии оборудования: измерения, экспертные оценки последствий реализации рисков, информация о ремонтных работах и цепочках отказов, а также прогнозируются цепочки отказов, приводящие к страховым случаям.

После комплексной обработки и получения индексов надежности для каждого объекта в иерархии предлагаем вычислить программу оптимальных мер для поддержания оборудования на определенном функциональном уровне. Далее эта программа переносится в EAM-систему, где формируется график обслуживания, а также бюджет на проведение ремонта и закупку необходимых материалов и оборудования. После фактического осуществле-

ния работ данные возвращаются в RCM-систему.

Подобный способ постоянной оценки эффективности мероприятий по обновлению и поддержанию ОПФ применяется большинством энергетических компаний. Некоторые производители RCM-решений разработали промышленные интерфейсы к ЕАМ (например, RCM-продукт компании Ivaga, получивший название Ivaga EXP, имеет промышленные интерфейсы к ЕАМ-системе Maximo компании IBM и модулю SAP PM компании SAP), что значительно ускоряет внедрение информационных технологий.

Для более эффективной работы энергетических компаний государство обязательно сформулировать нормативную базу, промышленно апробированные методы и стандарты. Использование не всегда подходящих программных продуктов создает определенные трудности при реализации проектов.

Таким образом, принятие комплекса мер по управлению состоянием основных производственных фондов с использованием ИТ-систем на основе международных стандартов и технологий позволяет руководству энергетической компании перейти к более гибкой, экономически обоснованной тактике обслуживания основных производственных фондов, обеспечивая максимальный уровень их надежности.

По нашему мнению, внедрение систем управления рисками на основе современных информационных технологий позволит организациям точно и своевременно выявлять ключевые угрозы и разрабатывать адекватные средства противодействия, что будет способствовать правильному распределению и использованию ресурсов и капитала, сокращению потерь и снижению стоимости риска. Кроме того, это поможет повысить информи-

рованность руководства о рисках компании, а также точность и компетентность в планировании и принятии решений, оптимизировать бизнес-процессы, улучшить качество продуктов и услуг и в результате приведет к увеличению прибыли.

Подводя итог вышесказанному, хочется отметить, что в современных условиях вектор развития систем управления рисками должен смещаться в сторону внедрения информационных систем управления, используемых в процессах оценки, анализа и мониторинга рисков.

### Цитированная литература

1. Актуальные направления научных исследований: от теории к практике: матер. X междунар. науч.-практич. конф. (Чебоксары, 18 дек. 2016 г.). В 2 т. / редкол.: О.Н. Широков и др. – 2016. – Т. 2, № 4(10).

2. Единое информационное пространство управления рисками предприятия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://studme.org/150160/strahovoe\\_delo/edinoe\\_informatsionnoe\\_prostranstvo\\_upravleniya\\_riskami\\_predpriyatiya](https://studme.org/150160/strahovoe_delo/edinoe_informatsionnoe_prostranstvo_upravleniya_riskami_predpriyatiya)

3. **Мандрыкин А.В.** Хранилище данных как основа построения информационной системы управления рисками предприятия // Организатор производства. – 2007. – № 3(34). – С. 40–44.

4. **Мандрыкин А.В.** Автоматизация процессов управления на машиностроительном предприятии: учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – Воронеж: ГОУ ВПО ВГТУ, 2008. – Ч.1, 2.

5. RCM: революционное управление надежностью [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://rcm2.ru/stati-ob-rcm/rcm-revolucionnoe-upravlenie-nadyozhnostyu/>

6. ЕАМ-система [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.tadviser.ru/index.php/Статья:ЕАМ-система>

## ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ВУЗА

*И.В. Толмачева*

*Поднимается тема экономической и финансовой устойчивости вуза, уточняются элементы и составляющие, на основе которых можно делать вывод об уровне устойчивости учебного заведения. Приводится анализ таких проблемных зон, как контингент студентов, плата за обучение, автономность вуза и правильность формирования норматива подушевого финансирования. Указываются риски, которые необходимо учитывать для повышения уровня устойчивости вуза.*

**Ключевые слова:** вуз, автономность, контингент студентов, стоимость обучения, республиканский бюджет, риски.

## ASSESSMENT OF ECONOMIC AND FINANCIAL STABILITY OF THE UNIVERSITY

*I.V. Tolmacheva*

*The article raises the theme of economic and financial steadiness of the university, defines the elements and components on which it is possible to conclude on the level of stability of the university.*

*An analysis is given of such problem as the contingent of students, tuition fees, autonomy of the university and the correctness of the formation of the per capita financing standard. The risks are indicated that must be taken into account to improve the level of stability of the university.*

**Keywords:** university, autonomy, contingent of students, cost of training, republican budget, risks.

Актуальность темы исследования связана с необходимостью оптимизировать финансирование высшего образования республики. Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко – главный учебно-научный центр ПМР, в нем сконцентрированы все направления подготовки специалистов для отраслей народного хозяйства. Научно-исследовательские лаборатории, осуществляющие изыскания фундаментального и прикладного характера, являются основой перспективного экономического развития всего нашего государства. Сегодня финансовая система республики испытывает трудности в связи с тем, что не имеет достаточных финансовых ресурсов для полноценного функционирования всех направлений жизнедеятельности. Поэтому перед ней стоит одна из приоритетных задач – оптимиза-

ция управления финансовыми ресурсами. Выделение денежных средств для вуза требует эффективного и рационального их использования.

Государство, финансирующее деятельность вуза из бюджета, заинтересовано в снижении своих затрат и увеличении экономической самостоятельности университета. При этом учебному заведению предоставляется определенная свобода в распоряжении средствами. Конкурентоспособность вуза выражается в уровне подготовки высококвалифицированных специалистов для отраслей народного хозяйства. Достичь этого при минимальных затратах государственного бюджета можно благодаря эффективному расчету средств, направляемых на развитие и реформирование вуза. Поэтому важно определить и понять проблемы экономической

и финансовой устойчивости ПГУ им. Т.Г. Шевченко и разработать возможные меры по их решению:

**1. Экономическая самостоятельность вуза** предполагает изучение и проведение глубокого анализа финансовой, кадровой, материально-технической, информационной, инновационной составляющих деятельности учебного заведения. Экономическая устойчивость вуза включает четыре элемента – управление контингентом, кадровым потенциалом, финансовой устойчивостью и развитием материально-технической базы. Экономическая устойчивость системы высшего образования основывается на оценке ее положения в длительной перспективе и динамике внешних показателей и представляется как способность системы образования вести непрерывную по времени и экономически успешную в отношении достижения поставленных стратегических целей деятельность в условиях роста экономики и изменяющейся внешней среды [1, с. 18]. Поэтому необходим постоянный мониторинг кадрового обеспечения, научно-исследовательской и инновационной деятельности, учебно-методической работы, результатов приемной кампании и политики формирования контрольных цифр приема, международной деятельности, финансово-экономической деятельности и оптимизации инфраструктуры образовательного учреждения.

**2. Финансовая устойчивость** предполагает оценку и анализ источников финансирования вуза, выявление финансовых резервов, оптимизацию управления финансовыми ресурсами. Оценка финансовой устойчивости – это выявление степени зависимости деятельности от финансирования из внешних источников. Критериями финансовой устойчивости хозяйствующего субъекта служат коэффициент автономии, коэффициент соотношения обязательств и собственных средств и ко-

эффициент обеспеченности собственными средствами [2, с. 55]. Каждый из этих показателей имеет определенное нормативное значение. Например, коэффициент автономии – объем собственных средств в общей финансовой структуре капитала – должен быть не меньше 50 %, в противном случае возникает риск снижения финансовой устойчивости. Рассчитав указанный коэффициент за период 2001–2017 годов, можно сделать вывод, что по фактическим расходам он никогда не достигал нормативного значения. В утвержденной смете коэффициент автономии соответствовал значению 0,5 только в 2003 году, а по факту финансирования в 2018 году составил лишь 0,45. Такая ситуация свидетельствует о недофинансировании вуза даже по утвержденной смете расходов, что связано с нехваткой денежных средств.

По состоянию на сегодняшний день Приднестровский государственный университет на 80 % финансируется за счет средств республиканского бюджета и на 20 % – за счет средств от предоставления платных услуг, в основном образовательных.

Анализ финансового потенциала вуза за последние 17 лет показывает несоблюдение нормативов по финансовой устойчивости, она снижена в два раза.

В СНГ в части финансирования вузов преобладает государственное финансирование, но постепенно увеличивается доля поступления средств из других источников (грантовые проекты, предоставляемые правительством, образовательные кредиты, государственные субсидии, средства учредителя, добровольные пожертвования, целевые взносы юридических и физических лиц).

В экономически развитых странах вузы также в большинстве финансируются государством, но присутствуют и частные источники, причем государственное финансирование связано не только с контингентом студентов, но и с их успеваемостью.

**3. Автономность университета.** В рамках существования конкурентной борьбы на образовательном рынке вузы вынуждены формировать собственный бюджет, снижая таким образом значимость государственного заказа на специалистов и получая определенную свободу деятельности. Автономность вуза должна реализовываться прежде всего автономность управленческую и финансовую. В любом случае учебное заведение остается в подчинении государственной власти (учредителя университета, президента страны) и соответствующих контролирующих органов.

Необходимо также учитывать возможности вуза как юридического лица, которое способно зарабатывать денежные средства от производства научного продукта, востребованного на рынке, в отраслях народного хозяйства, что, в свою очередь, позволит снизить объем финансирования, выделяемого из республиканского бюджета на образовательную деятельность. Сфера НИОКР и инновационная деятельность рассматриваются в качестве основы для обеспечения экономического роста не только вуза, но и государства.

**4. Норматив подушевого финансирования.** В рамках рассмотрения источников финансирования вуза важно установить норматив, согласно которому государство выделяет определенную сумму денежных средств в расчете на одного студента, обучающегося за счет государственного бюджета. Норматив обеспечивает более точное финансовое планирование как для государства, так и для вуза.

Однако норматив подушевого финансирования должен быть полным в части обеспечения всех затрат, необходимых для реализации качественного учебного процесса в соответствии с государственными образовательными стандартами, по которым любой вуз проходит аккредитацию и получает возможность продолжать оказывать образовательные услуги.

При формировании норматива финансирования необходимо учитывать особенности учебного процесса. Так, дифференцируются затраты на подготовку студентов, обучающихся на ступенях бакалавриата, магистратуры и специалитета. Кроме того, имеет значение форма обучения (очная, заочная, очно-заочная, экстернат, дистанционная), ресурсоемкость обучения (стандартные программы, фондоемкие) и другие особенности (поточное, групповое, индивидуальное обучение).

Считается, что нормативное подушевое финансирование намного оптимальнее и выгоднее сметного постатейного финансирования. При этом происходит стимулирование вуза в части оптимизации собственной структуры, повышения качества не только предоставляемых образовательных услуг, но и всех других видов деятельности.

В настоящее время проблемным и соответственно дискуссионным остается вопрос о том, какие расходы следует включать в норматив финансового обеспечения деятельности учебного учреждения по оказанию образовательной услуги [3, с. 131]. Используя опыт Российской Федерации в области перехода на нормативно-подушевое финансирование, необходимо подчеркнуть, что в наших условиях возможно создание определенного комбинированного варианта, сочетающего сметное и подушевое финансирование. Затруднения связаны с соблюдением требований закона при формировании республиканского бюджета и сметы расходов университета. Принципы, по которым сегодня выстраивается смета расходов и финансирование со стороны государства, не позволяют достичь необходимого качества образования. Чтобы выполнить требования государственных образовательных стандартов, по таким статьям, как материально-техническое обеспечение, учебно-методи-

ческое обеспечение, плата за повышение квалификации и подготовка педагогов с ученой степенью и званием и др., суммы денежных средств, направляемых из бюджета, должны быть в несколько раз больше. Данное противоречие пытаются разрешить правительство и представители университета, стараясь найти способ финансирования вуза, при котором будут удовлетворены потребности всех сторон. Государство, конечно, заинтересовано в снижении суммы выделяемых денежных средств, а вуз – в получении статуса автономного образовательного учреждения с возможностью решать многие вопросы самостоятельно, в том числе формировать другие источники финансирования. Но государство, предоставляя университету автономность, обязано выступать финансовым гарантом в случае форс-мажорных обстоятельств, так как вуз, во-первых, является государственным, а во-вторых, выполняет социальные функции.

**5. Контингент студентов** – один из важнейших факторов, влияющих не только на количество направлений и профилей подготовки, но и на объем финансирования вуза как за счет республиканского бюджета, так и за счет средств обучающихся. Наибольшее количество студентов в ПГУ отмечалось в 2008 году – 12 398 человек. За последние пять лет их численность уменьшилась почти на 28 %. На 1 января 2018 года общее количество студентов составило 8942 человека, из них 4799 – обучающихся за счет республиканского бюджета, 4143 – обучающихся с возмещением затрат. Вузу необходимо оценить факторы риска и выработать меры, приводящие к его снижению – качественная профориентационная работа с учетом демографической ситуации, поиск инновационных направлений подготовки, востребованных в республике, и другие не только на уровне вуза, но и на государственном уровне.

**6. Затраты на подготовку студентов** за исследуемый период существенно увеличились. Так, расходы республиканского бюджета за 17 лет возросли в национальной валюте в 12 раз (необходимо учитывать инфляцию, девальвацию национальной валюты), в долларовом эквиваленте – в 6 раз; тарифы на оплату обучения с возмещением затрат увеличились в 7 раз, в долларовом эквиваленте – в 3,3 раза. По итогам 2017 года расходы республиканского бюджета на обучение одного студента составили 20 881 рубль, а стоимость обучения студента с возмещением затрат – 5713 рублей.

При получении вузом автономности в части установления цены на обучение студентов с возмещением затрат необходимо учитывать уровень доходов населения [4, с. 50]. Непомерное увеличение стоимости обучения, например до суммы, равной затратам республиканского бюджета на подготовку будущего специалиста, сделает образование недоступным для большинства семей, проживающих в нашем государстве. Не рекомендуется полностью перекладывать затраты на плечи физических лиц, нужно изыскивать дополнительные источники финансирования потребностей вуза.

Следует помнить о внешних факторах, которые могут принести риски. Так, по нескольким направлениям, по которым обучает Приднестровский государственный университет, вузы-конкуренты тоже осуществляют образование.

В настоящей статье были рассмотрены лишь основные проблемы устойчивости вуза и меры по их решению, но научные исследования по теме продолжаются.

В заключение стоит отметить, что для реформирования системы финансирования Приднестровского университета в условиях оптимизации необходимо перед внедрением уже опробованных в зарубежных вузах механизмов финансирования

образования учитывать факторы, которые формируются внутри нашего государства и образуют определенные угрозы, препятствующие достижению целей реформ, так как эффект, полученный в других экономиках, может не быть достигнут в полном объеме у нас, поскольку реализуются политические, экономические, демографические и иные риски.

### Цитированная литература

1. **Беляков С.А., Беляков Н.С., Клячко Т.Л.** Анализ и оценка экономической устойчивости вузов. – М., 2008. – 191 с.

2. **Гринь А.М., Байтов А.С.** Анализ финансовой устойчивости государственного вуза // Сибирская финансовая школа. – 2005. – № 2. – С. 54–59.

3. **Розина Н.М., Зуев В.М.** Нормативно-подушевое финансирование высшего образования: концепции и реалии // Вестник Финансового университета. – 2015. – № 3. – С. 122–135.

4. **Толмачева И.В.** Сущность, факторы и критерии оценки экономической и финансовой устойчивости вуза // Современные аспекты развития финансовой системы Приднестровской Молдавской Республики: материалы республиканского «круглого стола». – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та. – 2017. – 308 с.

УДК 336.67

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

*И.В. Толмачева, Д.В. Левицкий*

*Приводится актуальность темы исследования для предприятия. Рассматриваются различные точки зрения ученых-экономистов по поводу финансового состояния компании. Авторы формулируют свое определение финансового состояния, также отмечают основные принципы, которые являются базисом для проведения оценки финансового состояния предприятия. Кроме этого, в статье характеризуются функции оценки финансового состояния.*

**Ключевые слова:** финансовое состояние, хозяйствующий субъект, принципы, функции.

## THEORETICAL FOUNDATIONS OF FINANCIAL STATE OF ENTERPRISE

*I.V. Tolmacheva, D.V. Levitskii*

*The article presents the actuality of the research topic for the enterprise. The authors consider various points of view of economists on the theme of financial condition of the enterprise. They formulate their definition of financial condition, as well as give the basic principles that are the basis for assessing the financial condition of the producing authority. In addition, the article describes the function of assessing the financial condition.*

**Keywords:** financial condition, business entity, principles, functions.

Актуальность темы исследования обусловлена высокой потребностью хозяйствующих субъектов в определении и прогнозировании своего финансового состояния, поскольку именно от него зависит само существование предприятия. Если компания характеризуется как финансово равновесная, значит, она ликвидна, финансово устойчива и рентабельна. В противном случае предприятие будет испытывать финансовые трудности, которые могут даже привести к банкротству. Руководство хозяйствующего субъекта стремится к ведению эффективной производственно-хозяйственной деятельности, которая оценивается через финансовое состояние. Финансовое состояние предприятия всегда будет приоритетным вопросом в процессе управления любой организации, поскольку оно указывает не только на имеющиеся финансовые достижения или проигрыши, но и на возможности дальнейшего развития [1, с. 60]. Таким образом, определение финансового состояния является одним из важнейших направлений деятельности, поскольку позволяет сформировать оптимальную финансовую политику предприятия.

Понятие «финансовое состояние» имеет различные толкования. Каждый ученый, занимающийся исследованием сущности этой категории, дает свое определение. По мнению Н.П. Любушина, финансовое состояние – это способность хозяйствующего субъекта осуществлять финансирование своей производственно-хозяйственной деятельности [2, с. 310]. Отсюда вытекает, что чем лучше сформированы источники финансирования деятельности предприятия, тем устойчивее и лучше его финансовое состояние.

На взгляд Г.В. Савицкой, финансовое состояние – это комплекс показателей, при помощи которых можно определить состояние капитала предприятия и его способность финансировать свою производ-

ственно-хозяйственную деятельность, но при этом обязательно надо учитывать момент времени [3, с. 21]. Как видно, здесь тоже отмечается способность хозяйствующего субъекта финансировать свою деятельность, но уже говорится об анализе капитала и ряде показателей, которые используются для определения финансового состояния.

Э.А. Маркарьян связывает сущность финансового состояния с погашением долговых обязательств предприятия, т. е. если обязательства выполняются в полном объеме и своевременно, то и финансовое состояние хорошее [4, с. 27].

Ученые А.И. Ковалев и В.П. Привалов считают, что финансовое состояние связано с рядом показателей, которые отражают процесс управления финансовыми ресурсами, т. е. их привлечение и использование [5, с. 17].

По мнению А.Д. Шеремета и Е.В. Негашева, финансовое состояние связано с активами и пассивами предприятия, их соотношением, т. е. с источниками денежных средств [6, с. 31].

На наш взгляд, финансовое состояние – такое состояние предприятия в финансовом аспекте, при котором оно способно своевременно и в полном объеме погашать свои обязательства краткосрочного и долгосрочного характера, но при этом финансировать продолжение деятельности как за счет собственных, так и за счет привлеченных средств, иными словами, является и платежеспособным, и финансово устойчивым. Финансовое состояние – это характеристика, которая отражает определенный уровень финансового развития компании. Поэтому финансовое состояние представляет собой именно состояние, в котором находится хозяйствующий субъект на конкретный момент времени в финансовом аспекте.

Финансовое состояние рассчитывается на основе данных форм финансовой

(бухгалтерской) отчетности. Оно может быть определено как комплекс финансовых и экономических показателей, используемых для выявления платежеспособности, финансовой устойчивости и рентабельности предприятия. Процесс определения финансового состояния основывается на некоторых принципах и функциях, рассмотренных далее.

Эффективность оценки финансового состояния определяется соблюдением таких основных принципов, как:

**1. Встроенность в систему управления организации.** Оценка финансового положения должна быть одним из элементов системы управления компании. В данном принципе обязаны отображаться его плановая цикличность и совокупность критериев, позволяющая установить необходимость внепланового анализа либо перехода к наиболее частой периодичности его реализации.

**2. Предварительное планирование.** Перед любым планированием необходимо заранее развить цели, задачи и программу исследования; оценивать наличие ресурсов, требуемых для его реализации; формулировать структуру участников, намечать итоги и сроки. Для достижения результатов любого действия требуется выполнение именно функции планирования.

**3. Полнота.** В рамках установленной цели оценки финансового положения предприятия необходимо учитывать все без исключения аспекты его деятельности, принимать во внимание основные факторы и тенденции, оказывающие большое влияние. Следует определить цели анализа и соответственно его масштаб и глубину.

**4. Системность.** Необходимо применять не разные показатели, а взаимозависимые категории различных методов, личные для каждого аспекта (направления) работы предприятия. При этом следует остерегаться анализа показателей, не

связанных с достижением установленной цели либо существенно коррелирующих с ранее проанализированными показателями.

**5. Единство анализа и синтеза.** Сначала исследуемые показатели разбиваются на составные части и подробно анализируются. Затем они изучаются в целом, при этом выявляется их взаимосвязь и взаимозависимость. Метод анализа и синтеза используется для определения финансового состояния постоянно, так как существуют сложные и крупные показатели, которые необходимо разделить на более простые элементы.

**6. Объективность.** Результаты анализа обязательно должны отображать реальное положение предприятия, а не мнение заинтересованных лиц данной компании, не подтвержденное правдивыми фактами. С целью извлечения объективных итогов следует применять достоверную первичную информацию. В идеале необходимо заключение аудитора, подтверждающее подлинность отчетности. В противном случае придется отметить отсутствие данных, не позволяющее дать оценку достоверности предоставленной информации.

**7. Сравнимость.** При проведении анализа финансового состояния и непосредственно анализа конкретных показателей, при их подсчете иногда возникают противоречия и несопоставимость. Задача аналитика – привести различные показатели к такому состоянию, при котором они будут сопоставимы. Например, при расчете показателей рентабельности используются показатели из формы финансовой (бухгалтерской) отчетности № 1 «Балансовый отчет о финансовом положении» и № 2 «Отчет о совокупном доходе». В форме № 1 указываются данные на начало года и на конец года, а в форме № 2 – за финансовый год. И здесь возникает дилемма: как правильно выбрать

данные и правильно их сопоставить. В этом случае показатели, взятые из Балансового отчета о финансовом положении, усредняются, т. е. определяется средняя арифметическая каждого показателя, и полученная величина уже сравнивается с показателем из Отчета о совокупном доходе.

**8. Осторожность.** В случае когда выбранные данные из форм отчетности противоречивы и не могут быть проверены должным образом, необходимо подобрать данные, которые менее благоприятны для предприятия. Если выбрать наилучшие показатели, то можно в будущем допустить риск потерь. Если выбрать наихудший показатель, то действия и решения управленческого персонала будут уже ориентированы на исправление ситуации, тогда высока вероятность, что риски при реализации не принесут большого материального ущерба.

**9. Точность.** В процессе анализа финансового состояния необходимо учитывать точность выбираемых из форм отчетности данных, а также очень внимательно рассчитывать результаты. При формировании выводов на основе полученной информации следует делать их очень точно, а не приблизительно, поскольку исходя из заключения аудитора финансовые менеджеры будут разрабатывать варианты решения проблем.

**10. Наглядность.** Изложение результатов финансовой оценки должно быть целым, конспектным и ясным, построенным по принципу от общего к частному. По возможности следует применять соответствующие инструменты – таблицы и графики, которые отражают все результаты, благодаря чему проще делать выводы и сравнивать различные группы показателей. Например, в итоговую таблицу можно включить показатели группы ликвидности, финансовой устойчивости, рентабельности и деловой активности, при

этом указать не только результаты за годы, но и нормативные значения по отдельным показателям. Таким образом, аналитик достаточно точно и быстро обнаружит повышение или снижение определенных показателей, а также их соответствие нормативному значению [7, с. 55].

Как и всякое экономическое явление или понятие, оценка финансового состояния предприятия выполняет ряд функций:

**1) информационную** – отображает характер воздействия финансовых явлений и процессов на предприятие, определяет финансовое положение предприятия, отражает взаимосвязь и тенденции различных аспектов работы компании, а также факторы, оказывающие огромное влияние;

**2) стимулирующую** – показывает тенденции формирования и реализации преимуществ организации или предотвращения возможных проблем в ее работе; устанавливает возможность повышения качества системного управления ее экономическими ресурсами;

**3) контрольную** – обнаруживает необходимость проведения оценки финансового состояния согласно управлению отклонениями главных финансовых характеристик от установленных нормативов; исправления фактических значений показателей в согласовании с плановыми, либо наоборот;

**4) прогнозную** – считается исходной информацией для прогнозирования значений главных экономических показателей компании [7, с. 58].

Таким образом, понимание сущности финансового состояния, главных принципов и функций оценки финансового положения предприятия позволит правильно применять их на практике. Финансовое состояние при разности определений в любом случае направлено на выявление уровня функционирования хозяйствующего субъекта.

### Цитированная литература

1. Егорова А.А. Сущность финансового состояния и его характеристики // Economics. – 2016. – № 1(10). – С. 59–63.
2. Любушин Н.П. Экономический анализ: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 080109 «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» и 080105 «Финансы и кредит». – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 423 с.
3. Савицкая Г.В. Анализ финансового состояния предприятия. – М.: Изд-во Гревцова, 2012. – 200 с.
4. Маркарьян Э.А., Герасименко Г.П., Маркарьян С.Э. Финансовый анализ: учебное пособие. – М.: КноРус, 2014. – 192 с.
5. Ковалев А.И., Привалов В.П. Анализ финансового состояния предприятия. – М.: Норма, 2014. – 210 с.
6. Шеремет А.Д., Негашев Е.В. Методика финансового анализа деятельности коммерческих организаций. – М.: Инфра-М, 2013. – 208 с.
7. Манушин Д.В. Принципы, этапы и функции анализа финансового состояния организаций // Актуальные проблемы экономики и права. – 2009. – № 3. – С. 53–59.

УДК 336.647.2

## САМОФИНАНСИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ МЕТОДОВ ИНВЕСТИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

*Ю.В. Каприян, А.А. Овчар*

*Рассматривается процесс самофинансирования предприятия, определяются основные источники самофинансирования, изучаются методы анализа и оценки уровня самофинансирования предприятия. Проводится анализ безубыточности на примере хозяйствующего субъекта Приднестровской Молдавской Республики, вносятся предложения для исследуемого предприятия.*

**Ключевые слова:** самофинансирование, прибыль, выручка от реализации, прямые расходы, накладные расходы, амортизация, первоначальная стоимость основных фондов.

## SELF-FINANCING IN THE SYSTEM OF INVESTMENT METHODS OF ENTERPRISE

*J.V. Caprian, A.A. Ovchar*

*The article consider the process of enterprise self-financing, identify the main sources of self-financing, study methods for analyzing and assessing the level of self-financing of an producing authority. The breakeven analysis is carried out on the example of the economic entity of the Pridnestrovian Moldavian Republic, the proposals for the considered enterprises are presented.*

**Keywords:** self-financing, profit, sales revenue, direct costs, overheads, amortization, initial value of fixed assets.

На современной стадии развития экономики метод самофинансирования предприятия приобретает все большее распространение и становится одной из главных целей осуществления его деятельности.

Самофинансирование представляет собой финансирование простого и расширенного воспроизводства предприятия за счет собственных финансовых ресурсов, т. е. компания осуществляет такую фи-

нансово-хозяйственную деятельность, при которой как текущие расходы, так и капиталовложения и расходы будущих периодов обеспечиваются за счет собственных источников финансирования [1, с. 64].

Хозяйствующий субъект в роли инвестора может вкладывать свободный накопленный собственный капитал в инвестиционные проекты для создания собственных основных фондов (например, новое строительство, модернизация технологического оборудования, обновление конструкций зданий, сооружений), а также для формирования портфеля ценных бумаг и участия в других инвестиционных проектах на различных условиях (долевое участие в различных формах, в качестве кредитора).

Собственные средства (собственный капитал), необходимые для реализации инвестиционного проекта, включают: землю, основные фонды, принадлежащие хозяйствующему субъекту, другие инвестиции, а также наиболее ликвидные активы, преобладающие в общем объеме инвестиций. Собственные денежные средства формируются за счет таких основных источников, как прибыль и амортизационные отчисления.

Первым крупным источником финансирования инвестиций является *прибыль*, которая представляет собой разницу между выручкой от реализации товаров, услуг и затратами на их производство.

Стоит отметить, что прибыль выступает главной формой чистого дохода предприятия. Формирование прибыли происходит на основе определенного механизма, который устанавливается в налоговом законодательстве конкретной страны и, главным образом, фиксирует строгий порядок налогообложения для хозяйствующих субъектов.

В результате реализации товаров, оказания услуг, выполнения работ и поступления денежных средств на расчетный

счет предприятия образуется выручка от реализации, или валовой доход.

Прибыль рассчитывается с определенной периодичностью, а именно: поквартально, ежеквартально и за год, в зависимости от системы учета показателей, которая принята на предприятии. В рамках действующей законодательно установленной системы отчетности хозяйствующие субъекты обязаны предоставлять в государственные органы ежеквартальные (с нарастающим итогом) и годовые отчеты.

Расчет прибыли от реализации продукции осуществляется путем вычитания себестоимости реализованной продукции из суммы чистого валового дохода. Себестоимость реализованной продукции включает конкретные виды затрат, которые определяются в действующем налоговом законодательстве конкретной страны. Наиболее распространенная структура себестоимости реализованной продукции включает прямые затраты, накладные и прочие расходы [2, с. 92].

В свою очередь, прямые затраты содержат:

- затраты на покупку сырья, материалов, изделий, конструкций, полуфабрикатов;
- энергозатраты (на оплату газа, электроэнергии, тепловой энергии), необходимые непосредственно для производства продукции ввиду отличительных характеристик технологического процесса;
- затраты на эксплуатацию оборудования, машин, механизмов, зданий, заработную плату трудящихся и обслуживающего персонала;
- издержки, связанные со сбытом продукции.

Накладные расходы представляют собой:

- расходы, связанные с осуществлением административно-хозяйственной деятельности;
- расходы на обслуживание основных производств;

– расходы на функционирование вспомогательных служб.

Прочие расходы включают: налоги, которые начисляются на заработную плату и имущество, в том числе налог на землю; амортизационные отчисления и другие расходы, которые могут быть предусмотрены в действующем законодательстве.

Метод формирования валовой прибыли заключается в суммировании прибыли от реализации продукции и других чистых доходов, таких как прибыль от осуществления строительно-монтажных работ хозяйственным способом, от ведения попутного производства, оказания дополнительных услуг, сдачи в аренду неиспользуемого имущества, чистых доходов (за вычетом расходов) от деятельности предприятия на финансовых рынках (покупка/продажа ценных бумаг, ссудного капитала), чистых доходов от реализации имущества компании и других доходов, поступающих от иной деятельности.

Формирование налогооблагаемой прибыли (базы) осуществляется на основании действующего налогового законодательства при условии учета предоставляемых льгот, предполагающих либо полное освобождение от уплаты конкретных налогов, либо частичное (в зависимости от рода деятельности и целей распределения прибыли), либо освобождение или льготу на установленный период времени.

Наряду с этим определение чистой прибыли происходит путем исключения из налогооблагаемой прибыли налога на прибыль и суммирования полученной разницы и прибыли, образовавшейся в результате применения льгот, предусмотренных действующим налоговым законодательством.

Чистая прибыль распределяется согласно уставу хозяйствующего субъекта, решению учредителей, собрания акционеров и других законодательных органов предприятия, которые наделены этим пра-

вом на основании устава и действующего в данной компании законодательства. Предприятие в лице своего законодательного органа самостоятельно определяет, какую часть прибыли направить на инвестирование и развитие компании, а какую часть – на финансирование текущих расходов и потребностей.

Вторым крупным источником финансирования инвестиций являются, несомненно, **амортизационные отчисления**.

Амортизация (от лат. *amortisatio* – погашение) представляет собой постепенный износ основных фондов и перенесение их стоимости на производимую продукцию по мере износа. Таким образом, амортизация – это процесс формирования стоимости износа основных фондов, а амортизационные отчисления – суммы, снижающие стоимость основных фондов за определенный период времени. Данные суммы содержатся в себестоимости продукции, что, в свою очередь, уменьшает величину налогооблагаемой базы. Для эффективного и бесперебойного функционирования предприятия восстановление основных фондов должно проводиться постоянно и с определенной периодичностью.

Восстановление основных фондов может осуществляться двумя наиболее распространенными способами, такими как ремонт (текущий и капитальный) и замена на совершенно новые. В связи с этим на предприятии формируется амортизационный фонд, который распределяется на две вышеуказанные составляющие, т. е. часть средств предназначается для ремонта, а часть – для модернизации и создания новых основных фондов, иначе говоря для финансирования инвестиционных проектов. В данном случае инвестирование происходит в виде капитальных вложений в основные фонды. В этом и заключается механизм действия амортизационных отчислений в качестве источника самофинансирования предприятия.

Амортизационные отчисления обла- дают определенной величиной, которая зависит от первоначальной стоимости ос- новных фондов и нормы амортизации [2, с. 124].

Первоначальная стоимость основных фондов представляет собой такую стои- мость, которая действует на момент при- обретення оборудования, постройки зда- ний, сооружений, сдачи в эксплуатацию неиспользуемого имущества. Кроме того, она может корректироваться с учетом те- кущих цен. Так происходит переоценка основных фондов, которая позволяет рас- считать их восстановительную стоимость. При этом величина амортизационных от- числений также корректируется с учетом новой стоимости основных фондов.

Нормы амортизационных отчисле- ний устанавливаются в законодательном порядке нормативными документами для каждой отдельной страны. В частности, в Приднестровской Молдавской Республике вышеуказанные нормы закреплены При- казом Министерства финансов № 115 от 6 мая 2009 года.

При разработке данных норм приме- няются два подхода. Первый – подразуме- вает полную амортизацию основных фон- дов в течение срока эксплуатации (срока службы). Второй подход предполагает ускоренную амортизацию, т. е. срок служ- бы основных фондов устанавливается на уровне выше, чем срок полного возврата утерянной стоимости. Такой принцип по- зволяет намного быстрее вернуть утерян- ную в процессе эксплуатации стоимость. Согласно теории расширенного воспроиз- водства скорость обновления основных фондов прямо пропорционально влияет на эффективность, конкурентоспособность производства и компании в целом.

Следовательно, на предприятии формируется инвестиционный фонд, кото- рый наряду с другими источниками фи- нансирования содержит и собственные

средства. В странах с развитой рыночной экономикой уровень самофинансирования считается приемлемым, если удельный вес собственных средств достигает 60 % и более от общего объема финансирования инвестиционных затрат.

Примечательно, что увеличение госу- дарственного финансирования коммерче- ских предприятий ввиду недостаточности их собственных средств подразумевает в деловых кругах падение престижа организации и начало движения к бан- кротству. Именно по этой причине пред- приятия стремятся использовать госу- дарственную помощь временно, для того чтобы в недалеком будущем вновь вер- нуться к оптимальному уровню самофи- нансирования.

В целях оптимальной и эффектив- ной организации работы компании важно владеть определенными методами оценки уровня самофинансирования предприя- тия (или его безубыточности), в рамках которых проводятся следующие мероприя- тия:

- расчет и анализ безубыточности;
- оценка перспектив поддержания не- обходимого уровня самофинансирования предприятия [3, с. 256].

Анализ безубыточности предполагает определение таких основных показателей, как:

1) объем продаж, при котором хозяй- ствующий субъект может полностью по- крыть общую сумму переменных и постоя- нных затрат [4, с. 25];

2) запас финансовой прочности, кото- рый показывает, насколько может снизиться объем продаж при условии, что пред- приятие не допустит убытков и потерь. Он рассчитывается по формуле [5]

Запас финансовой прочности =

$$\frac{\text{Объем продаж}}{\text{Прибыль от продаж}} \cdot 100 - 100; \quad (1)$$

3) операционный рычаг, который показывает, на сколько процентов изменится прибыль от продаж при изменении объема продаж на 1 %. Рассчитывается по формуле

$$\text{Операционный рычаг} = \frac{\text{Объем продаж} - \text{Переменные затраты}}{\text{Прибыль от продаж}} \cdot (2)$$

Для оценки степени эффективности анализа безубыточности на практике проведем расчеты на примере одного из хозяйствующих субъектов Приднестровской Молдавской Республики за 2016 и 2017 годы (см. таблицу). Исходные показатели были взяты из бухгалтерской и статистической отчетности предприятия.

Из таблицы видно, что запас финансовой прочности в 2016 году составил 57,51 %, а в 2017-м – 68,00 %, что свидетельствует о положительной тенденции и улучшении финансового состояния предприятия. Теоретически оно могло в 2016 году снизить объем продаж до уровня 270 564 тыс. руб., в 2017 году – до 336 289 тыс. руб. При таких объемах продаж предприятие имело бы нулевую прибыль, т. е. могло бы только покрыть за-

траты на производство и реализацию продукции (самоокупаемость).

Исходя из вышеизложенного необходимо отметить, что предприятие способно осуществлять простое и расширенное воспроизводство различными методами, одним из которых является самофинансирование.

Основными источниками самофинансирования служат прибыль и амортизационные отчисления – наиболее ликвидные активы компании, способные быстро отреагировать на меняющиеся условия внешней среды. Метод самофинансирования является самым выгодным и эффективным для фирмы в связи с малой долей расходов, необходимых для его реализации, и отсутствием большинства рисков. При этом в условиях рыночной экономики хозяйствующим субъектам с трудом удается покрывать свои убытки за счет собственных источников финансирования ввиду нечетко поставленной и недоработанной системы оценки финансового состояния, а также неэффективных бизнес-планов. При наличии отложенной формы проведения анализа и оценки уровня самофинансирования ру-

Показатели анализа безубыточности предприятия за 2016–2017 гг.

№ п/п	Показатель	2016 г.	2017 г.	Абсолютное отклонение
1	Всего затрат на производство, тыс. руб.	345 663	425 689	80 026
2	Переменные затраты, тыс. руб.	253 671	294 536	40 865
3	Постоянные затраты, тыс. руб.	91 992	131 153	39 161
4	Объем продаж, тыс. руб.	426 164	564 982	138 818
5	Уровень затрат, % (п.1/п.4)	81,11	75,35	-5,76
6	Уровень переменных затрат, % (п.2/п.4)	59,52	52,13	-7,39
7	Уровень постоянных затрат, % (п.3/п.4)	21,59	23,21	1,62
8	Прибыль от продаж, тыс. руб.	52 485	90 542	30 057
9	Рентабельность продаж, % (п.8/п.4)	12,32	16,03	3,71
10	Вклад покрытия, тыс. руб. (п.3+п.8)	144 477	221 695	77 218
11	Коэффициент вклада покрытия (п.10/п.4)	0,34	0,39	-0,05
12	Точка безубыточности, тыс. руб. (п.3/п.11)	270 564	336 289	65 725
13	Запас финансовой прочности, % (п.4/п.12 · 100-100)	57,51	68,00	10,49
14	Операционный рычаг ((п.4-п.2)/п.8)	3,29	2,98	-0,31

ководители могут уменьшить риск возникновения негативных ситуаций и обеспечить успешное развитие предприятия, а в дальнейшем – выйти на достойный уровень самофинансирования.

### Цитированная литература

1. Бережная В.И., Бережная Е.В., Бигдай О.Б. Управление финансовой деятельностью предприятий (организаций): учебное пособие. – М.: ИНФРА, 2014. – 336 с.

2. Чайникова Л.Н., Минько Л.В., Тишина Л.С. Финансирование предприятий в условиях рынка. – Тамбов, 2013. – 152 с.

3. Ковалев В.В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия: учебное пособие. – М.: Проспект, 2012. – 481 с.

4. Крылов С.И. Методика анализа финансовой устойчивости коммерческой организации // Финансовый вестник: финансы, налоги, страхование, бухгалтерский учет. – 2009. – № 11. – С. 22–30.

5. <https://www.finances-analysis.ru/bep/break-even-point.htm>

УДК 336.66

## ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ УПРАВЛЕНИЯ ОБОРОТНЫМИ И ВНЕОБОРОТНЫМИ АКТИВАМИ КОМПАНИИ

А.С. Зубку

*Рассмотрено понятие оборотных и внеоборотных активов. Определены и раскрыты пути наиболее эффективного управления активами компании. Изложены основные этапы формирования стратегии улучшения управления активами.*

**Ключевые слова:** оборотные активы, внеоборотные активы, имущество организации, запасы, издержки, ликвидность, рентабельность, эффективность управления, дебиторская задолженность, амортизация, структура капитала.

## MAIN DIRECTIONS OF IMPROVING OF THE MANAGEMENT OF THE CURRENT AND NON-CURRENT ASSETS OF THE COMPANY

A.S. Zubku

*The article considers the concept of current and non-current assets. The ways of the most effective management of the company's assets are determined and revealed, the main stages of forming of a strategy for improving of asset management are outlined.*

**Keywords:** current assets, non-current assets, property of the organization, reserves, costs, liquidity, profitability, management effectiveness, accounts receivable, depreciation, capital structure.

Эффективная деятельность компании в большей степени определяется правильным формированием состава и структуры ее оборотных и внеоборотных активов. Этот же фактор влияет на конкуренто-

способность организации. При осуществлении финансово-хозяйственной деятельности любая компания должна иметь определенное имущество, принадлежащее ей на правах собственности или владения.

Совокупность имущества, которым обладает организация и которое отражается в балансе, называется ее активами.

**Активками** являются экономические ресурсы компании в форме совокупных имущественных ценностей, используемых в финансово-хозяйственной деятельности с целью извлечения прибыли.

Под **оборотными активами** понимается часть средств производства, единовременно участвующая в процессе производства и полностью переносящая свою стоимость на производимую продукцию [1, с. 66].

**Внеоборотные активы** – это активы со сроком полезного использования свыше одного года, которые многократно используются в процессе производства и переносят свою стоимость на стоимость готовой продукции частями [2, с. 192].

Результативность применения активов определяется их оборачиваемостью и показателями рентабельности. Таким образом, может быть достигнута большая действенность управления путем сокращения периодов оборачиваемости капитала и повышения рентабельности за счет уменьшения издержек и роста выручки. Ускорение оборачиваемости капитала не требует капитальных затрат и приводит к возрастанию объемов производства и реализации продукции. Текущие активы в компании применяются в качестве оборотных средств, а ликвидные – тратятся на покупку исходных материалов, превращающихся в готовую продукцию. Зачастую продукция отпускается в кредит, из чего создаются счета дебиторов. Они уплачиваются и инкассируются, преобразовываясь в ликвидные активы.

Одним из способов экономии активов, а также ускорения их оборачиваемости является *совершенствование управления запасами*. Ускорение оборачиваемости активов сводится к определению результатов и затрат, которые связаны с хранением запасов, а затем подведению рацио-

нального баланса запасов и затрат. Для повышения оборачиваемости активов в организации целесообразно осуществлять планирование покупки нужных материалов; внедрять жесткие производственные системы; применять современные модернизированные склады; улучшать прогнозирование спроса; быстро производить доставку сырья и материалов.

Второй путь повышения оборачиваемости активов заключается в *сокращении счетов дебиторов*. Секрет результативности в данном случае кроется в комплексном подходе. Работа с дебиторской задолженностью требует планирования и четко налаженного процесса управления риском неплатежей. Она лежит в основе организации правильного и своевременного документооборота внутри фирмы и с контрагентами. Назначаются сотрудники, в чьи обязанности входит работа с дебиторами. Они осуществляют регулярный анализ дебиторской задолженности, права изменения условий поставки, оформляют документы, регламентирующие последовательность действий по возврату долгов.

Появление высокой дебиторской задолженности чаще всего связано с предоставлением заказчикам отсрочки платежа за поставленную продукцию, т. е. поставщики кредитуют заказчиков. Организация-поставщик должна объективно оценить свои возможности и кредитовать заказчиков в таких размерах, которые не приведут к хроническому недостатку ресурсов для собственных нужд [3, с. 201]. Необходимо разработать аргументированную политику предоставления товарного кредита и инкассации задолженностей для разнообразных видов продукции и групп покупателей.

Помимо этого следует ранжировать покупателей с учетом объема закупок, истории кредитных отношений и предлагаемых условий оплаты и в дальнейшем, опираясь на результаты мониторинга

спроса на продукцию, периодически их пересматривать.

Управлять дебиторской задолженностью можно также стимулируя покупателей к досрочной оплате счетов. Обычно для этого предоставляются скидки с цены продажи или стоимости поставки при условии, что платеж исполняется раньше срока договора. Преимущество поставщика состоит в том, что, получая выручку раньше установленного срока и используя ее в денежном обороте, он компенсирует предоставленную скидку.

Третий путь уменьшения издержек оборотного капитала состоит в *оптимизации использования наличных денег*. Согласно теории инвестирования денежные ресурсы представляют собой один из частных случаев инвестирования в товарно-материальные ценности. Следовательно, к ним можно применить общие требования.

Другим значимым инструментом роста результативности использования оборотных и внеоборотных активов является *управление основными производственными фондами организации и нематериальными активами*. Важнейшим вопросом в управлении ими выступает определение метода начисления амортизации. Выделяют три основных метода начисления амортизации: равномерное списание, на объем выполненных работ, ускоренная амортизация.

Равномерное списание основывается на нормативном сроке службы основных средств. Нормы амортизационных отчислений устанавливаются в зависимости от физического и морального сроков службы средств труда и выражают нормативный срок компенсации их стоимости [4, с. 276].

Второй метод начисления амортизации базируется на допущении, что чем больше объем выполненных работ, тем больше износ, т. е. амортизация – это исключительно следствие эксплуатации объ-

екта [4, с. 278]. Временной период при этом не имеет значения.

Ускоренная амортизация основывается на том, что значительная сумма амортизации начисляется в первые годы эксплуатации. Это позволяет не только ускорить обновление основных фондов, но и сократить инфляционные потери. Рассмотренный метод ведет к быстрой компенсации основной доли затрат, выигрыш при этом достигается за счет фактора времени. Тем не менее политика ускоренной амортизации приводит к росту себестоимости, что, в свою очередь, влечет повышение цены реализации.

Рост эффективности внеоборотных активов проявляется, прежде всего, в повышении объема хозяйственной деятельности, который образуется без дополнительных капитальных вложений. Эффективность использования внеоборотных активов во многом зависит от производственных особенностей той или иной отрасли, уровня организации, технологии и других факторов.

Совершенствование использования внеоборотных активов отражается на финансовых результатах работы организации благодаря росту выпуска продукции, уменьшению себестоимости, улучшению качества продукции и достигается за счет [5, с. 12]:

- освобождения организации от ненужного оборудования, машин и прочих основных фондов или сдачи их в аренду;
- своевременного и качественного осуществления планово-предупредительных и капитальных ремонтов;
- покупки высококачественных основных фондов;
- повышения уровня квалификации обслуживающего персонала;
- своевременного обновления основных фондов, прежде всего активной части, в целях предотвращения чрезмерного морального и физического износа;

- увеличения коэффициента сменности работы в организации в случае, если это экономически целесообразно;
- совершенствования качества подготовки сырья и материалов к процессу производства;
- роста уровня механизации и автоматизации производства;
- обеспечения централизации ремонтных служб там, где это экономически целесообразно;
- повышения уровня концентрации, специализации и комбинирования производства;
- введения новой техники и прогрессивной технологии – малоотходной, безотходной, энерго- и топливосберегающей;
- улучшения организации производства и труда путем сокращения потерь рабочего времени и простоя машин и оборудования.

Методы совершенствования использования внеоборотных активов зависят от конкретных условий, которые сложились в организации за тот или иной период [5, с. 192].

Так как основным источником увеличения эффективности внеоборотных активов является технический прогресс, то от темпов его ускорения зависит динамика фондоотдачи. Но на практике результативность применяемых основных фондов, прежде всего новой техники, оказывается абсолютно недостаточной, поскольку стоимость основных средств повышается быстрее, чем производительность.

Выделяют два важнейших направления совершенствования использования основных средств: экстенсивное и интенсивное [3, с.189].

Экстенсивное направление заключается в увеличении времени функционирования средств труда за установленный период (месяц, квартал, год). Чем активнее применяются имеющиеся внеоборотные средства во времени, тем больше фондо-

отдача. Увеличение времени функционирования оборудования, машин, транспортных средств за счет уменьшения простоев, роста коэффициента сменности является значительным фактором интенсификации всех видов деятельности.

Экстенсивный путь повышения фондоотдачи в особенности важен для тех отраслей хозяйственной деятельности, в которых сравнительно высока доля пассивной части основных фондов, таких как торговля и заготовки. Увеличения времени работы в данных отраслях можно добиться путем уменьшения времени инвентаризаций товарно-материальных ценностей, оптимизации работы в течение суток магазинов, заготовительных пунктов, организаций общепита, устранения простоев, сокращения потерь рабочего времени, сжатия сроков проведения ремонтных работ и т. п.

Интенсивное направление заключается в повышении нагрузки средств труда в единицу времени. Оно связано с совершенствованием применения материальных и трудовых ресурсов, увеличением производительности труда, уменьшением фондоемкости.

В настоящее время главными направлениями роста эффективности использования внеоборотных активов могут быть:

- повышение сменности и непрерывности работы сети организаций;
- техническое улучшение оборудования и технологии торговых и производственных процессов;
- улучшение структуры основных средств (рост доли активной части);
- увеличение темпов обновления основных средств;
- рост доли капитальных вложений, направляемых на реконструкцию и техническое перевооружение организаций.

Таким образом, с целью сохранения деятельности компании непрерывной и эффективной нужно осуществлять посто-

янное управление оборотными и внеоборотными активами. Предложенные пути совершенствования управления оборотными и внеоборотными активами помогут финансовым менеджерам повысить платежеспособность, финансовую устойчивость и в целом увеличить конечные результаты деятельности организации.

### Цитированная литература

1. Котелкин С.В. Международный финансовый менеджмент: учебное пособие (ГРИФ) – М.: ИНФРА-М; Магистр, 2011. – 405 с.

2. Бланк И.А. Финансовый менеджмент: учебный курс. – Киев: Ника-Центр, 2013. – 655 с.

3. Шеремет А.Д. Финансы предприятий: менеджмент и анализ: учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 536 с.

4. Сафонова Н.С., Блажевич О.Г. Сущность активов и их кругооборот на предприятии // Бюллетень науки и практики. – 2017. – № 4(17). – С. 368–371.

5. Воробьев Ю.Н. Финансовое обеспечение хозяйственной деятельности организаций в условиях нестабильности рынков // Научный вестник: финансы, банки, инвестиции. – 2014. – № 4(29). – С. 28–29.

УДК 336.67

## СИСТЕМА СБАЛАНСИРОВАННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАК ИНСТРУМЕНТ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

А.Д. Костакий

*Изучена система сбалансированных показателей оценки эффективности деятельности предприятия, начиная со стадии планирования и выработки стратегии и заканчивая последующей ее реализацией. Рассмотрены ключевые показатели эффективности.*

**Ключевые слова:** оценка эффективности, предприятие, стратегическое планирование, технологии, хозяйственная деятельность, инновации, ключевые показатели эффективности.

## SYSTEM OF BALANCED INDICATORS AS A INSTRUMENT FOR IMPROVEMENT OF THE EFFECTIVENESS OF ENTERPRISE ACTIVITIES

A.D. Kostakii

*The article deals with the system of balanced indicators for assessing of the effectiveness of the enterprise, starting with the stage of planning and strategizing and ending with its subsequent implementation. The key efficiency indicators are considered.*

**Keywords:** efficiency evaluation, enterprise, strategic planning, technology, economic activity, innovations, key efficiency indicators.

Актуальность исследования заключается в том, что в современных условиях хозяйствования правильная оценка эконо-

номической эффективности деятельности предприятия имеет первостепенное значение как для принятия управленческих

решений по оперативным задачам, так и для максимизации прибыли и обеспечения стабильного экономического положения компании в будущем. На каждой стадии жизненного цикла предприятия руководители задумываются не только об оперативном планировании, но и о дальнейших путях развития, о создании новых стратегий и их эффективной реализации.

Разработанная учеными система показателей эффективности использования ресурсов – капитала, а также основных и оборотных средств представляет собой систему коэффициентов, которые позволяют выявить результаты использования ресурсов или тенденции, характеризующие эффективность производственной деятельности предприятия.

Такие российские и зарубежные ученые, как Л.Р. Батукова, Т.Л. Безрукова, Н.А. Калмакова, С.И. Крылов, Т.Н. Песьякова, П.Ф. Друкер, внесли большой вклад в разработку и формирование различных направлений оценки эффективности деятельности предприятий, включая систему сбалансированных показателей, которая широко применяется на практике. Эта система – своеобразный финансовый инструмент, позволяющий оценить управление финансами, персоналом, бизнес-процессами и клиентской базой.

Применение системы сбалансированных показателей в настоящее время связано с некоторыми проблемами:

- отсутствием исходной информации для формирования отчетности, содержащей ключевые показатели эффективности;
- неэффективной работой персонала на этапе внедрения системы;
- недостаточно эффективной системой мотивации работников для достижения целевых показателей;
- низким профессионализмом кадров.

Модель системы сбалансированных показателей включает в себя следующие элементы (см. рисунок) [1, с. 26]:

1. Финансы. Стратегия роста прибыльности и повышения эффективности управления финансами предприятия с учетом прогнозируемого уровня рисков.

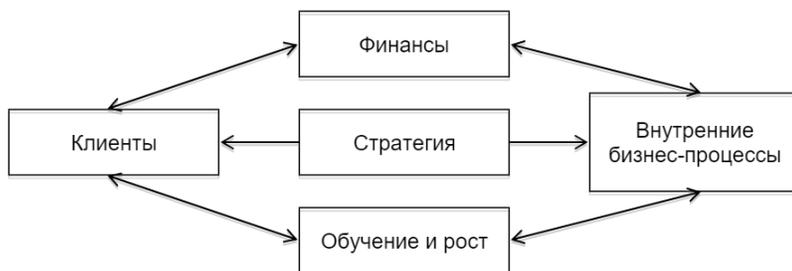
2. Клиенты. Стратегия удовлетворения потребностей потенциальных клиентов и расширения клиентской базы.

3. Внутренние бизнес-процессы. Качественная организация бизнес-процессов и их операционная эффективность.

4. Обучение и рост. Способность предприятия к изменениям, применению нововведений, гибкость и адаптивность, ориентация на постоянные улучшения.

Современные экономисты выделяют 11 классификационных признаков ключевых показателей эффективности деятельности предприятия (табл. 1.)

В качестве объекта исследования было выбрано одно из предприятий перерабатывающей отрасли промышленности Приднестровья – ОАО «Тираспольский



Модель системы сбалансированных показателей деятельности предприятия

**Классификация ключевых показателей эффективности  
деятельности предприятия**

Классификационный признак	Показатели
1. По направлениям оценки бизнеса	Финансы, внутрихозяйственные процессы, клиенты, обучение и развитие
2. В зависимости от целей управления	Стратегические, тактические
3. По возможности достижения конечного результата	Идеальные, текущие, плановые, базовые
4. В зависимости от стадии жизненного цикла	Становления, роста, зрелости, спада
5. В зависимости от базовой основы расчета	Первичные и производственные
6. По степени агрегирования	Частные и обобщенные
7. По степени обобщения хозяйственной деятельности	Общие, локальные, функциональные
8. По методике расчета	Абсолютные, относительные
9. В зависимости от применяемого измерителя	Натуральные, трудовые, стоимостные, процентные, индексные
10. По срокам	Краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные
11. По отраслям хозяйствования	Промышленное производство, сельское хозяйство, банковский сектор, торговля, сфера услуг и обслуживания, культура и др.

молочный комбинат». Рассмотрим возможность применения системы сбалансированных показателей.

На основе данных бухгалтерской отчетности за 2017 год осуществлен расчет интегрального показателя, характеризующего финансовое состояние предприятия, по формуле

$$KO = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 X_i \cdot 100,$$

где 9 – количество показателей (коэффициентов), включаемых в оценку интегрального показателя;  $X_i$  – значение финансового коэффициента, включаемого в оценку интегрального показателя.

Интегральный показатель рассчитывается на основе комплексного анализа системы финансовых коэффициентов:

- коэффициентов финансовой устойчивости;
- коэффициентов рыночной устойчивости;
- коэффициентов рентабельности;
- коэффициентов ликвидности (платежеспособности) [2, с. 282].

Эффективное управление финансовыми потоками предприятия требует принятия управленческих решений на основе комплексного анализа показателей ликвидности, рентабельности и финансовой устойчивости, в рамках которого при использовании отчетности ОАО «Тираспольский молочный комбинат» были рассчитаны следующие коэффициенты:

Коэффициент автономии (финансовой независимости):

$$K_{\text{автономии}} = \frac{\text{Собственный капитал}}{\text{Имущество организации (активы)}} \cdot (1)$$

$$K_{\text{автономии}} (2016 \text{ год}) = \frac{52612630}{58989895} = 0,89.$$

Коэффициент автономии характеризует финансовую независимость предприятия от внешних источников финансирования. В отчетном периоде его значение выше нормативного значения, равного 0,5. Это говорит о достаточной самостоятельности предприятия и о том, что все обязательства могут быть покрыты собственными средствами.

Коэффициент соотношения заемных и собственных средств:

$$K_{\text{фин.левериджа}} = \frac{\text{Заемный капитал}}{\text{Собственный капитал}}. \quad (2)$$

$$K_{\text{фин.левериджа}} (2016 \text{ год}) = \frac{6377265}{44196806} = 0,12.$$

Значение коэффициента показывает, сколько заемных средств привлекло предприятие на один рубль вложенных в активы собственных средств. Оптимальным признается значение меньше либо равное 1. В ОАО «Тираспольский молочный комбинат» наблюдается превышение собственных средств над заемными, что говорит о финансовой стабильности предприятия.

Коэффициент обеспечения собственными средствами:

$$K_{\text{обеспечения СС}} = \frac{\text{Собственный капитал} - \text{Долгосрочные (внеоборотные) активы}}{\text{Оборотные (мобилизованные) средства}}. \quad (3)$$

$$K_{\text{обеспечения СС}} (2016 \text{ год}) = \frac{52612630 - 9447989}{49541906} = 0,87.$$

Данный коэффициент показывает наличие собственных оборотных средств, необходимых для обеспечения финансовой устойчивости.

Маневренность собственных оборотных средств:

$$K_{\text{маневренности собст.ОС}} = \frac{\text{Собственные ОС}}{\text{Собственный капитал}}. \quad (4)$$

$$K_{\text{маневренности собст.ОС}} (2016 \text{ год}) = \frac{43164641}{52612630} = 0,82.$$

Этот показатель характеризует ту часть собственных оборотных средств,

которая находится в форме денежных средств, т. е. средств, имеющих абсолютную ликвидность. В ОАО «Тираспольский молочный комбинат» маневренность оборотных средств в норме, что говорит об увеличении абсолютно ликвидных средств.

Коэффициент мобильности оборотных средств:

$$K_{\text{мобильности}} = \frac{\text{Денежные средства и денежные эквиваленты} + \text{КФА}}{\text{Оборотные (мобилизованные) средства}}. \quad (5)$$

$$K_{\text{мобильности}} (2016 \text{ год}) = \frac{18922536}{49541906} = 0,58.$$

Коэффициент показывает долю абсолютно готовых к платежу средств в общей сумме средств, направляемых на погашение краткосрочных долгов. Увеличение коэффициентов мобильности всего имущества и оборотных активов подтверждает тенденцию ускорения оборачиваемости имущества предприятия. В ОАО «Тираспольский молочный комбинат» данный показатель в отчетном периоде достаточно невысок и составляет менее 1 %.

Рентабельность продаж:

$$\text{Рентаб-ть продаж} = \frac{\text{Прибыль от произв. деят-ти}}{\text{Себест. продаж} + \text{Коммерч. расх.} + \text{Общие админ. расходы}}. \quad (6)$$

$$\text{Рентаб-ть продаж} (2016 \text{ год}) = \frac{12486343}{84893245 + 7422353 + 5510493} = 0,13.$$

Показатель рентабельности продаж отражает эффективность текущих затрат и исчисляется как отношение прибыли от производственной деятельности к себестоимости реализованной продукции (товаров), работ, услуг, включая коммерческие, общие и административные расходы.

Рентабельность активов:

$$\begin{aligned} & \text{Рентаб-ть активов} = \\ & = \frac{\text{Чистая прибыль}}{\text{Средняя стоимость имущества}}. \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Рентаб-ть активов (2016 год)} = \\ = \frac{6410689}{53834957,5} = 0,12. \end{aligned}$$

Рентабельность активов показывает, какая часть чистой прибыли приходится на рубль имущества предприятия, т. е. насколько эффективно оно используется.

Коэффициент текущей ликвидности (общий коэффициент покрытия):

$$K_{\text{т.л.}} = \frac{\text{Оборотные (мобилизованные) средства}}{\text{Краткосрочные обязательства}}. \quad (8)$$

$$K_{\text{т.л.}} (2016 \text{ год}) = \frac{49541906}{6377265} = 7,77.$$

В ОАО «Тираспольский молочный комбинат» данный показатель в 2016 году намного превышает значение 2. Таким образом, на предприятии наблюдается превышение оборотных активов над краткосрочными обязательствами.

Коэффициент абсолютной ликвидности рассчитан по формуле

$$K_{\text{а.л.}} = \frac{\text{Денежные средства и денежные эквиваленты} + \text{КФА}}{\text{Краткосрочные обязательства}}. \quad (9)$$

$$K_{\text{а.л.}} (2016 \text{ год}) = \frac{18922536}{6377265} = 4,54.$$

Коэффициент абсолютной ликвидности показывает, какую часть своих обязательств предприятие в состоянии погасить немедленно денежными средствами и высоколиквидными ценными бумагами в случае возникновения непредвиденных обстоятельств. Его значение признается достаточным на уровне не ниже 0,25–0,30,

т. е. предприятие способно немедленно на 20–30 % погасить свои обязательства. Для наглядности значения рассчитанных показателей сведены в табл. 2.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что финансовое положение ОАО «Тираспольский молочный комбинат» является устойчивым и позволяет предприятию внедрить систему сбалансированных показателей. Рассчитанные значения коэффициентов соответствуют нормативным, за исключением коэффициента рентабельности активов. Однако рекомендуется разработать комплекс мероприятий, способствующих повышению эффективности деятельности в направлении увеличения ликвидности, финансовой устойчивости предприятия с внедрением системы сбалансированных показателей. Процесс внедрения системы сбалансированных показателей состоит из нескольких этапов [3, с. 275].

На первом этапе осуществляется определение стратегии деятельности предприятия, целей, перспектив развития.

На втором этапе коллектив предприятия должен быть проинформирован о разрабатываемой стратегии, в противном случае не будет оказано должного влияния на мотивацию и результаты деятельности.

На третьем этапе для каждой из целей выбираются показатели, а также их критерийные значения. По мнению экономистов – В.В. Ковалева, Л.В. Донцовой, Е.С. Стояновой, В.Г. Артеменко, для эффективной работы промышленного предприятия необходимо проведение систематической, глубокой и всесторонней оценки широкого круга показателей. В табл. 3 приведены показатели, которые могут стать основными в системе сбалансированных показателей для ОАО «Тираспольский молочный комбинат».

Для Тираспольского молочного комбината система сбалансированных показателей может служить современным

Таблица 2

Расчет показателей, включенных в оценку интегрального показателя\*  
ОАО «Гираспольский молочный комбинат»

Показатель	Значение показателя	Нормативное значение	Значимость показателя	Индикатор
Коэффициенты финансовой устойчивости				
Коэффициент концентрации собственного капитала (автономии)	$K_{\text{автономии}} = \frac{52612630}{58989895} = 0,89$	> 0,5	0,2	3
Коэффициент финансового левериджа	$K_{\text{фин.левериджа}} = \frac{6377265}{44196806} = 0,12$	< 1	0,2	3
Коэффициент обеспеченности собственными источниками финансирования	$K_{\text{обеспеченности СС}} = \frac{52612630 - 9447989}{49541906} = 0,87$	0,6–0,8	0,1	2
Коэффициенты рыночной устойчивости				
Коэффициент маневренности собственных средств	$K_{\text{маневренности собст.ОС}} = \frac{43164641}{52612630} = 0,82$	0,2–0,5	0,15	2
Коэффициент мобильности оборотных средств	$K_{\text{мобильности}} = \frac{18922536}{49541906} = 0,58$	0,2–0,5	0,4	3
Коэффициенты рентабельности				
Коэффициент рентабельности продаж	$\text{Рентаб-ть продаж} = \frac{12486343}{84893245 + 7422353 + 5510493} = 0,13$	> 0,05	0,2	3
Коэффициент рентабельности активов	$\text{Рентаб-ть активов} = \frac{6410689}{53834957,5} = 0,12$	> 0,15	0,1	0
Коэффициенты ликвидности (платежеспособности)				
Коэффициент текущей ликвидности	$K_{\text{т.л.}} = \frac{49541906}{6377265} = 7,77$	1,5–2,5	0,2	2
Коэффициент абсолютной ликвидности	$K_{\text{аб.л.}} = \frac{18922536}{6377265} = 4,54$	0,25–0,3	0,2	2

\* КО =  $(0,2 \cdot 3) + (0,2 \cdot 2) + (1,15 \cdot 2) + (0,4 \cdot 3) + (0,2 \cdot 3) + (0,1 \cdot 0) + (0,2 \cdot 2) + (0,2 \cdot 2) = 6,15$ .

Основные показатели в системе сбалансированных показателей

Элемент	Показатель
1. Финансы	Оборот, прибыль, рентабельность, платежеспособность, рыночная устойчивость, финансовая устойчивость, состояние основных средств и их воспроизводство
2. Клиенты	Доля рынка, лояльность клиентов, прирост клиентской базы, восприятие соотношения цена/качество в сравнении с конкурентами
3. Бизнес-процессы	Коэффициент использования рабочего времени, эффективность работы цехов, производительность труда, товарооборот, продолжительность работы линии
4. Обучение и рост	Квалификация сотрудников, удовлетворение от работы, приверженность корпоративной культуре

инструментом повышения эффективности его работы, поэтому на четвертом этапе введения системы потребуются специальное обучение персонала или пополнение штата высококвалифицированными сотрудниками, которые будут обладать навыками, необходимыми для успешного функционирования системы. После внедрения проводится систематический контроль выполнения ее условий, поддерживается обратная связь для возможного ее пересмотра [4, с. 161].

В настоящее время одной из основных проблем функционирования перерабатывающего предприятия является эксплуатационный износ промышленного оборудования. При этом ремонт основных средств отнимает большую часть управленческих расходов. Таким образом, важной проблемой повышения качества выпускаемой продукции выступает обеспечение периодического обновления оборудования. Предприятию необходимо добиваться увеличения выручки от произведенной продукции и в то же время – обоснованного снижения себестоимости продукции. Кроме того, Тираспольскому молочному комбинату рекомендуется осваивать прогрессивные технологии, ресурсосбережение, применять методы мотивации персонала.

Подводя итог, можно сказать, что использование предложенной системы

сбалансированных показателей в работе ОАО «Тираспольский молочный комбинат» позволит менеджерам оценить эффективность деятельности предприятия более полно. Анализируя ключевые факторы и управляя ими, менеджеры могут повысить эффективность работы комбината и увеличить его инвестиционную привлекательность, а руководители – получить полноценную, актуальную информацию о деятельности предприятия, что, в свою очередь, позволит более эффективно управлять деятельностью производства.

### Цитированная литература

1. Мазурова И.И., Белозерова Н.П., Леонова Т.М. и др. Анализ эффективности деятельности предприятия: учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 113 с.
2. Савицкая Г.В. Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности предприятий. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 324 с.
3. Кирьянова З.В., Седова Е.И. Анализ финансовой отчетности: учебное пособие для студентов. – М.: ЮРАЙТ, 2013. – 429 с.
4. Ковалев В.В., Волкова О.Н. – Анализ хозяйственной деятельности предприятий. – М.: Проспект, 2007. – 574 с.

## ОЦЕНКА ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ КАПИТАЛА ПРЕДПРИЯТИЙ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ СОБСТВЕННОСТИ

*А.И. Есир, М.В. Табунищикова*

*Раскрыты теоретические и практические аспекты формирования оптимальной структуры капитала, являющейся одним из главных объектов управления финансового менеджмента. Проведен горизонтальный и вертикальный анализ капитала предприятий.*

**Ключевые слова:** *оптимальная структура капитала, собственный капитал, заемный капитал, предприятие, анализ.*

## ESTIMATION OF FORMATION OF OPTIMAL STRUCTURE OF ENTERPRISE CAPITAL OF VARIOUS FORMS OF OWNERSHIP

*A.I. Esir, M.V. Tabunschikova*

*The article reveals theoretical and practical aspects of formation of optimal structure of capital, which is one of the important objects of the financial management. Horizontal and vertical analysis of the enterprise capital is carried out.*

**Keywords:** *optimal structure of capital, owned capital, loan capital, enterprise, analysis.*

В условиях рыночной экономики процесс формирования капитала предприятия, оптимизации его структуры, а также установления рационального соотношения источников финансирования и в связи с этим качество управления ресурсами приобретают исключительную важность.

Достаточный уровень капитала содействует поддержанию жизнеспособности хозяйствующего субъекта в течение всего периода функционирования, сохраняя его ликвидность, финансовую устойчивость и платежеспособность. От размера собственных средств зависит возможность увеличения вложений в экономику страны, а также расширения рынка товаров и услуг.

Достижение оптимальной структуры финансовых ресурсов осуществляется посредством адекватного управления ими в системе общего менеджмента. Каждому предприятию необходимо самостоятельно разрабатывать политику формирования капитала с учетом стратегии развития. Кро-

ме того, максимальная продуктивность и эффективность финансового менеджмента может быть достигнута при условии соблюдения системного подхода, пропорционального сочетания стратегических и тактических мер.

Ввиду этого уточнение теоретических основ и обоснование конкретных практических рекомендаций по совершенствованию методических подходов к решению названной проблемы в современных условиях представляется важной задачей научных изысканий.

Целью исследования является теоретическое и практическое обоснование системы управления капиталом предприятия и разработка рекомендаций по оптимизации структуры капитала.

Анализ собственного и заемного капитала, а также их соотношения выступает важным элементом в системе управления предприятием любой формы собственности (ГУП, ООО, ЗАО).

Капитал – это средства, которыми располагает предприятие для осуществления своей хозяйственной деятельности с целью привлечения прибыли.

Капитал предприятия формируется как за счет собственных (внутренних), так и за счет заемных (внешних) источников. Основным источником финансирования предприятия является **собственный капитал** (рис. 1). В его состав входят уставной капитал, накопленный капитал (резервный и добавочный капитал, фонд социальной сферы, нераспределенная прибыль) и другие поступления (целевое финансирование, благотворительные ассигнования и др.) [1, с. 5].

*Уставной капитал* образуется в процессе начального инвестирования средств, нематериальных активов в имущественной форме. Величина уставного капитала публикуется при регистрации учредительных документов.

*Добавочный капитал* – средства организации, которые образуются в результате переоценки имущества или продажи акций выше их номинальной стоимости, а также в итоге реинвестирования прибыли на капитальные вложения.

*Резервный капитал* включает остатки резервного и других аналогичных фондов, которые создаются в соответствии с законодательными документами.

*Фонд социальной сферы* формируется в случае наличия у организации объектов жилого фонда и объектов внешнего благоустройства (полученных безвозмездно, в том числе по договору дарения, приобретенных организацией), ранее не учтенных в составе уставного, добавочного капитала.

*Нераспределенная прибыль* – источник формирования оборотных средств до момента использования на социальные нужды работников и на капитальные вложения [2, с. 27].

К *средствам социального назначения и целевого финансирования* относятся безвозмездно полученные ценности от физических и юридических лиц, а также безвозвратные и возвратные бюджетные ассигнования на содержание объектов социально-культурного быта и восстановление платежеспособности предприятий, находящихся на бюджетном финансировании.

Собственный капитал характеризуется простотой привлечения, обеспечением более устойчивого финансового состояния и снижением риска банкротства. При этом собственный капитал ограничен в размерах. Кроме того, финансирование деятельности предприятия только за счет собственных средств не всегда выгодно для него, особенно в тех случаях, когда производство носит сезонный характер [3, с. 54].

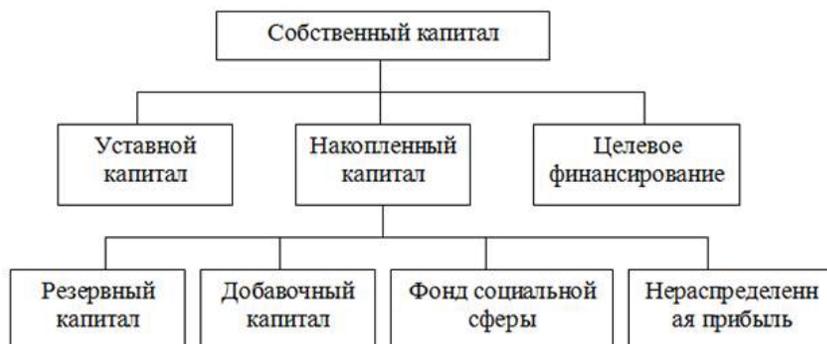


Рис. 1. Формы собственного капитала



Рис. 2. Классификация заемного капитала

**Заемный капитал** (рис. 2) – средства сторонних лиц, предоставленные организации на долгосрочной основе (в основном это банковские кредиты и облигационные займы). Он подразделяется на долгосрочный (более года) и краткосрочный (до года) [4, с. 13].

В состав заемных средств входят финансовый кредит, полученный от банковских и небанковских финансово-кредитных учреждений, коммерческий кредит от поставщиков, кредиторская задолженность предприятия, задолженность по эмиссии долговых ценных бумаг, лизинг.

Проанализируем структуру капитала предприятий таких форм собственности, как ГУП, ООО и ЗАО, за 2014–2016 годы.

Рассмотрим сначала государственные унитарные предприятия (табл. 1).

Согласно проведенному анализу структуры капитала ГУП «Единые распределительные электрические сети» с 2014 по 2016 год наибольший удельный вес составлял заемный капитал – 83,92, 87,91 и 92,85 % соответственно, т. е. заемный капитал возрос на 3,99 % в 2015 году по сравнению с 2014 годом и на 4,94 % в 2016 году по сравнению с 2015 годом. Это говорит о том, что для данной организации привлечение заемного капитала было единственным решением финансовых проблем [5, с. 128].

На ГУИПП «Бендерская типография „Полиграфист“» в 2014 году наибольший удельный вес составлял заемный капи-

тал – 60,26 %. В 2015–2016 годах организация пересмотрела подход к формированию структуры капитала в сторону увеличения собственных средств, и наибольший удельный вес в этот период приходился на собственный капитал – 95,16 и 95,23 % соответственно. Таким образом, можно говорить о тенденции к увеличению собственного капитала [6, с. 126].

В структуре капитала таких предприятий, как Рыбницкое дорожно-эксплуатационно-строительное управление, Каменское дорожно-строительно-эксплуатационное управление, Дубоссарская ГЭС и Григориопольский дорожно-эксплуатационный участок, на протяжении всего периода наибольший удельный вес составлял собственный капитал: в 2014 году – 97,09, 79,74, 99,63 и 99,75 % соответственно; в 2015-м – 89,70, 93,62, 99,69, 99,86 %; в 2016-м – 87,81, 92,89, 99,70 и 99,78 %. Величина и динамика собственного капитала – важнейшая характеристика состояния организации, ее надежности. Рост собственного капитала является позитивным фактором и свидетельствует о повышении финансовой устойчивости компании [7, с. 94].

Показатели организаций с ограниченной долей ответственности представлены в табл. 2.

Согласно анализу структуры капитала этих предприятий в 2014 году в ООО «ТПФ „Интерцентр Люкс“», ООО «Софтшуз» и ООО «Приднестровский радио-

Таблица 1

**Анализ структуры капитала государственных унитарных предприятий  
за 2014–2016 гг.**

№	Наименование организации	2014 г.		2015 г.		2016 г.		Удельный вес, %						Абсолютное отклонение по удельному весу, %			
		ЗК		ЗК		ЗК		2014 г.		2015 г.		2016 г.		2015/2014 г.		2016/2015 г.	
		СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК
1	Единые распределительные электрические сети	239 335	1 249 444	184 348	1 340 865	110 036	1 429 707	16,08	83,92	12,09	87,91	7,15	92,85	-3,99	3,99	-4,94	4,94
2	Бендерская типография «Полиграфист»	11 089	16 816	28 632	1456	26 378	1320	39,74	60,26	95,16	4,84	95,23	55,42	-55,42	0,07	-0,07	
3	Рыбницкое дорожно-эксплуатационно-строительное управление	63 686	1909	62943	7224	52 537	7290	97,09	2,91	89,70	10,30	87,81	-7,39	7,39	-1,89	1,89	
4	Каменское дорожно-эксплуатационно-строительное управление	20 457	5198	18 391	1254	17 887	1369	79,74	20,26	93,62	6,38	92,89	13,88	-13,88	-0,73	0,73	
5	Дубоссарская ГЭС	408 695	1499	402 677	1267	392 392	1190	99,63	0,37	99,69	0,31	99,70	0,05	-0,05	0,01	-0,01	
6	Григориопольский дорожно-эксплуатационный участок	86 683	213	78 646	114	74 038	160	99,75	0,25	99,86	0,14	99,78	0,10	-0,10	-0,07	0,07	

Таблица 2

## Анализ структуры капитала обществ с ограниченной ответственностью за 2014–2016 гг.

№	Наименование организации	2014 г.						2015 г.						2016 г.						Удельный вес, %						Абсолютное отклонение по удельному весу, %					
		СК		ЗК		СК		СК		ЗК		СК		СК		ЗК		СК		СК		ЗК		СК		ЗК		СК		ЗК	
		СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК		
1	ТПФ «Интерцентр Люкс»	70 005	18 659	75 016	30 254	76 255	25 385	78,96	21,04	71,26	28,74	75,02	24,98	78,92	24,98	75,02	24,98	78,92	24,98	75,02	24,98	78,92	24,98	75,02	24,98	78,92	24,98	75,02	24,98	78,92	24,98
2	Софтшуз	43 895	18 955	34 023	23 319	31 394	28 381	69,84	30,16	59,33	40,67	52,52	47,48	8,38	91,62	87,30	12,70	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
3	Алмарсвет	11 083	12 237	11 821	1720	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
4	Каменский колос	–	–	50 554	37 347	52 112	22 148	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
5	Лендер Агроприм	–	–	75 515	38 198	19 323	40 335	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
6	Приднестровский радиотелецентр	55 267	3373	52 675	2269	53 696	3909	94,25	5,75	95,87	4,13	93,21	6,79	94,25	5,75	95,87	4,13	93,21	6,79	94,25	5,75	95,87	4,13	93,21	6,79	94,25	5,75	95,87	4,13		

Таблица 3

## Анализ структуры капитала закрытых акционерных обществ за 2014–2016 гг.

№	Наименование организации	2014 г.						2015 г.						2016 г.						Удельный вес, %						Абсолютное отклонение по удельному весу, %					
		СК		ЗК		СК		СК		ЗК		СК		СК		ЗК		СК		СК		ЗК		СК		ЗК		СК		ЗК	
		СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК	СК	ЗК		
1	Тиротекс	930 543	604 102	804 916	471 764	723 663	478 329	60,64	39,36	63,05	36,95	60,21	39,79	60,64	39,36	63,05	36,95	60,21	39,79	60,64	39,36	63,05	36,95	60,21	39,79	60,64	39,36	63,05	36,95		
2	Российское предприятие «Бендерский машиностроительный завод»	691 383	156 631	729 941	122 261	654 043	151 513	81,53	18,47	85,65	14,35	81,19	18,81	81,53	18,47	85,65	14,35	81,19	18,81	81,53	18,47	85,65	14,35	81,19	18,81	81,53	18,47	85,65	14,35		
3	Каменский консервный завод	–47 548	193 827	–	–	–67 554	182 525	–32,51	132,51	–	–	–58,76	158,76	–32,51	132,51	–	–	–58,76	158,76	–32,51	132,51	–	–	–58,76	158,76	–32,51	132,51	–	–		
4	Букет Молдавии	69 379	37 679	72 515	38 198	76 544	37 475	64,81	35,19	65,50	34,50	67,13	32,87	64,81	35,19	65,50	34,50	67,13	32,87	64,81	35,19	65,50	34,50	67,13	32,87	64,81	35,19	65,50	34,50		
5	Тираспольский хлебокомбинат	62 371	7771	74 555	8250	83 737	7 819,66	88,92	11,08	90,04	9,96	91,46	8,54	88,92	11,08	90,04	9,96	91,46	8,54	88,92	11,08	90,04	9,96	91,46	8,54	88,92	11,08	90,04			
6	СК «Шериф»	20 799	311 965	–109 413	335 555	–144 225	358 535	6,25	93,75	–48,38	148,38	–67,30	167,30	6,25	93,75	–48,38	148,38	–67,30	167,30	6,25	93,75	–48,38	148,38	–67,30	167,30	6,25	93,75	–48,38	148,38		

телецентр» наибольший удельный вес составлял собственный капитал – 78,96, 69,84 и 94,25 % соответственно; в ООО «Алмарсвет» преобладал заемный капитал – 91,62 %. Данные по ООО «Каменский колос» и «Лендер Агроприм» за 2014 год отсутствуют [5, с. 128].

В 2015 году во всех организациях наибольший удельный вес составил собственный капитал: «Интерцентр Люкс» – 71,26 %; «Софтшуз» – 59,33 %; «Алмарсвет» – 87,30 %; «Каменский колос» – 57,51 %; «Лендер Агроприм» – 66,41 %; Приднестровский радиотелецентр – 95,87 % [6, с. 126].

В 2016 году сохранилась такая же тенденция: «Интерцентр Люкс», «Софтшуз», «Каменский колос», Приднестровский радиотелецентр – 75,02, 52,52, 70,18, 93,21 % собственного капитала. Только у «Лендер Агроприм» наибольший удельный вес составил заемный капитал – 67,61 %. По «Алмарсвет» данные за 2016 год в сборнике финансовой прозрачности отсутствуют [7, с. 94].

Данные закрытых акционерных обществ представлены в табл. 3.

За период 2014–2016 годов в структуре капитала ЗАО «Тиротекс», «Российское предприятие „Бендерский машиностроительный завод“, «Букет Молдавии» и «Тираспольский хлебокомбинат» преобладал собственный капитал: в 2014 году – 60,64, 81,53, 64,81 и 88,32 %; в 2015 году – 63,05, 85,65, 65,50 и 90,04 %; в 2016 году – 60,21, 81,19, 67,13 и 91,46 % соответственно.

Показатели Каменского консервного завода и СК «Шериф» свидетельствуют, что в указанном периоде, наоборот, преобладал заемный капитал: в 2014 году – 132,51 % и 93,75 %; в 2015 году – по Каменскому консервному заводу данные в сборнике финансовой прозрачности не представлены, а по СК «Шериф» – 148,38 %; в 2016 году – 158,76 % и 167,3 % [5, с. 128; 6, с. 126].

Исходя из проведенного анализа можно сделать вывод о том, что, если организация задействует только собственный капитал, она имеет наивысшую финансовую устойчивость (т. е. коэффициент автономии равен 1), но данное преимущество ограничивает темпы развития и не использует финансовые возможности прироста прибыли на вложенный капитал.

Таким образом, предприятие, использующее заемный капитал, имеет более высокий финансовый потенциал своего развития и возможности прироста финансовой рентабельности деятельности, однако в большей мере генерирует финансовый риск и угрозу банкротства.

Для ГУП привлечение заемного капитала становится ненадежным в связи с тем, что у таких предприятий собственником имущества является государство. Особенность организационно-правовой формы унитарного предприятия ставит его в неравные условия с другими участниками делового оборота вследствие ограниченности источников финансовых ресурсов. Учитывая этот фактор, унитарным предприятиям, которые испытывают недостаток финансовых ресурсов, собственник может предоставить в пользование бюджетные кредиты на условиях возвратности и платности. В свою очередь, источником погашения процентов по бюджетному кредиту выступит себестоимость.

У ООО и ЗАО ситуация противоположная. Приобретение заемного капитала для данных организаций не является проблемой, так как ответственность за приобретение заемного капитала они несут самостоятельно, без поддержки государства [8, с. 11].

## Цитированная литература

1. Мазурина Т.Ю., Скамай Л.Г., Гроссу В.С. Финансы организаций (предприятий): учебник. – М.: ИНФРА-М, 2012.

2. Екимова К.В., Шубина Т.В. Финансы организаций (предприятий): учебник. – М.: ИНФРА-М, 2013.
3. Тютюкина Е.Б. Финансы организаций (предприятий): учебник. – М.: Дашков и К, 2016.
4. Финансы организаций (предприятий): учебник / подред. Н.В. Колчиной. – М.: ЮНИТИ, 2015.
5. Сборник показателей финансовой прозрачности Приднестровской Молдавской Республики – 2014. – Тирасполь: ГУ «ГИИЦ», 2015.
6. Сборник показателей финансовой прозрачности Приднестровской Молдавской Республики – 2015. – Тирасполь: ГУ «ГИИЦ», 2016.
7. Сборник показателей финансовой прозрачности Приднестровской Молдавской Республики – 2016. – Тирасполь: ГУ «ГИИЦ», 2017.
8. Сысоева Е.Ф., Будилова Е.С. Оптимизация структуры капитала организаций с учетом риска внешних источников их финансирования // Финансы и кредит. – 2015. – Т. 21, вып. 45. – С. 11–21.

УДК 336.6

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И АНАЛИЗ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ФИЛИАЛА ЗАВОДА «ПРИБОР» АО «НПЦ ГАЗОТУРБОСРОЕНИЯ „САЛЮТ“»

*Ю.В. Каприян, О.А. Диденко*

*Изложена общая характеристика производственной деятельности филиала завода «Прибор» АО «НПЦ газотурбостроения „Салют“». Описаны и рассчитаны основные показатели финансово-хозяйственной работы предприятия. Дана оценка его финансового состояния на основе показателей устойчивости, ликвидности, рентабельности, сформулированы выводы.*

**Ключевые слова:** финансовое состояние, ликвидность, устойчивость, рентабельность.

## GENERAL CHARACTERISTIC AND ANALYSIS OF FINANCIAL AND ECONOMIC ACTIVITY OF THE FACTORY BRANCH «DEVICE» JSC «SPC GAS-TURBINE CONSTRUCTION «SALUT»»

*Y.V. Caprian, O.A. Didenko*

*The general description of the production activity of the factory branch «DEVICE» JSC «SPC gas-turbine construction «SALUT» is presented. The main indicators of financial and economic activity of the enterprise are described and calculated. The estimation of its financial condition is given on the basis of indicators of stability, liquidity, profitability, conclusions are formulated.*

**Keywords:** financial condition, liquidity, stability, profitability.

Актуальность исследуемой темы заключается в том, что в условиях рыночной экономики от эффективного формирования, распределения и использования финансовых ресурсов, обеспечивающих жиз-

недеятельность предприятия, напрямую зависит процесс бесперебойного функционирования организации и реализации ее продукции, а следовательно, и конечные результаты деятельности. Финансовый

анализ предоставляет возможность определить финансовое состояние компании на момент проведения исследования, а также спрогнозировать дальнейшее ее развитие.

В качестве базы исследования был выбран филиал завода «Прибор» АО «НПЦ газотурбостроения „Салют“».

Сегодня предприятие обладает современной технологической базой, оснащенной современным высокопроизводительным оборудованием и обслуживаемой высококвалифицированным персоналом.

Для достижения целей филиал осуществляет в установленном законодательством Российской Федерации и Приднестровской Молдавской Республики порядке различные виды деятельности, такие как:

- производство в целом, или составных частей, или отдельных деталей газотурбинных авиадвигателей, наземных энерго- и газоперекачивающих установок и иных силовых двигательных установок, в том числе ветроэнергетических, а также их переоборудование и утилизация;

- сборка, комплексная пуско-наладка и ремонт программно-аппаратных комплексов;

- организация разработки и выполнения программ научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ;

- научное консультационное и информационное сопровождение и поддержка научно-исследовательских, опытно-конструкторских работ по тематике основной деятельности;

- проектирование, производство и ремонт специального, нестандартного оборудования и технологической оснастки, инструмента;

- термическая и термовакуумная обработка металлов и сплавов;

- заготовка, переработка, утилизация и реализация лома и отходов цветных и черных металлов;

- обработка металла с помощью энергии взрыва;

- обработка металлов и нанесение покрытий на металлы;

- иные виды деятельности, не запрещенные законодательством РФ и ПМР.

Исследование построено на основе данных годовой отчетности организации за 2014–2016 гг. с применением качественного и количественного анализа изучаемых экономических явлений.

Для определения финансового состояния и эффективности использования ресурсов на предприятии были рассчитаны соответствующие финансовые показатели.

**1. Финансовая устойчивость** – это состояние, распределение и использование финансовых ресурсов фирмы, которые обеспечивают ее развитие на основе роста прибыли и капитала при сохранении платежеспособности и кредитоспособности в условиях допустимого уровня риска. Финансовая устойчивость формируется в процессе всей производственно-хозяйственной деятельности и рассматривается как результат рационального управления собственными и заемными средствами.

Финансовая устойчивость рассчитывается на основе следующих коэффициентов:

*1. Коэффициент автономии (степень финансовой независимости):*

$$K_{\text{автономии}} = \frac{\text{Собственный капитал}}{\text{Имущество организации (активы)}}; \quad (1)$$

$$K_{\text{автономии}} (2014 \text{ г.}) = \frac{53090240}{88420758} = 0,6;$$

$$K_{\text{автономии}} (2015 \text{ г.}) = \frac{61025841}{118926502} = 0,51;$$

$$K_{\text{автономии}} (2016 \text{ г.}) = \frac{81114998}{137440715} = 0,59.$$

Минимальное значение коэффициента автономии оценивается на уровне 0,5. Уменьшение коэффициента автономии на предприятии в 2015 г. по сравнению с

2014 г. свидетельствует о снижении финансовой устойчивости и независимости (самостоятельности) организации, а также об увеличении риска наступления финансовых затруднений. Но в 2016 г. данный показатель на 0,08 выше, чем в 2015 г., т. е. наблюдается позитивная тенденция.

2. Коэффициент соотношения заемного (ЗК) и собственного (СК) капитала, равный отношению величины всех обязательств организации к сумме ее собственных средств:

$$K_{\text{соотн. ЗК и СК}} = \frac{\text{Заемный капитал}}{\text{Собственный капитал}}; \quad (2)$$

$$K_{\text{соотн. ЗК и СК}} (2014 \text{ г.}) = \frac{35330518}{53090240} = 0,67;$$

$$K_{\text{соотн. ЗК и СК}} (2015 \text{ г.}) = \frac{57900661}{61025841} = 0,95;$$

$$K_{\text{соотн. ЗК и СК}} (2016 \text{ г.}) = \frac{56325717}{81114998} = 0,69.$$

Значение коэффициента показывает, сколько заемных средств привлекла организация на один рубль вложенных в активы собственных средств. Нормальным признается значение меньше либо равное 1 [1, с. 58].

В филиале наблюдается превышение собственных средств над заемными, что свидетельствует о финансовой и экономической стабилизации организации, достаточной финансовой устойчивости и относительной независимости от внешних финансовых источников. В 2016 г. по сравнению с 2014 г. данный коэффициент повысился на 0,02, что является положительной тенденцией.

3. Коэффициент мобильности оборотных средств, который определяется как отношение стоимости абсолютно готовых к платежу оборотных средств к общей стоимости оборотных средств организации, направляемых на погашение краткосрочных долгов [2, с. 300]:

$$K_{\text{мобильности}} = \frac{\text{Денежные средства и денеж. эквиваленты} + \text{краткосрочные фин. активы}}{\text{Оборотные (мобилизованные) средства}}; \quad (3)$$

$$K_{\text{мобильности}} (2014 \text{ г.}) = \frac{3810819 + 0}{59242745} = 0,06;$$

$$K_{\text{мобильности}} (2015 \text{ г.}) = \frac{8844819 + 0}{66430035} = 0,13;$$

$$K_{\text{мобильности}} (2016 \text{ г.}) = \frac{5673141 + 0}{61076828} = 0,09.$$

Наблюдается резкое снижение коэффициента мобильности в 2016 г. В целом за рассматриваемый период значение данного коэффициента возросло, что говорит об ускорении оборачиваемости имущества.

4. Коэффициент обеспеченности собственными средствами (СС):

$$K_{\text{обеспеченности СС}} = \frac{\text{Собственный капитал} - \text{долгосрочные (внеоборотные) активы}}{\text{Оборотные (мобилизованные) средства}}; \quad (4)$$

$$K_{\text{обеспеченности СС}} (2014 \text{ г.}) = \frac{53090240 - 29178013}{59242745} = 0,4;$$

$$K_{\text{обеспеченности СС}} (2015 \text{ г.}) = \frac{61025841 - 52496467}{66430035} = 0,13;$$

$$K_{\text{обеспеченности СС}} (2016 \text{ г.}) = \frac{81114998 - 76363887}{61076828} = 0,08.$$

За рассматриваемый период коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами уменьшился, но находится в пределах нормы, за исключением 2016 г., когда его значение достигло отметки 0,08. Это обусловлено увеличением внеоборотных активов по сравнению с предыдущими

ми годами и незначительным изменением объема оборотных средств. Следовательно, в 2016 г. предприятие было недостаточно обеспечено собственными средствами для ведения своей хозяйственной деятельности.

5. *Коэффициент прогноза банкротства* характеризует удельный вес чистых оборотных средств в сумме актива баланса организации [3, с. 24]:

$$K_{\text{банкротства}} = \frac{\text{Оборотные (мобилизованные) средства} - \text{краткосрочные обязательства}}{\text{Имущество организации (активы)}}; (5)$$

$$K_{\text{банкротства}}(2014 \text{ г.}) = \frac{59242745 - 30289265}{88420758} = 0,33;$$

$$K_{\text{банкротства}}(2015 \text{ г.}) = \frac{66430035 - 51562510}{118926502} = 0,13;$$

$$K_{\text{банкротства}}(2016 \text{ г.}) = \frac{61076828 - 48434396}{137440715} = 0,09.$$

Рекомендуемое значение – более 0. Чем выше значение показателя, тем ниже опасность банкротства. Если организация испытывает финансовые затруднения, то значение данного коэффициента снижается. Рассчитанные нами коэффициенты говорят о том, что вероятность наступления банкротства предприятия растет и достигает своего максимума в 2016 г., составляя всего 0,09.

2. Для оценки финансового состояния используют такие немаловажные показатели, как **ликвидность** и **платежеспособность**.

**Платежеспособность** – возможность наличными денежными ресурсами своевременно рассчитываться по задолженностям, требующим немедленного погашения. В свою очередь, **ликвидность предприятия** – это возможность погашать свои

задолженности имеющимися оборотными средствами в сжатые сроки. Другими словами, предприятие ликвидно при условии, что его оборотные активы теоретически преобладают над его краткосрочными обязательствами [4, с. 5].

1. *Коэффициент абсолютной ликвидности*:

$$K_{\text{абс. лик-ти}} = \frac{\text{Денежные средства и денежные эквиваленты} + \text{краткосрочные фин. активы}}{\text{Краткосрочные обязательства}}; (6)$$

$$K_{\text{абс. лик-ти}}(2014 \text{ г.}) = \frac{3810819 + 0}{30289265} = 0,13;$$

$$K_{\text{абс. лик-ти}}(2015 \text{ г.}) = \frac{8844819 + 0}{51562510} = 0,17;$$

$$K_{\text{абс. лик-ти}}(2016 \text{ г.}) = \frac{5673141 + 0}{48434396} = 0,12.$$

Рекомендуемое значение коэффициента > 0,25.

На предприятии в анализируемом периоде коэффициент абсолютной ликвидности ниже нормы, и компания в эти годы практически не способна немедленно погасить свои обязательства денежными средствами и высоколиквидными ценными бумагами.

2. *Коэффициент критической (промежуточной) ликвидности* показывает, какую часть своих обязательств организация сможет погасить при условии поступления средств от дебиторов:

$$K_{\text{пром. лик-ти}} = \frac{\text{Быстроликвидные активы}}{\text{Краткосрочные обязательства}}; (7)$$

$$K_{\text{пром. лик-ти}}(2014 \text{ г.}) = \frac{23056826}{30289265} = 0,76;$$

$$K_{\text{пром. лик-ти}}(2015 \text{ г.}) = \frac{27506252}{51562510} = 0,53;$$

$$K_{\text{пром. лик-ти}}(2016 \text{ г.}) = \frac{27002274}{48434396} = 0,56.$$

Коэффициент критической ликвидности завода «Прибор» в 2014 г. достигал достаточного значения – 0,76. В 2015 и 2016 гг. он уменьшился до 0,53 и 0,56 соответственно, что свидетельствует об ухудшении рациональной организации расчетов с дебиторами, а также о снижении возможности своевременных расчетов с кредиторами.

3. Коэффициент текущей ликвидности (общий коэффициент покрытия):

$$K_{\text{тек. лик-ти}} = \frac{\text{Оборотные (мобилизованные) средства}}{\text{Краткосрочные обязательства}}; (8)$$

$$K_{\text{тек. лик-ти}} (2014 \text{ г.}) = \frac{59242745}{30289265} = 1,96;$$

$$K_{\text{тек. лик-ти}} (2015 \text{ г.}) = \frac{66430035}{51562510} = 1,29;$$

$$K_{\text{тек. лик-ти}} (2016 \text{ г.}) = \frac{61076828}{48434396} = 1,26.$$

Рекомендуемое нижнее значение показателя равно 2. Коэффициент текущей ликвидности в анализируемом периоде ниже ориентировочного значения, следовательно, гарантия инвестиций недостаточна. Близость показателя к нормативному наблюдается только в 2014 г. На протяжении исследуемого периода предприятие характеризуется большим превышением краткосрочных обязательств над оборотными активами.

3. Оценка доходности и рентабельности филиала завода «Прибор» АО «НПЦ газотурбостроения „Салют“».

Результативность и экономическая целесообразность функционирования организации измеряются показателями экономического эффекта (результата деятельности – прибыли) и экономической эффективности (соизмерения полученного эффекта с затратами на его достижение – рентабельности) [5, с. 124].

Для оценки рентабельности анализируемого предприятия были рассчитаны показатели, отмеченные в таблице.

На предприятии в целом за рассматриваемый период наблюдается сначала снижение рентабельности продаж в 2015 г. по сравнению с 2014-м, а затем значительный рост на 0,1, что является положительной тенденцией.

Рентабельность основной деятельности в 2015 г. по сравнению с 2014 г. уменьшилась на 4 %, а в 2016-м по сравнению с предыдущим годом увеличилась на 11 %. Таким образом, за анализируемый период рентабельность основной деятельности завода повысилась на 7 %, т. е. имеет место положительная тенденция.

Кроме того, за 2014–2016 гг. на 6 % повысилась рентабельность всего капитала, что свидетельствует об увеличении спроса на продукцию и о разумном использовании активов.

Рентабельность собственного капитала определяет эффективность использования средств собственника, вложенных в предприятие, и позволяет сравнить их с возможным доходом от вложения этих средств в иные компании. Рентабельность собственного капитала филиала не слишком высока, однако ее рост является положительной тенденцией.

В целом рентабельность филиала завода «Прибор» АО «НПЦ газотурбостроения „Салют“» увеличилась, что связано с повышением прибыльности деятельности предприятия (увеличением части прибыли в выручке и другими причинами).

По рассчитанным показателям видно, что филиал в 2014–2015 гг. финансово устойчив и относительно независим от внешних источников финансирования. В процессе анализа платежеспособности и ликвидности завода была определена степень соответствия показателей нормативным значениям. На основе полученных результатов можно сделать вывод,

## Оценка рентабельности филиала завода «Прибор» АО «НПЦ газотурбостроения „Салют“»

Коэффициент	Характеристика	Формула	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Рентабельность продаж	Показывает, сколько прибыли предприятия приходится на один рубль выручки от продаж продукции (товаров), работ, услуг	Прибыль от продаж / Выручка	0,17	0,14	0,24
Рентабельность основной деятельности	Характеризует эффективность основной производственной деятельности предприятия	Прибыль от продаж / Себестоимость	0,24	0,2	0,31
Рентабельность всего капитала	Показывает, какая часть чистой прибыли приходится на один рубль имущества организации, насколько эффективно оно используется	Чистая прибыль / Средняя стоимость имущества	0,09	0,06	0,15
Рентабельность собственного капитала	Показывает, сколько денежных единиц чистой прибыли заработала каждая единица, вложенная собственниками предприятия	Чистая прибыль / Средняя стоимость собственного капитала	0,16	0,11	0,23

что предприятие способно своевременно обратить активы в наличность и погасить свои обязательства. Все показатели рентабельности положительные и имеют возрастающую тенденцию, что свидетельствует об успешном функционировании предприятия.

### Цитированная литература

1. Бочаров В.В. Финансовый анализ: Краткий курс. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2012. – 240 с.
2. Алиев А.А., Соловьева М.Г., Качалина А.Д. Интегральная оценка финансового

состояния предприятия // Финансы и кредит. – 2018. – Т. 24, № 2. – С. 288–303.

3. Выборова Е.Н. Особенности применения методов сравнительного экономического анализа при оценке финансового состояния организации // Экономический анализ: теория и практика. – 2014. – Т. 13, № 38. – С. 22–28.

4. Крылов С.И., Решетникова О.А. Методические аспекты анализа и прогнозирования финансового состояния промышленного предприятия // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2010. – № 8. – С. 2–8.

5. Бердникова Т.Б. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия: учебное пособие. – М., 2013. – 215 с.

УДК 336.717 (478)

## ОРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ БАНКОВСКИХ УСЛУГ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ПРИДНЕСТРОВСКОЙ МОЛДАВСКОЙ РЕСПУБЛИКЕ

Т.Ф. Юрова, А.В. Буйвол

*Раскрыта сущность электронных банковских услуг. Дано точное определение понятия «интернет-банкинг» как технологии предоставления финансовых услуг. Особое внимание уделено развитию электронного рынка в Приднестровской Молдавской Республике и имеющимся проблемам правового регулирования.*

**Ключевые слова:** банковская деятельность, электронные банковские услуги, безналичные расчеты, банковская карта, интернет-банкинг, сеть Интернет.

## ORGANIZATION OF ELECTRONIC BANKING SERVICES: MODERN CONDITION IN THE PRIDNESTROVIAN MOLDOVAN REPUBLIC

*T.F. Yurova, A.V. Buivol*

*The article reveals the essence of electronic banking services. The concept of «Internet banking» is presented as a technology for providing of financial services. Particular attention is paid to development of the electronic market in the Pridnestrovian Moldavian Republic and to the exist problems of legal regulation.*

**Keywords:** *banking activity, electronic banking services, non-cash payments, bank card, Internet banking, Internet.*

В последние десятилетия в мире отмечается колоссальное развитие технологий в различных сферах, а также подъем инновационной деятельности, что представляет собой важный компонент экономического роста государства, повышает уровень рыночной экономики, и в частности банковской отрасли. Банковский сектор занимает существенное место в экономике и призван непрерывно развиваться и прогрессировать, вследствие чего банки постоянно разрабатывают новые продукты и услуги. Использование электронных банковских услуг достигло невообразимых объемов. Наиболее стремительными темпами развивается рынок банковских карт. Это объясняется мировой направленностью на сокращение наличных и расширение безналичных денежных расчетов. Создание многоцелевой карточной расчетной сети обеспечивает осуществление большого количества повседневных платежей и расчетов корпоративными и частными клиентами. Такая универсальная платежная система приводит к значительному уменьшению части наличных операций и высококачественному изменению структуры денежных потоков. Безналичный денежный оборот по пластиковым картам возрастает как в мире, так и в Приднестровье, что считается отображением устойчивости и сбалансированного увеличения «карточного» рынка в целом.

Платежная система любой страны является жизненно важной составной ча-

стью финансовой системы и денежно-кредитной системы.

*Платежная система* представляет собой комплекс организаций, учреждений, а также набор инструментов и процедур, используемых для передачи денежных средств между физическими и юридическими лицами с целью выполнения возникающих у них ежедневно платежных обязательств.

Любая платежная система должна включать:

- участвующих в платежах юридических и физических лиц;
- общепринятые платежные инструменты;
- соответствующие процедуры исполнения платежей.

Банковское обслуживание менялось с течением истории, и в настоящий момент на рынке банковских услуг оказывает большое влияние процесс изменения банковских продуктов во времени.

Предоставляя различные услуги на денежном рынке (деPOSITные, расчетные, платежные, кредитные), банки уже частично выступают в роли партнера предприятий. Банк становится не просто хранителем ликвидности, а общественным кассиром, организатором переводов, эмитентом и мультипликатором платежных инструментов [1].

Стремясь увеличить диапазон предоставления собственных услуг, банки вводят электронную доставку их клиентам.

Преимуществами такого подхода к обслуживанию являются:

- удобство для клиентов;
- относительно легкий охват значительного числа потребителей на финансовом рынке через глобальные сети телекоммуникаций;
- возможность постоянного предоставления услуг;
- возможность стремительного изменения предоставляемых услуг в ответ на изменения требований рынка;
- возможность выполнения своевременного маркетингового анализа спроса на отдельные банковские продукты;
- возможность потребителей в режиме реального времени подробно ознакомиться с интересующими их банковскими продуктами и выбрать самые подходящие.

Пластиковые карты выступают одним из современных средств осуществления безналичных расчетов в области денежного обращения, они формируют особый инструмент предоставления электронных банковских услуг. Сейчас реализация многочисленных операций выполняется с помощью банковской карты. Следует отметить, что это очень удобный способ управления собственными текущими расходами.

Для корпоративных карт банки стремятся обеспечить полный спектр услуг и дополнительное обслуживание, содержащее овердрафт, интернет-банкинг и возможность оплаты счетов с телефонного аппарата. Кроме того, широко распространена деятельность банков по льготному кредитованию таких клиентов: по ним существенно ниже риски, такие как невозврат или просрочка платежа, нежели по другой группе клиентов [1].

Попадающая часть населения, обладающая картой, использует ее с целью получения заработной платы, лишь некоторые снимают наличные через банкомат. Пользователей банковских карт больше в крупных городах. Также значительное

продвижение приобрели потребительские кредиты, которые привязаны к пластиковым картам.

На сегодняшний день в Приднестровье действуют восемь платежных карточных систем, из которых четыре – являются отечественными и четыре – зарубежными. К числу самых распространенных можно отнести ПС «Радуга» и Национальную платежную систему (НПС). Кроме того, на территории Приднестровского региона уже начала функционировать *кредитная карта* «Радуга», которая может помочь в трудные финансовые моменты, но при этом способна затянуть в еще более глубокую финансовую яму [2].

Поручение о создании НПС было адресовано Приднестровскому республиканскому банку (ПРБ) в Указе Президента ПМР «Об общих условиях организации и функционирования в Приднестровской Молдавской Республике Национальной платежной системы». ПРБ заинтересован, чтобы область использования пластиковых карт была как можно шире. Планировалось выпустить в обращение карты, которые будут обслуживаться всеми банками и приниматься практически во всех магазинах республики. Национальная платежная система должна позволить приднестровцам с помощью единой карты покупать товары и расплачиваться за услуги, а также получать кредиты независимо от устройства, терминала и банка. Государство, в свою очередь, тоже заинтересовано, чтобы в республике было больше безналичных расчетов, потому что это дает возможность пресекать некоторые финансовые нарушения. Кроме того, пластиковая карта сокращает расходы на изготовление новых банкнот.

Нормативно-правовая база и инфраструктура НПС построены с учетом необходимости обеспечения взаимодействия с основными зарубежными платежными системами на основе применения и эф-

фактивного сочетания международных стандартов [3].

Инфраструктура НПС максимально интегрирована в существующую инфраструктуру кредитных организаций, являющихся ее участниками и обеспечивающих эмиссию и обслуживание платежных карт (включая клиринг и расчеты).

В Национальной платежной системе ПМР встроена возможность расчета в любой понятной для банка – эмитента карты валюте вне зависимости от валюты счета. Использование стандарта EMV реализует работу карт в онлайн-режиме, что позволяет осуществлять платежные операции по картам напрямую со счета клиента.

Концепция построения Национальной платежной системы обсуждалась в рамках функционирования межведомственной рабочей группы по созданию «Программы развития сферы услуг населению и внедрения системы массовых безналичных расчетов в Приднестровской Молдавской Республике». Основными задачами при проектировании НПС стали:

- расширение доли безналичных расчетов в платежном обороте для минимизации теневого сектора экономики, увеличения налоговой базы, повышения экономической прозрачности;
- совершенствование системы безналичных расчетов, обеспечение населения республики банковскими картами как удобным средством платежа;
- облегчение трансграничных расчетов посредством реализации международных функций Национальной платежной системы [4].

Новшеством в обслуживании клиентов является использование электронных средств для оказания услуг в магазинах.

Ведение банковских операций на дому представляет собой самостоятельную форму банковских услуг населению, основанных на использовании электронной вычислительной техники.

Важной услугой банка является один из видов электронных технологий – интернет-банкинг, который заключается в предоставлении банками услуг юридическим и физическим лицам через сеть Интернет, посредством особого программно-аппаратного комплекса.

Интернет-банкинг – один из наиболее динамичных сегментов электронной коммерции. В сфере банковской деятельности регулярно расширяются возможности применения Интернета, появляются новые службы и технологии, которые доступны даже не имеющим опыта пользователям.

Интернет-банкинг предполагает вариант оказания банковских услуг клиентам из имеющихся способов дистанционного обслуживания. В широком смысле он представляет собой различные идеи, которые включают обычные сайты банков или же сложные виртуальные расчетно-платежные системы. В наиболее ограниченном смысле интернет-банкинг – это подобие теории «Банк–Клиент», которая работает посредством сети Интернет.

Банк способен оказать через Интернет весьма широкий спектр услуг. При этом подразумевается высокостандартизированный набор операций, поскольку они проводятся почти в отсутствие какой-либо роли банковского персонала. Клиент, который пользуется интернет-банкингом, может совершить необходимую операцию самостоятельно, даже не посещая банк. Однако следует обратить внимание на проблемы законодательного характера, препятствующие развитию инноваций в банковской сфере.

Что же касается развития электронного рынка в Приднестровской Молдавской Республике, то он еще довольно слаб в сравнении с зарубежными рынками банковских услуг.

В функционировании платежной системы ПМР значительную роль играет пра-

вовое обеспечение платежных инноваций (электронные средства, интернет-платежи, мобильные платежи и т. д.). В связи с этим очень важен учет технологической специфики и ее верное отражение в нормах законодательства о платежной системе. Вопросы регулирования платежных систем приобрели для Центрального банка существенное значение, однако законодательство в данной сфере в Приднестровской Молдавской Республике практически отсутствует [5].

В настоящее время в сфере правового регулирования функционирования платежной системы ПМР действуют:

- Закон ПМР от 01.12.93 г. «О банках и банковской деятельности в Приднестровской Молдавской Республике» (СЗМР 93-2) (с изменениями и дополнениями);

- Закон ПМР от 06.06.95 г. «О валютном регулировании и валютном контроле» (СЗМР 95-2) (с изменениями и дополнениями);

- Закон ПМР от 07.08.02 г. № 183-3-III «О рынке ценных бумаг» (САЗ 02-32);

- Закон ПМР от 10.01.04 г. № 384-3-III «Об акционерных обществах» (САЗ 04-2);

- Закон ПМР от 17.05.04 г. № 413-3-III «Об электронном документе и электронной цифровой подписи» (САЗ 04-21);

- Закон ПМР от 07.05.07 г. № 212-3-IV «О Центральном банке Приднестровской Молдавской Республики» (САЗ 07-20) (с изменениями и дополнениями);

- Указ Президента ПМР от 22.05.15 г. № 202 «Об общих условиях организации и функционирования в Приднестровской Молдавской Республике Национальной платежной системы»;

- Положение ПРБ от 25.04.07 г. № 72-П «О порядке эмиссии банковских карт и об операциях, совершаемых с использованием платежных карт» (с изменениями);

- Положение ПРБ от 07.08.07 г. № 79-П «О правилах обмена электрон-

ными документами между ПРБ, банками ПМР (филиалами) при осуществлении расчетов через систему электронных платежей ПРБ» (с изменениями и дополнениями);

- Положение ПРБ от 24.12.09 г. № 93-П «О порядке осуществления электронных расчетов клиентами Приднестровского республиканского банка» (с изменениями и дополнениями).

С целью урегулирования правоотношений в области платежной системы Приднестровья необходимо установить требования к ее организации и функционированию, ввести механизмы надзора за деятельностью кредитных организаций, которые выступают операторами платежных систем и играют ведущую роль в их функционировании.

В связи с этим был разработан проект закона ПМР «О платежной системе Приднестровской Молдавской Республики» с учетом избранного сектора развития внутренней и внешней политики государства. Предметом правового регулирования законопроекта является деятельность кредитных организаций, а именно: операторов по переводу денежных средств, операторов платежных систем, операторов услуг платежной инфраструктуры, а также порядок осуществления контроля (надзора) в платежной системе, установление правовых и организационных основ платежной системы Приднестровской Молдавской Республики и порядок оказания платежных услуг [6].

Принятие этого закона может оказать благоприятное влияние на всю систему безналичных расчетов в Приднестровье, создать предпосылки для уменьшения доли теневого оборота.

Для реализации закона потребуется принятие новых законодательных актов, а также внесение изменений в уже действующие и разработка нормативных правовых актов Центрального банка ПМР.

### Цитированная литература

1. Резник И.А. Электронный банкинг: монография. – Оренбург, 2016.
2. Организация межбанковских расчетов: учебное пособие / под ред. Ю.М. Сафронова, Т.Ф. Юровой, Е.И. Человской. – Тирасполь: РВТ, 2013. – 240 с.
3. Юрова Т.Ф. Система расчетов и платежей в ПМР: перспективы развития на современном этапе // Вестник Приднестр. респ. банка. – 2013. – № 11. – С. 41–45.
4. Приднестровский республиканский банк [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.cbpmr.net>
5. Швец И.Т. Современное состояние и перспективы развития банковской системы Приднестровской Молдавской Республики // Вестник Приднестр. респ. банка. – 2014. – № 3. – С. 22–31.
6. Проект закона Приднестровской Молдавской Республики «О платежной системе Приднестровской Молдавской Республики» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.vspmr.org/legislation/bills/vi-soziv/320-4.html>

УДК 336

## БАНКРОТСТВО КАК КРАЙНЕЕ ПРОЯВЛЕНИЕ КРИЗИСНОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

*Н.С. Гросул, А.Р. Юрченко*

*Рассмотрена сущность банкротства, его виды, классификация несостоятельности и меры антикризисного управления по нейтрализации банкротства предприятия.*

**Ключевые слова:** банкротство, несостоятельность предприятия, кризис, финансовое состояние, виды банкротства, антикризисное управление.

## BANKRUPTCY AS THE LATEST STATEMENT OF THE CRISIS STATUS OF THE ENTERPRISE

*N.S. Grosul, A.R. Yurchenko*

*The article considers the essence of bankruptcy, its types, the classification of insolvency and the measures of anti-crisis management for neutralization of bankruptcy of an enterprise.*

**Keywords:** bankruptcy, insolvency of the enterprise, crisis, financial condition, macroeconomics, types of bankruptcy, anti-crisis management.

Предприятия могут подвергаться различным видам кризисов (экономическим, финансовым, управленческим), и банкротство – это один из них. Данное явление вызвано рыночными условиями хозяйствования [1, с. 63].

В последние десятилетия ежегодно на грани банкротства оказывается небольшое количество предприятий, которые

не способны адаптироваться к новым экономическим условиям по разным обстоятельствам: ввиду деятельности в неприбыльной зоне, недостатка потенциала для нормального функционирования или слабости финансового управления.

В условиях сложившейся экономической обстановки любой хозяйствующий субъект для сохранения своих позиций на

рынке и поддержания деловой активности должен проводить своевременный анализ финансового состояния предприятия на данный момент, а также на перспективу для прогнозирования собственного финансового положения в будущем.

Анализ финансового состояния является ключевой задачей в осуществлении прогнозирования стабильности деятельности любого предприятия с позиции долгосрочной перспективы и в реализации мер по недопущению упадочного (кризисного) состояния хозяйствующего субъекта.

Банкротство могут преодолеть только сильные организации, имеющие высокую финансовую устойчивость.

Одной из наиболее важных и сложных проблем, стоящих перед современной рыночной экономикой, представляется образование и развитие экономических кризисов, которые оказывают непосредственное влияние на стабильность работы предприятия.

В обоснование актуальности данной темы следует отметить, что в настоящее время экономика подвергается воздействию таких негативных макроэкономических факторов, как финансовый кризис, спад промышленного производства, трудно прогнозируемые изменения финансовой политики государства, отсутствие в полной мере крупномасштабных инвестиций в экономику страны, политическая нестабильность и влияющие на нее внешние факторы (санкции), разбалансированность финансового рынка, которые отрицательно сказываются на финансовом состоянии хозяйствующих субъектов, что, в свою очередь, может привести к несостоятельности (банкротству).

Поскольку деятельность хозяйствующих субъектов в какой-то степени зависит от государства и экономической обстановки в стране, то допустимость возникновения кризисной ситуации в деятельности этих субъектов достаточно высока.

Банкротство представляет собой упадок компании, но в то же время оно является стимулом к восстановлению с учетом ранее совершенных ошибок.

В отечественных и зарубежных научных источниках банкротство зачастую рассматривается не как явление, означающее провал и крах бизнеса, а как метод закрытия компании, при котором возможно избежать уплаты обязательств.

Страны с развитой экономикой воспринимают банкротство как нормальное явление хозяйственной жизни. На уровне государства банкротство помогает ликвидировать малоприбыльные и убыточные предприятия, нормализуя тем самым экономику и повышая ее конкурентоспособность.

Поскольку банкротство – это кризисное состояние предприятия, необходимо использовать специальные методы его предупреждения. Более того, на него можно оказывать определенное влияние, своевременно выявляя неблагоприятные тенденции и принимая меры по их устранению.

На любом предприятии возникают риски, связанные с его производственной и финансовой деятельностью. Наиболее опасным из них является риск банкротства, так как при его наступлении компания теряет возможность дальнейшего функционирования и, как правило, разоряется.

Исходя из этого для повышения финансовой устойчивости, эффективности использования финансовых ресурсов, платежеспособности хозяйствующих субъектов необходимо знание методов прогнозирования и предупреждения банкротства предприятий и умение правильно их применять, осуществление анализа финансово-хозяйственной деятельности и разработка мер, направленных на предупреждение банкротства. Как следствие, появляется возможность организовать спасение и оздоровление предприятия, реализовать ме-

роприятия по устранению финансового (экономического) кризиса компании.

Банкротство является результатом развития кризисного финансового состояния, когда предприятие проходит путь от эпизодической до устойчивой неспособности удовлетворять требования кредиторов, в том числе по обязательным платежам в государственный бюджет и внебюджетные фонды.

Банкротство – это атрибут рыночной экономики. В развитых и развивающихся странах ежегодно тысячи фирм прекращают свою деятельность, появляются новые организации и предприятия и это считается естественным процессом. Несостоятельность компании – общепризнанное заключением суда или публично заявленное в ином порядке в соответствии с договором с займодавцами банкротство должника, являющееся причиной для его ликвидации [2, с. 122].

Термин «банкротство» в широком смысле употребляется и как синоним несостоятельности. В Приднестровской Молдавской Республике определения данных понятий схожи. Так, в законодательстве нашего государства основным нормативным актом, регулирующим банкротство предприятия, является закон «О несостоятельности (банкротстве)», в статье 2 которого банкротство трактуется следующим образом: «Несостоятельность (банкротство) – признанная арбитражным судом неспособность должника в полном объеме удовлетворить требования кредиторов по денежным обязательствам и (или) исполнить обязанность по уплате обязательных платежей» [3].

Главной задачей закона является такое распределение денежных средств должника, при котором происходит максимальное возмещение долгов по требованиям кредиторов. Здесь необходимо принимать во внимание и макроэкономический аспект, поскольку наличие в государстве предпри-

ятий, испытывающих временные финансовые трудности, осуществляющих нерациональные растраты денежных средств, препятствует формированию стабильной экономики и ее дальнейшему росту.

Современная отечественная экономика только осваивает рыночные отношения и поэтому банкротство предприятий для нее явление новое. Однако дореволюционной России оно было знакомо: существовала законодательная база о несостоятельности, которая успешно применялась на практике, но эти знания с годами были забыты.

Между тем отечественная экономика содержит немало предпосылок для банкротства или несостоятельности хозяйствующих субъектов. В наши дни нормативная база в этой области разрабатывается и совершенствуется.

По действовавшему ранее законодательству несостоятельность (банкротство) юридического лица понималась как неспособность должника обеспечить требования кредиторов в связи с неудовлетворительной структурой баланса, которая определялась превышением обязательств должника над его имуществом. Исходя из этого недобросовестные должники, имея большие объемы имущества, не торопились выполнять свои обязательства, поскольку, даже не уплачивая налоги, они не рисковали стать банкротами. Данными нормами пользовались, прежде всего, предприятия-монополисты. В результате государственная казна недополучала значительные суммы денежных средств.

Как правило, главная цель банкротства предприятия – это освобождение должника от определенных обязательств перед кредиторами с небольшими потерями активов или полной их продажей, закрытие бизнеса или его кардинальная реорганизация.

В то же время цели несостоятельности могут быть разными. Если ком-

пания сознательно готовится к банкротству, то это говорит о ее финансовой несостоятельности. Слишком большая кредиторская задолженность может мешать нормальному осуществлению деятельности, вследствие чего компания недополучает прибыль, которая является целью любого бизнеса. Нет прибыли – нет возможности погасить свои обязательства перед кредиторами. Предприятие попадает в тяжелую ситуацию. И в этом случае несостоятельность может стать спасением компании.

Согласно действующему приднестровскому законодательству несостоятельность хозяйствующего субъекта приводит к его ликвидации. По нашему мнению, осуществление государственного контроля за движением долгов будет более результативным, если предприятия смогут привлекать кредитные ресурсы с помощью выпуска коммерческих ценных бумаг с дальнейшим размещением их на открытом рынке. Поэтому вместе с реализуемой государством финансовой политикой в части развития рынка финансовых услуг необходимо, на наш взгляд, обязать предприятия привлекать кредитные ресурсы преимущественно посредством размещения обязательств на открытом рынке. Наряду с усилением системы государственного контроля над процессами банкротства предприятий государство должно свои функции в области антикризисного управления передать ведущим профессиональным антикризисным организациям, оставив за собой лишь контроль и стимулирование, т. е. должно максимально обеспечиваться саморегулирование бизнесом рынка банкротств [4, с. 55]. Исследователи в данной области отмечают, что в мировой практике саморегулирование – это модель, в которой государство наделило полномочиями профессионалов, сняв с себя обязанность по оперативному управлению рынком [5, с. 44].

Банкротство может быть как принудительным, так и добровольным, все зависит от причин возникновения конкретной кризисной ситуации.

Если цель банкротства – ликвидация компании, то лучше обратиться за помощью к специалистам, которые детально знакомы со всеми тонкостями осуществления процедуры.

В законодательной и финансовой практике выделяют три вида несостоятельности:

- 1) реальное банкротство юридического лица;
- 2) техническую несостоятельность предприятия;
- 3) криминальное банкротство коммерческих организаций.

*Реальное банкротство* юридического лица представляет собой полную неспособность коммерческой организации контролировать свое финансовое положение. Отсутствует возможность возобновления нормальной работы хозяйствующего субъекта, происходит потеря денежных средств. При потере значительной доли оборотного капитала предприятие уже не в состоянии нормально функционировать, по этой причине нарушается платежеспособность. В таком случае предприятие вынуждено объявить себя банкротом.

*Техническая несостоятельность* обусловлена неплатежеспособностью предприятия, которая вызвана значительной просрочкой дебиторской задолженности. В данной ситуации размер задолженности перед предприятием превышает размер его собственной кредиторской задолженности, т. е. сумма активов юридического лица значительно больше, чем размер его финансовых обязательств. Такой вид несостоятельности при эффективном антикризисном управлении не приведет к реальному банкротству.

Под *криминальным банкротством* имеется в виду неправомерное присво-

ение имущества организации. В современных отечественных реалиях процесс банкротства не является естественным процессом, как в развитых странах, и может выступать одним из видов криминального бизнеса.

Классификация несостоятельности возможна и на основании причин, которые ее вызвали:

1) банкротство бизнеса. Несостоятельность обусловлена неэффективным управлением компанией или слабой маркетинговой стратегией;

2) несостоятельность владельца, которая связана с нехваткой инвестиционных ресурсов, нужных для дальнейшего осуществления и расширения хозяйственной деятельности предприятия;

3) банкротство производства. В основном банкротству способствуют первые две причины. Тем не менее список возможных проблем значительно шире и включает устаревшее оборудование, жесткую конкуренцию и несвоевременное перепрофилирование производства;

4) недобросовестный менеджмент, т. е. злостное уклонение руководства компании от выполнения своих обязательств.

В заключение хочется отметить, что успехи и неудачи предприятия следует рассматривать как взаимодействие целого ряда факторов – внешних (на которые оно не может повлиять) и внутренних (которые, как правило, зависят от организации работы самого предприятия).

Способность компании адаптироваться к изменению внешних (социальных) и внутренних (технологических) факторов является гарантией не только ее выживания, но и процветания.

В нашем меняющемся мире проблема банкротства предприятий не сильно тревожит управляющих, что должно настораживать. Это связано с тем, что данное явление перестает быть таким массовым, как некоторое время назад, когда

каждое третье предприятие находилось в предкризисном состоянии. Поэтому проблема разработки эффективных методик прогнозирования банкротства носит актуальный характер. Диагностирование вероятности банкротства предприятия позволяет руководителю (финансовому директору) своевременно выявлять необходимость разработки мероприятий по финансовому оздоровлению для предотвращения запуска формальных процедур банкротства.

На первом месте сейчас стоит вопрос эффективного антикризисного управления с ориентацией на дальнейшее развитие бизнеса. Актуальной задачей антикризисного управления в подобных обстоятельствах является своевременное и эффективное применение соответствующих методов для поддержания финансовой стабильности предприятия при любых изменениях в рыночной и экономической среде. В связи с этим необходимо работать над усовершенствованием аналитического инструментария прогнозирования банкротства. Кроме того, на наш взгляд, следует применять математические модели и методы, чтобы на ранней стадии выявлять тенденции ухудшения финансового состояния предприятия, ведущие к банкротству, и вовремя разрабатывать комплекс мер по финансовому оздоровлению, поскольку аналитики не могут с достаточной точностью определить, в какой степени предприятие близко к несостоятельности и какие мероприятия необходимо выполнить для своевременного исправления сложившейся ситуации.

Конечно, бороться с кризисом, имеющим национальные масштабы, отдельному малому или среднему предприятию не по силам, но проведение им гибкой финансовой политики, направленной на нейтрализацию банкротства, способно значительно смягчить негативные последствия общего спада в экономике страны.

**Цитированная литература**

1. Литвиненко В.С., Целовальникова О.Б. Прогнозирование банкротства как инструмент эффективного финансового управления предприятием // Актуальные вопросы образования и науки. – 2017. – № 3(61). – С. 63–66.

2. Савицкая Г.В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия. – 4-е изд., перераб. и доп. – Минск: Новое знание, 2000. – 688 с.

3. Закон ПМР от 28 ноября 1995 г. «О несостоятельности (банкротстве) предприятий» (СЗМР 95-4) с изменениями и дополнениями, внесенными законами Приднестровской

Молдавской Республики от 31 мая 1999 г. № 164-ЗД (СЗМР 99-2); от 10 июля 2002 г. № 152-ЗИД-III (САЗ 02-28); от 2 ноября 2004 г. № 485-ЗИД-III (САЗ 04-45).

4. Аймурзина Б.Т., Берстембаева Р.К., Мукашева Г.М. Совершенствование форм и методов антикризисного управления предприятием при угрозе банкротства // Путь науки. – 2015. – № 3(13). – С. 54–56.

5. Еньков А.Ю. Саморегулирование бизнеса в России: государство передает предпринимателям функции допуска на рынок // Антикризисное и внешнее управление. – 2009. – № 4. – С. 43–45.

УДК 657

## ПРИНЦИП СИСТЕМНОСТИ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ АНАЛИЗА ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТОРГОВЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Ю.И. Кротенко, А.А. Гаина

*Изложены подходы к принципу системности управления процессом анализа. Описано содержание основных элементов системы учета и анализа на торговых предприятиях. Предложены рекомендации по развитию системного подхода к процессу управления анализом финансово-хозяйственной деятельности в торговле.*

**Ключевые слова:** анализ деятельности, управление предприятием, системность в управлении, торговля.

## PRINCIPLE OF SYSTEMATIZATION IN THE MANAGEMENT OF THE ANALYSIS PROCESS OF FINANCIAL AND ECONOMIC ACTIVITIES OF COMMERCIAL ENTERPRISES

Yu.I. Krotenko, A.A. Gaina

*The article presents the main approaches to the principle of the systemic management of the analysis process. The content of the main elements of the accounting and analysis system at trading enterprises is described. The recommendations are offered on the development of a systematic approach to the process of managing of the analysis of financial and economic activities in trade.*

**Keywords:** activity analysis, enterprise management, systemic management, trade.

В условиях функционирования современных экономических агентов повышается роль и значение системного подхода ко всем компонентам деятельности предприятий во всех отраслях экономики. Ры-

ночные отношения требуют применения в хозяйственной практике широкого спектра аналитических механизмов, объединенных в общую систему. Однако в реальности аналитическая работа и системность в

ее осуществлении часто не являются приоритетом в деятельности управленческих кадров (менеджеров), особенно на торговых предприятиях.

Сегодня одним из важнейших требований эффективного функционирования экономической системы выступает рациональное управление информационными потоками как главным стратегическим ресурсом. Функциональные компоненты системы управления формируются как совокупность планирования, организации, координации, учета и контроля и преломляются в специфическом виде деятельности – комплексном анализе финансово-хозяйственной деятельности предприятия.

В современных управляющей и управляемой системах важная роль отводится комплексному подходу к проблеме обеспечения учетных функций и соответственно созданию объективной базы для обратной связи, процесса принятия управленческих решений и реализации всего комплекса функций и методов управления (менеджмента). Вместе с тем в экономической теории и, как следствие, в практике существуют разные точки зрения на определение элементов системы учета. Так, В.В. Романов выделяет четыре вида учета: статистический, оперативный, бухгалтерский и налоговый. При этом в понимании автора налоговый учет – это «упорядоченная система сбора, регистрации и обобщения экономической информации для начисления налоговых обязательств хозяйствующих субъектов и контроля за выполнением этих обязательств» [1, с.130]. По нашему мнению, налоговый учет является важным элементом учетной системы предприятия. Однако он находит отражение во всех основных видах учета (оперативном, бухгалтерском и статистическом) и в такой авторской трактовке не может быть отнесен к самостоятельным элементам учетной системы.

Определяющую методологическую роль в системе комплексного учета, кон-

троля и анализа играет статистическая подсистема. Именно в статистике данные массовых наблюдений обобщаются за счет использования информации оперативного и бухгалтерского учета, а также информации, полученной с помощью специальных, присущих только статистике приемов и методов. При этом комплексное, целостное статистическое исследование как системный процесс включает в себя сбор данных (различные виды статистических наблюдений, данных печатных и электронных средств массовой информации, в том числе социальных сетей и блогов), обобщение (сводку и группировку собранных информационных массивов), представление (в табличном или графическом виде), анализ (динамических и вариационных рядов, структуры и структурных сдвигов, индексный метод, методы сравнения и корреляционно-регрессионный, многомерный статистический анализ) и интерпретацию числовых данных.

Эффективность функционирования этой триединой системы учета обусловлена обеспечением статистически организованным оперативным и бухгалтерским учетом.

Для обеспечения информационной базы эффективного функционирования системы аналитического учета, контроля и анализа производственно-хозяйственной деятельности предприятия необходимо вести сплошной и непрерывный учет всех совершаемых хозяйственных операций. В условиях масштабной и многономенклатурной деятельности, какой, в частности, является торговля, сплошной и непрерывный характер учета и аналитической обработки информации в наилучшей степени достигается с помощью электронных систем учета, хранения и обработки информации. Одно из ведущих мест среди программных продуктов по автоматизации деятельности на предприятиях в странах СНГ занимает система программ «1С: Предприятие».

Организация «1С» основана в 1991 г. Изначально ее целью была провозглашена

автоматизация бухгалтерского и управленческого учета (включая начисление зарплаты и управление кадрами). Однако со временем применение продукта вышло за рамки решения собственно бухгалтерских задач.

Были выпущены версии «1С: Бухгалтерия» для DOS (3.0, 4.0, 5.0), затем «1С: Бухгалтерия» для Windows 1.0 (1.1) и более продвинутые «1С: Бухгалтерия 6.0, 7.x (7.0, 7.5, 7.7) и 8.x». Основные этапы внедрения современной версии 8.x представлены ниже:

- 14.08.2002 г. – выпущена «1С: Предприятие 8.0 ознакомительная версия»;
- 31.07.2003 г. – первое тиражное решение «1С: Предприятие 8.0. Управление торговлей»;
- 25.09.2009 г. – окончательная версия 8.2.9;
- 26.05.2010 г. – обновление платформы 8.2.11;
- 05.06.2017 г. – опубликована последняя версия – 8.3.10.2299.

Современная система программ «1С: Предприятие» предназначена для автоматизации управления и учета на предприятиях. Она включает решения для комплексной автоматизации производственных, торговых и сервисных предприятий, продукты для управления финансами, ведения бухгалтерского учета («1С: Бухгалтерия»), расчета зарплаты и управления кадрами и другие возможности для организаций с учетом отраслевых особенностей и специальных требований.

В 2002 г. за создание и внедрение в отраслях экономики коллективу разработчиков системы программ «1С: Предприятие» была присуждена премия Правительства РФ в области науки и техники [2]. «1С» работает с пользователями через партнерскую сеть, охватывающую 25 стран, 600 городов и около 10 000 партнеров [3].

В справочнике «Внедренные решения» на базе системы программ «1С: Предприятие», составленном на основе только

добровольной регистрации пользователей, содержится около 900 тыс. описаний [4]. Программы на базе системы «1С: Предприятие» внедрены в таких отраслях, как:

- государственное и муниципальное управление, силовые структуры, другие бюджетные учреждения – 516 024 внедрения;
- торговля, склад, логистика, транспорт – 317 510;
- профессиональные услуги – 199 984;
- здравоохранение – 196 764;
- производство, ТЭК – 87 650;
- строительство, девелопмент, ЖКХ – 82 884;
- образование, культура, наука – 48 825;
- общественное питание, гостиничный бизнес, туризм – 25 245;
- финансовый сектор – 11 633;
- сельское и лесное хозяйство – 12 417;
- другие предприятия и организации – 40 012 внедрений.

В целом, как свидетельствует практика, торговля занимает достаточно видное место в применении программных продуктов на базе системы «1С: Предприятие». Это позволяет говорить о наличии значительного сектора потенциальных потребителей инновационных программных продуктов как на базе системы «1С: Предприятие», так и с использованием других программ.

Выбирая продуктовые наборы программ на основе системы «1С: Предприятие», потребители распределяются следующим образом:

- типовые универсальные решения – 736 343 внедрения;
- локализованные решения – 68 030;
- продукты для государственных и автономных учреждений – 57 518;
- отраслевые и специализированные решения – 47 442;
- специализированные технологические продукты – 4028;
- продукты для использования в учебном процессе – 279 внедрений.

Абсолютное большинство (около 80 %) потребителей программ на основе системы «1С: Предприятие» ориентировано на типовые универсальные решения. Это, безусловно, характерно для предприятий торговли с их широкой номенклатурой и сравнительно небольшим бюджетом на внедрение прогрессивных методов и моделей учета и анализа производственно-хозяйственной деятельности.

Приобретаемый потребителями ассортимент программ на основе системы «1С: Предприятие» включает такой набор функций, как:

- документооборот (ЕСМ);
- закупки (снабжение) и управление отношениями с поставщиками;
- различная отраслевая специфика;
- управление бизнес-процессами и ИТ-процессами;
- управление отношениями с клиентами (CRM);
- управление персоналом и кадровый учет (HRM);
- управление продажами, логистикой и транспортом (SFM, WMS, TMS);
- управление проектами и портфелями проектов;
- учет по международным и национальным стандартам;
- финансы, управленческий учет, мониторинг показателей;
- электронное и дистанционное (e-learning) обучение и др. [5].

Большинство из этих функций находят применение в торговой деятельности и позволяют реализовать принцип системности управления деятельностью предприятия на базе применения пакетов прикладных программ, а также повысить качество и эффективность работы торговых предприятий.

Основу для системного анализа финансово-хозяйственной деятельности предприятий формирует учет во всех его видах (формах). При этом принципиальным

требованием к совокупности элементов учетного механизма является его однородность на базе методологии статистического учета. Однако имеют место разночтения в подходах к отдельным аспектам экономической деятельности. В частности, в странах СНГ и Приднестровье наблюдается несопоставимость нормативной базы учета и отчетности. Это в первую очередь вызвано национальными особенностями учета и отчетности, различием в используемых формах бухгалтерской и статистической отчетности. Например, в Молдове действует Классификатор видов экономической деятельности, полностью адаптированный к классификатору Евросоюза и содержащий четыре уровня иерархии, в то время как общероссийский классификатор базируется на шестиуровневой группировке видов экономической деятельности. В России, Молдове и других странах применяется налог на добавленную стоимость (НДС), а в Приднестровье нет такого налога. Также в нашей республике отсутствует система национальных счетов и связанные с ней механизмы учета и анализа. В СНГ система национальных счетов была внедрена около 20 лет назад.

Определенные проблемы в классификации информационного обеспечения учета и анализа возникают при группировке показателей хозяйственной деятельности. Встречаются как трех-, так и четырехвидовые группировки показателей. В частности, в Электронной энциклопедии экономиста выделяются три вида измерителей: натуральные, трудовые, денежные [6]. При этом отсутствует группа условно-натуральных показателей (измерителей). В результате вне классификации учета и анализа оказываются такие измерители, как л. с. (лошадиные силы на транспорте), кВт·ч (киловатт-часы в энергетике, технике и потреблении электроэнергии), туб и муб (тысячи и миллионы условных банок в консервной промышленности) и др. На наш

взгляд, наиболее соответствующей современному подходу к теории учета и анализа является четырехгрупповая классификация показателей, предлагаемая Ю.И. Кротенко: натуральные, условно-натуральные, стоимостные и трудовые измерители [5, с. 98].

По нашему мнению, в целях обеспечения качественного анализа деятельности торгового предприятия в зависимости от срока фиксирования информации горизонт (плановый, отчетный, средний) следует разделять на часовой, сменный, суточный, недельный (пяти-шестидневный), декадный, месячный, квартальный, полугодовой, за девять месяцев и годовой. Мы считаем неверным и не соответствующим задачам системного подхода использование периодичности, предлагаемой Энциклопедией экономиста (дневная, суточная, декадная, месячная, квартальная, полугодовая, за девять месяцев, годовая) [6]. Нецелесообразно также замыкать данную периодичность только на плановую информацию, как это представлено в энциклопедии.

Столь многообразная периодизация учета и анализа, безусловно, под силу лишь информационно-вычислительным системам, без использования которых сбор, обработка, хранение и анализ информационных потоков сегодня неэффективен, а в перспективе будет невозможен.

## Выводы

Принцип системности (комплексности) является одним из ведущих в процессе управления финансово-хозяйственной деятельностью предприятия. Важно, чтобы системность охватывала все элементы технологической цепочки компании, все стадии и уровни управленческой иерархии.

Практика свидетельствует, что аналитической работе, управлению ею (планированию, организации, координации, стимулированию, контролю) и системному

подходу к анализу на предприятиях уделяется меньше внимания, чем другим аспектам хозяйственной деятельности. Особенно значительные проблемы наблюдаются на предприятиях торговли.

Для обеспечения системного, комплексного характера учетной, аналитической и контрольной деятельности в торговых организациях необходимо осуществить их повсеместный переход на использование пакетов прикладных программ, аналогичных применяемым в «1С-Предприятие», версия 8.x.

Следует разработать и реализовать комплекс мер по повышению квалификации управленческого персонала торговых компаний в области аналитических навыков, системного подхода к управлению предприятиями (особенно малыми) и др.

## Цитированная литература

1. Романов В.В. Судебная бухгалтерия. Краткий курс [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://w.w.twiRX.com/tile/814826>
2. Постановление Правительства РФ от 21 марта 2002 г. «О присуждении Премий Правительства РФ 2001 года в области науки и техники и присвоении звания “Лауреат премии Правительства Российской Федерации в области науки и техники”» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://government.ru/2002/03/25/1017043655.html>
3. Фирма 1С. О фирме [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://1c.ru/rus/firm1c/firm1c.htm>
4. Кротенко Ю.И. Основы статистики и социально-экономическая статистика. – Кишинев: УИЯМБ. 1999. – 98 с.
5. Фирма 1С: Справочник «Внедренные решения» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://1c.ru/rus/partners/solutions/>
6. Энциклопедия экономиста. Бухгалтерский учет. Понятие об учете, его роли и значении в системе управления экономикой [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.grandars.ru>

## МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ АУДИТА УЧЕТНОЙ ПОЛИТИКИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СУБЪЕКТА

*А.Г. Куляк*

*Обоснована актуальность проведения аудита учетной политики экономического субъекта. Обозначены цель, задачи и особенности, а также этапы и методика проведения аудита учетной политики коммерческой организации.*

**Ключевые слова:** *учетная политика, план аудита учетной политики, программа аудита учетной политики, особенности аудита учетной политики, достоверность бухгалтерской (финансовой) отчетности, рабочий документ аудитора, отчет аудитора.*

## METHODOLOGY OF AUDIT OF ACCOUNTING POLICY OF AN ECONOMIC SUBJECT

*A.G. Kuliak*

*The actuality of audit of accounting policy of an economic subject is proved. The purpose, tasks and peculiarities of audit of accounting policy of a commercial organization are indicated. The stages and methodology of audit of accounting policy are described.*

**Keywords:** *accounting policy, audit plan of accounting policy, audit program of accounting policy, peculiarities of audit of accounting policy, reliability of accounting (financial) statements, working document of auditor, report of auditor.*

Сегодня в процессе проведения всех видов проверок (налоговой, аудиторской, ревизионной, судебно-бухгалтерской) значительное внимание уделяется учетной политике и следованию ее тезисам. В современной экономической ситуации для успешного развития и осуществления своей деятельности любой хозяйствующий субъект должен иметь эффективно функционирующую учетную политику. Она является одним из главных средств формирования основных показателей деятельности предприятия, налогового планирования, ценовой политики [1].

Определить правильность и достоверность отражения в бухгалтерском учете всех операций призван аудит учетной политики предприятия.

Цель исследования заключается в определении цели, задач, методики проведения аудита учетной политики, его особенностей в коммерческих организациях,

описании основных этапов аудита для совершенствования его проведения.

При аудите экономического субъекта с целью подтверждения достоверности его финансовой отчетности проверяется соблюдение учетной политики, учрежденной на проверяемый отрезок времени, как правило это финансовый год. Аудитор, прежде чем сформировать окончательное мнение в целом по финансовой отчетности, обязательно составляет часть аудиторского отчета, касающуюся содержания, применения и эффективности принятой на проверяемый отчетный период учетной политики.

В аудиторском заключении должно указываться, что проверка охватывала оценку соблюдения правил бухгалтерского учета, применяемых при формировании бухгалтерской отчетности. То есть при подготовке заключительного вывода аудитор должен оценивать аргументированность учетной политики, реализуемой организацией.

*Целью аудита учетной политики* является установление соответствия закрепленных в учетной политике экономического субъекта методов и способов ведения бухгалтерского учета действующим нормативным актам ПМР и их последовательное применение для формирования мнения о достоверности бухгалтерской (финансовой) отчетности.

*Задачами аудита учетной политики* являются:

- 1) изучение системы организации бухгалтерского учета;
- 2) установление соответствия формы организации учета объемам и специфике деятельности организации;
- 3) установление соответствия организационной структуре системе управления организации;
- 4) проверка наличия и состава распорядительных документов по учетной политике;
- 5) проверка рациональности систем документации и документооборота;
- 6) проверка легитимности применяемых способов и методов ведения бухгалтерского учета;
- 7) оценка эффективности учетной политики организации.

*Методика проведения аудита учетной политики* включает:

- проверку структуры приказа об учетной политике аудируемого предприятия;
- проверку соответствия выбранных аудируемым предприятием методов оценки учета активов и обязательств действующим стандартам бухгалтерского учета (СБУ);
- проверку непрерывности деятельности предприятия, последовательности применения учетной политики, а также соблюдения допущений имущественной обособленности;
- проверку правомерности внесения изменений в учетную политику.

Одним словом, при помощи аудита учетной политики можно выявить, насколько принятая руководством аудируемой организации учетная политика соответствует целям бизнеса в проверяемом периоде.

В качестве основных особенностей аудита учетной политики коммерческой организации необходимо выделить следующие:

1. При проведении комплексной аудиторской проверки аудит учетной политики – это первый раздел в плане и программе аудита.

2. При аудите учетной политики аудитор опирается на действующее в ПМР законодательство в области бухгалтерского учета и отчетности, а также на требования Международных стандартов финансовой отчетности (МСФО).

3. В коммерческой организации могут быть разработаны собственные внутренние стандарты экономического субъекта, которые детализируют требования действующего законодательства применительно к специфике организации, а также регламентируют направления деятельности предприятия, не закрепленные в приднестровском законодательстве (например, детализированная методика ведения раздельного учета).

4. Огромное значение при аудите учетной политики имеет отраслевая специфика (производство, торговля, строительство, сельское хозяйство, услуги и т. д.) коммерческого предприятия, которая оказывает существенное влияние на организацию бухгалтерского учета.

5. Коммерческие организации очень часто сочетают виды экономической деятельности, и аудитору следует это учитывать. В учетной политике должна быть четко отражена применяемая экономическим субъектом методика раздельного учета.

6. Процесс аудита учетной политики зависит от того, какая услуга оказывается аудиторской организацией, поскольку

в настоящее время на практике все чаще аудит рассматривается в узком и широком его понимании.

Исходя из перечисленных особенностей для достижения основной цели аудита учетной политики аудитор должен грамотно спланировать проведение проверки [2]. Для этого он определяет формы и методы аудита в соответствии с международными и внутрифирменными стандартами аудита [3].

Аудиторская проверка включает несколько основных этапов.

**1-й этап. Подготовительный (предварительный).** На данном этапе происходит знакомство аудитора с клиентом. Аудитор должен получить максимально полную и правдивую информацию о деятельности потенциального заказчика. Это необходимо, в первую очередь, для оценки возможности исполнения заказа (наличие квалифицированных кадров в компании либо привлечение со стороны), расчета временных и материальных затрат на проведение аудита.

Грамотный аудитор постоянно работает над тем, чтобы максимально сократить

время проверки, не снижая при этом ее качества. Одним из наиболее эффективных путей решения данной проблемы является выработка четкого алгоритма предварительного сбора информации об экономическом субъекте, которая вносится в рабочую таблицу аудитора. Для проверки учетной политики рекомендуем использовать рабочую таблицу «Характеристика экономического субъекта» (табл. 1).

Данная информация необходима для определения объема аудита, возможных рисков и соответственно стоимости аудиторской проверки.

Кроме того, на предварительном этапе для установления достоверности отчетности во всех существенных отношениях аудитор проводит расчет количественного значения уровня существенности по данным бухгалтерской отчетности аудируемой компании.

Далее аудитор направляет в адрес предполагаемой аудируемой компании письмо-обязательство о проведении аудита. Форма и содержание письма определяются особенностями предстоящей аудиторской проверки.

Таблица 1

Характеристика экономического субъекта

№	Сведения об экономическом субъекте	Описание экономического субъекта
1	Региональные и отраслевые особенности деятельности клиента (географические, экономические, налоговые условия региона)	
2	Финансовое положение клиента (платежеспособность, возможности преодоления экономического кризиса)	
3	Организационные и технологические особенности деятельности клиента (для понимания формирования себестоимости выпускаемой продукции)	
4	Информация об уровне квалификации сотрудников, отвечающих за формирование бухгалтерской (финансовой) отчетности	
5	Уровень автоматизации учетных процессов (какая бухгалтерская либо управленческая компьютерная система используется для бухгалтерского учета)	
6	Деятельность клиента на рынке ценных бумаг (операции с финансовыми векселями, акциями)	
7	Организация системы внутреннего контроля	
8	Информация о финансовых обязательствах клиента	
9	Материалы судебных разбирательств, в которых участвует клиент	

В конечном итоге аудитор и руководство аудируемой компании должны достичь определенных договоренностей в части условий проведения аудита. Согласованные условия отражаются в договоре.

**2-й этап. Планирование.** Для того чтобы в установленные сроки качественно провести аудиторскую проверку клиента, необходимо составить продуманный план предстоящих работ.

Планирование аудита – трудоемкий процесс, который может занимать до 20 % общего времени, затраченного на проверку.

Важно отметить, что данный этап включает в себя:

- предварительное планирование аудита;
- подготовку и составление общего плана аудита;
- подготовку и составление программы аудиторской проверки.

При разработке общего плана аудита следует принимать во внимание особенности деятельности аудируемого предприятия, систему бухгалтерского учета, наличие сложных областей бухгалтерского учета (например, подготовка оценочных показателей) и систему внутреннего контроля, риск и существенность, временные затраты в зависимости от объема операций и уровня автоматизации бухгалтерского учета, необходимость в привлечении экспертов.

На этапе планирования разрабатывается график проведения проверки (по согласованию с аудируемой компанией), формируется состав специалистов, входящих в аудиторскую группу.

Затем разрабатывается программа аудита, в которой учитывается характер,

временные рамки и объем запланированных аудиторских процедур. В программу аудита включаются проверяемые задачи финансовой (бухгалтерской) отчетности и время, запланированное на выполнение процедуры аудита. Рекомендуемая форма программы аудита учетной политики представлена в табл. 2.

На основе приведенной информации по каждому разделу аудиторской проверки аудитор составляет расчет влияния выявленных в процессе аудита отклонений на достоверность учетной политики экономического субъекта. Все данные отражаются в аудиторском отчете и являются отправной точкой для формирования аудиторского заключения (объективного мнения аудитора о достоверности проверяемой учетной политики предприятия). По каждому разделу программы аудиторской проверки аудитор фиксирует выводы в рабочих документах.

Общий план аудита и соответствующая ему программа аудита могут по мере необходимости уточняться и пересматриваться.

**3-й этап. Проведение аудита.** Проведение аудита включает сбор, оценку и анализ аудиторских доказательств, касающихся деятельности аудируемого экономического субъекта. Аудит проводится на основе международных и разработанных внутрифирменных стандартов аудита, в которых содержатся процедуры и приемы аудиторской проверки. При этом используются такие методы сбора информации, как пересчет, осмотр, подтверждение, устный опрос, инспектирование, аналитические процедуры.

Целью применения аналитических процедур является выявление наличия

Таблица 2

Рекомендуемая форма программы аудита учетной политики

№	Наименование раздела или участка учетной политики	Код участка учетной политики	Тематика раскрываемой информации	Процедуры получения аудиторских доказательств	Номер рабочего документа

или отсутствия необычных или неверно отраженных фактов, требующих особого внимания аудитора.

В рабочем документе аудитора касательно оценки и анализа учетной политики рекомендуется рассмотреть следующие вопросы:

*1. В части проверки организационного аспекта:*

– Каков порядок организации бухгалтерского учета?

– Какой тип структуры бухгалтерии имеет место на предприятии (в случае если учет ведет отдельное структурное подразделение)?

– Какими нормативными актами регулируется работа бухгалтерского отдела?

– Имеется ли приказ об учетной политике?

– Определены ли лица, располагающие правом подписи первичных документов?

– Очерчен ли круг лиц, отвечающих за сохранение документации?

– Имеются ли договоры о материальной ответственности с сотрудниками?

– Имеет ли предприятие структурные подразделения на отдельном балансе?

*2. В части проверки методологического аспекта:*

– Определены ли единицы признания основных средств?

– Определен ли порядок оценки основных средств после первоначального признания?

– Закреплен ли порядок переоценки амортизации после переоценки основных средств?

– Закреплены ли и каковы способы оценки основных средств и нематериальных активов?

– Закреплены ли и каковы способы начисления амортизации основных средств и нематериальных активов?

– Прописан ли учет затрат на ремонт основных средств?

– Прописан ли порядок анализа основных средств и нематериальных активов на предмет их обесценения?

– Каков порядок оценки актива, классифицируемого как предназначенный для продажи?

– Прописан ли порядок реклассификации инвестиционной недвижимости?

– Каков порядок оценки инвестиционной недвижимости после первоначального признания?

– Как осуществляется оценка и отображается в учете закупка и заготовка материальных запасов?

– Как оцениваются отпущенные в производство материалы?

– Какие методы калькулирования себестоимости продукции применяются?

– Закреплен(ы) ли способ(ы) калькулирования себестоимости единицы продукции (работ, услуг)?

– Каков порядок и база распределения косвенных затрат?

– Как организуется сводный учет затрат на производство?

– Как учитывается готовая продукция при заготовке и складировании?

– Каков порядок оценки товаров?

– Как осуществляется оценка незавершенного производства?

– Какой метод создания резерва по сомнительным долгам применяется?

– Утверждено ли положение о формировании резервов?

*3. В части проверки технического аспекта:*

– Какая форма бухгалтерского учета применяется?

– Учрежден ли рабочий план счетов?

– Установлен ли график документооборота?

– Определен ли инвентаризационный порядок?

– Утверждены ли формы нестандартной первичной документации?

– Как обрабатываются учетные данные?

– Какая бухгалтерская программа используется (при автоматизированной форме бухгалтерского учета)?

4. В части проверки налогового аспекта:

– Каков порядок учета запасов для целей налогообложения?

– Каков порядок списания коммерческих и общеадминистративных расходов для формирования расходов?

– Какие способы формирования налоговой базы применяются?

А также иные значимые вопросы.

Источниками информации для получения аудиторских доказательств могут быть: учредительные документы; протоколы заседаний собраний акционеров (учредителей) предприятия; данные оперативного учета; внутренняя (управленческая) отчетность предприятия (за текущий и предыдущий периоды); материалы инвентаризации; рабочие документы аудитора по предыдущим проверкам; документация внутреннего аудита предприятия; приказы, распоряжения руководства предприятия-клиента; данные, полученные в результате устного общения с руководством предприятия; договоры, контракты; информация по результатам опроса и анкетирования; ответы на запросы от третьих незаинтересованных лиц; аналитические данные о показателях финансово-хозяйственной деятельности предприятия за несколько лет; финансовые (небухгалтерские) отчеты (отчеты директора, председателя правления, экономический обзор деятельности предприятия и т. д.); данные сравнительного анализа результатов финансово-хозяйственной деятельности предприятия-клиента с показателями других предприятий отрасли; коммерческие газеты и журналы (наличие признаков неплатежеспособности); обзор общего положения экономики; материалы арбитражных и судебных дел, рекламации, претен-

зии; статистические данные; информация юриста предприятия-клиента; результаты проведенных экспертиз и экспериментов; регистры бухгалтерского учета, журналы, книги, сведения; финансовая (бухгалтерская) отчетность за текущий период.

Аудитор должен оценить закрепленные в учетной политике методы учета в плане их влияния на формирование полной и достоверной отчетности, объективно описывающей свойства и финансовое положение компании [4]. Если выявленные недостатки в разработке и реализации политики в области учета, по мнению проверяющего, искажают реальную картину, он должен воздержаться от безоговорочно положительного аудиторского заключения.

При проверке соблюдения учетной политики аудитору необходимо обратить особое внимание на его постоянство в течение относительно длительного времени, по крайней мере на протяжении нескольких отчетных периодов. Если предприятие по тем или иным причинам решит изменить учетную политику, оно должно провести инвентаризацию активов, по которым изменится оценка или возможность погашения их стоимости, определить разницу и отразить ее в бухгалтерском учете [5]. Все эти процессы должны быть закреплены приказом директора. Аудитор проверяет данный документ, высказывает свое мнение о его обоснованности и соответствии.

**4-й этап. Заключительный. Составление аудиторского отчета.** По завершении аудиторской проверки у аудитора формируется мнение относительно проверки учетной политики, которое фиксируется в рабочем документе аудитора и в отчете аудитора. В этих документах обосновываются итоги проверки основных аспектов учетной политики.

Таким образом, представленные этапы проведения аудита учетной политики позволят получить достаточную степень уверенности в соблюдении или несоблю-

дении основополагающих допущений и требований при ведении учета и формировании отчетности аудируемого субъекта, что обеспечит высокое качество проведения аудиторских проверок и максимально объективное аудиторское заключение.

### Цитированная литература

1. Стасюк Т.П. Внутренний аудит учетной политики предприятия // Вестник Приднестр. ун-та. Сер.: Физ.-мат. и техн. науки. – 2013. – № 3. – С. 142–145.

2. Щеульникова Л.Ю., Клюкина Г.А. Особенности аудита изменений, вносимых в

учетную политику аудируемого лица // Вестник Международной академии системных исследований. Информатика, экология, экономика. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 87–92.

3. Романова И.Б., Ермишина О.Ф. Современные подходы к проведению аудита учетной политики предприятия // Поволжский педагогический поиск. – 2012. – № 2(2). – С. 153–157.

4. Богдашкин Ю.Н. Методика аудита учетной политики // Вестник Волжского университета им. В.Н. Тагитцева. – 2014. – № 1(30). – С. 57–66.

5. Камилова Э.Р., Яруллина Л.И. Планирование социального аудита // Результаты научных исследований: сб. статей Междунар. науч.-практ. конф. / отв. ред.: А.А. Сукиасян. – Уфа, 2016. – С. 57–60.

УДК 657

## МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ КРЕДИТНОЙ ПОЛИТИКИ ПРЕДПРИЯТИЯ В РАМКАХ СОПУТСТВУЮЩИХ АУДИТУ УСЛУГ И УСЛУГ ФИНАНСОВОГО КОНСАЛТИНГА

*Т.П. Стасюк, Н.В. Данич*

*Обоснована значимость построения и необходимость применения грамотной и экономически эффективной кредитной политики в системе финансового управления и управленческого учета экономических субъектов. Разработана схема формирования кредитной политики на основе ранжирования дебиторов по категориям риска и присвоения каждому из них рейтинговой оценки, которая может применяться в качестве сопутствующих аудиту услуг и услуг финансового консалтинга.*

**Ключевые слова:** кредитная политика, дебиторская задолженность, дебиторы, факторы риска, риск-ориентированный подход, рейтинг дебиторов.

## METHODOLOGY OF FORMATION OF CREDIT POLICY OF AN ENTERPRISE IN THE FRAMEWORK OF ATTENDANT AUDIT SERVICES AND SERVICES OF FINANCIAL CONSULTING

*T.P. Stasuk, N.V. Danich*

*The article justified the significance of the construction and the necessity of applying of competent and economically effective credit policy in the system of financial management and management accounting of economic entities. A scheme for forming of credit policy based on the ranking of debtors according to risk categories and assigning a rating to each of them has been developed, which can be used as financial consulting services and services that accompany audit.*

**Keywords:** credit policy, accounts receivable, debtors, risk factors, risk-oriented approach, debtors' rating.

Сегодня экономическим субъектам необходимо систематически осуществлять мониторинг тех факторов, которые влияют на их финансовое состояние. К такой ситуации привел затянувшийся экономический кризис, в условиях которого надо быть начеку каждую минуту и своевременно принимать грамотные и эффективные управленческие решения.

Одним из факторов, крайне негативно влияющих на финансовое состояние экономических субъектов, является неистребованная вовремя дебиторская задолженность ввиду безграмотной политики коммерческого кредитования. Значительные размеры дебиторской задолженности замедляют ее оборачиваемость, а также оборачиваемость оборотных активов в целом, увеличивают длительность финансового цикла предприятия. К тому же постоянно растущая дебиторская задолженность требует дополнительных источников финансирования деятельности. Ведь нехватка свободных денежных средств при осуществлении хозяйственной деятельности экономическим субъектом зачастую приводит к его банкротству. Ключевым источником притока денежных средств на предприятие являются средства, поступающие от дебиторов, в том числе выручка, получаемая от покупателей и заказчиков, составляющая наибольший удельный вес в общей сумме дебиторской задолженности экономических субъектов. Следовательно, размер дебиторской задолженности необходимо жестко контролировать, не допуская ее роста.

Каждый хозяйствующий субъект предпочел бы реализовывать свои товары или услуги не в кредит, а за реальные деньги здесь и сейчас. Но, к сожалению, в условиях современной конкуренции предприятия вынуждены зачастую предлагать свою продукцию в кредит. Когда товары реализуются, запасы хозяйствующего субъекта сокращаются, таким образом воз-

никает *дебиторская задолженность*, т. е. это те суммы, которые покупатели должны предприятию. Данную задолженность необходимо превратить в денежные средства по истечении определенного времени.

Значимость грамотного управления дебиторской задолженностью заключается в том, что современные методы и мероприятия по стимулированию ликвидации или частичному погашению дебиторской задолженности могут рассматриваться только в контексте разработанной на предприятии *кредитной политики* и являются ее логическим продолжением.

В свою очередь, кредитная политика основывается на формировании кредитного рейтинга покупателей, т. е. определении степени их платежеспособности. Грамотно составленная кредитная политика путем управления возникающей дебиторской задолженностью и приведения ее к оптимальному для предприятия значению позволит компании улучшить свое финансовое состояние [1, с. 55].

В настоящее время коммерческие предприятия республики уделяют недостаточно внимания разработке эффективной кредитной политики, что приводит к задержке платежей от контрагентов, следовательно, замедлению оборачиваемости активов и, как итог, ухудшению финансового положения всей компании. Одна из причин такого явления – отсутствие в системе финансового менеджмента и управленческого учета предприятий ПМР методологии формирования кредитной политики, предполагающей необходимость учета особенностей каждого контрагента в отдельности. Этим и обусловлены актуальность и научная новизна исследования.

Ввиду вышесказанного одной из наиболее востребованных среди сопутствующих аудиту услуг и услуг финансового консалтинга является разработка для компаний-заказчиков грамотной, экономически обоснованной кредитной политики.

Цель исследования заключается в разработке оптимальной методики построения кредитной политики, рекомендуемой для широкого практического применения как аудиторами и финансовыми консультантами, так и большинством предприятий республики.

В организациях Приднестровья модель предоставления коммерческого кредита находится в зачаточном состоянии. Ввиду этого отсутствует должная оценка платежеспособности дебитора, определение размера кредитного лимита для него, разработка системы скидок и штрафов для добросовестных и недобросовестных клиентов.

Определение надежности клиентов должно обеспечиваться с помощью риск-ориентированного подхода (РОП). Он учитывает не только общие, но и индивидуальные риски каждого конкретного заказчика. Обобщенно алгоритм оценки дисциплинированности и надежности дебитора выглядит следующим образом:

- во-первых, определяется значимость каждого фактора в общем кредитном риске;
- во-вторых, находятся показатели факторов риска по каждому дебитору;
- в-третьих, высчитывается общий показатель кредитного рейтинга дебитора и присваивается ему определенная категория.

Третий этап определения кредитного рейтинга является завершающим: здесь необходимо суммировать взвешенные оценки всех факторов риска конкретного клиента:

$$\text{Рейтинг дебитора} = \sum \text{Рейтинг}_i \cdot \text{Вес}_i, \quad (1)$$

где  $\text{Рейтинг}_i$  – рейтинговый балл по каждому фактору совокупного кредитного риска;  $\text{Вес}_i$  – коэффициент значимости факторов совокупного кредитного риска [2, с. 25].

Следует отметить, что набор факторов совокупного кредитного риска может быть индивидуальным, но чем больше факторов учитывается, тем точнее будет итоговый показатель. Ниже приводятся

рекомендуемые факторы, универсальные для любого предприятия.

**1. Региональный риск** – это риск в отношениях с дебиторами из конкретной страны. Он является наиболее важным для тех предприятий, которые ведут экспортную деятельность. Платежеспособность зарубежных клиентов во многом зависит от экономического положения в стране. Для оценки фактора можно воспользоваться данными рейтинговых агентств необходимых стран.

**2. Правовой риск** обычно напрямую связан с длительностью функционирования юридического лица, ввиду того что в первые три года после создания предприятия вероятность банкротства существенно выше. Это означает, что те организации, которые перешли данный рубеж, более надежны и устойчивы в ведении бизнеса [3, с. 110].

Правовой риск характеризуется тремя показателями:

- $P_1$  – определяется путем умножения максимальных оценок, которые может набрать дебитор;
- $P_2$  – определяется умножением фактически набранных оценок;
- $P_3$  – определяется соотношением суммы набранных баллов к максимально возможным (табл. 1).

После того как значение найдено, дебитору присваивается определенный балл (табл. 2).

**3. Деловой риск** – это риск, напрямую зависящий от сложившейся ситуации на рынке и от положения этого дебитора на нем. Обычно к показателям делового риска относят ассортимент и качество выпускаемой продукции, длительность функционирования дебитора на рынке, уровень чувствительности к сезонным факторам (табл. 3).

В зависимости от того, сколько положительных и сколько отрицательных оценок набрано, составляется табл. 4.

**4. Финансовый риск** – это риск, который обычно связан с низкой ликвидностью клиента, систематическим нарушением его платежной дисциплины, вероятностью банкротства и т. п. Чтобы присвоить рейтинговый балл и тем самым оценить данный вид риска, необходимо рассчитать ряд показателей, таких как коэффициент абсолютной ликвидности, коэффициент срочной ликвидности, коэффициент текущей ликвидности, коэффициент достаточности денежных средств и др. Также помимо привычных финансовых показателей нужно определить средневзвешенный срок старения задолженности дебитора за отчетный период (табл. 5).

Завершающим этапом формирования рейтинга дебиторов является его расчет по формуле (1) и присвоение каждому контрагенту определенной категории (табл. 6).

Когда балл присвоен, руководитель или менеджер может принимать решение о дальнейшем сотрудничестве с клиентом.

В свою очередь, такое же большое значение в процессе формирования кредитной политики компании оказывает разработка **системы кредитных лимитов**. Данную систему иначе называют максимально возможным размером всей дебиторской задолженности.

В теории и практике нашли место два основных подхода к определению лимитов в части разработки кредитной политики: 1) кредитный лимит устанавливается с опорой на статистические данные среднемесячных денежных потоков [4, с. 57]; 2) общий лимит задолженности рассчитывается по предприятию в целом на конкретную дату.

Целесообразно применять второй подход, ввиду того что при его использовании учитываются как особенности каждого конкретного дебитора, так и интересы кредитора. Приведем пример его расчета.

Для начала необходимо найти лимит дебиторской задолженности по предприятию в целом. По сути, это и есть та до-

Таблица 1

Показатели определения юридического риска клиента	
Показатели	Шкала балльных оценок
Организационно-правовая форма	
Физическое лицо	5
Индивидуальный предприниматель	4
ООО	3
ЗАО	2
ОАО	1
Период функционирования контрагента	
До 1 года	5
От 1 года до 5 лет	4
От 5 до 10 лет	3
От 10 до 15 лет	2
От 15 лет и выше	1
Период сотрудничества с контрагентом	
До 1 года	5
От 1 года до 2 лет	4
От 2 до 3 лет	3
От 3 до 5 лет	2
Свыше 5 лет	1
Максимально возможный балл ( $P_1$ )	125
Фактически набранные баллы ( $P_2$ )	
Оценка юридического риска ( $P_3$ ), %	

Таблица 2

Критерии оценки юридического риска клиента	
Критерии оценки, %	Рейтинговый балл
0,8–6,4	1
6,4–21,6	2
21,6–51,2	3
51,2–100,0	4
100	5

ступная сумма источников финансирования дебиторской задолженности, которую предприятие может использовать в определенном периоде:

$$ДЗ_{\text{лим}} = СК + ДО + КО - ВА - З - АВ - КФВ - ДС, \quad (2)$$

где  $ДЗ_{\text{лим}}$  – размер общей дебиторской задолженности; СК – собственный капитал;

## Показатели определения делового риска клиента

Показатель делового риска	Критерий положительной оценки	Критерий отрицательной оценки
Длительность работы дебитора на рынке	Более 3 лет	Менее 3 лет
Доля дебитора на рынке	Дебитор является одним из лидеров рынка	Дебитор не относится к крупнейшим игрокам
Чувствительность дебитора к сезонным факторам	Низкая чувствительность, спрос на продукцию постоянен	Высокая чувствительность, возникают спады деловой активности клиентов
Наличие конкурентов на рынке	Отсутствие крупных конкурентов (доля на рынке свыше 30 %)	Имеется свыше 4 крупных конкурентов
Качество продукции	Лучше, чем у конкурентов	Хуже, чем у конкурентов
Ассортимент продукции	Широкий ассортиментный перечень, имеются различные направления сбыта	Специализация на единичном, распространенном на рынке виде продукции
Зависимость дебитора от одного покупателя или группы покупателей	Потеря одного или нескольких клиентов не отражается на величине выручки	Потеря одного клиента может привести к серьезным финансовым потерям
Ценовая стратегия	Цены соответствуют среднерыночным	Цены необоснованно выше среднерыночных

Таблица 4

## Критерии оценки делового риска клиента

Критерии оценки	Балльное значение
Положительная оценка по 6–8 из 8 показателей	1
Положительная оценка по 5–6 из 8 показателей	2
Положительная оценка по 4–5 из 8 показателей	3
Положительная оценка по 3–4 из 8 показателей	4
Положительная оценка по 1–3 из 8 показателей	5

Таблица 5

## Показатели определения финансового риска клиента

№	Показатель финансового состояния	Рейтинговый балл				
		1	2	3	4	5
1	Коэффициент абсолютной ликвидности	0,5–0,7	0,4–0,5	0,3–0,4	0,2–0,3	Менее 0,2 – более 0,7
2	Коэффициент срочной ликвидности	1,5–1,7	1,4–1,5	1,3–1,4	1,1–1,3	Менее 1,1 – более 1,7
3	Коэффициент текущей ликвидности	2,0–2,5	1,7–2,0	1,4–1,7	1,1–1,3	Менее 1,1 – более 3,5
4	Коэффициент достаточности денежных средств	15–20 дней	10–15 дней	7–10 дней	5–7 дней	Менее 5 дней – более 20 дней
5	Доля оборотных активов в валюте баланса	0,35–0,7	0,3–0,35	0,25–0,3	0,2–0,25	Менее 0,2 – более 0,7
6	Коэффициент финансовой независимости	0,6–0,8	0,5–0,6	0,4–0,5	0,3–0,4	Менее 0,3 – более 0,8
7	Коэффициент рентабельности продаж	0,15–0,5	0,1–0,15	0,05–0,1	0,01–0,05	Менее 0,01 – более 0,5
8	Средневзвешенный срок старения задолженности дебитора за прошедший отчетный период	Отсутствие просроченной задолженности	До 7 дней	7–45 дней	45–90 дней	Более 90 дней

ДО – долгосрочные обязательства; КО – краткосрочные обязательства; ВА – внеоборотные активы; З – затраты и запасы; АВ – авансы, выданные поставщикам и подрядчикам; КФВ – краткосрочные финансовые вложения; ДС – денежные средства.

Далее общий лимит распределяется среди дебиторов в соответствии с их рейтингом надежности:

$$ДЗ_{\text{лим}_i} = ДЗ_{\text{лим}} \cdot ДЗ_{\text{выр}_i} \cdot K_n, \quad (3)$$

где  $ДЗ_{\text{лим}_i}$  – лимит дебиторской задолженности для  $i$ -го клиента;  $ДЗ_{\text{выр}_i}$  – доля  $i$ -го дебитора в выручке;  $K_n$  – коэффициент надежности дебитора.

Таким образом, предприятие-кредитор сможет исходя из ранее исчисленного рейтинга определить максимально допустимый размер дебиторской задолженности для каждого партнера.

Важно отметить, что одним из ключевых элементов кредитной политики предприятия является мотивация дебиторов через призму льготных условий продажи, иначе говоря через *систему скидок*.

Сумма скидки может быть определена как в произвольном процентном соотношении, так и математическим методом. Конечно, математические методы являются наиболее точными инструментами для расчета данных сумм. Приведем один из распространенных вариантов расчета:

$$D_{\text{max}} = P_{\text{баз}} - C - (P_{\text{баз}} - C) \cdot \frac{Q_{\text{min}}}{Q_{\text{зак}}}, \quad (4)$$

где  $D_{\text{max}}$  – максимальный размер скидки;  $P_{\text{баз}}$  – базовая цена без учета скидок;  $C$  – себестоимость единицы продукции;  $Q_{\text{min}}$  – минимальный размер партии;  $Q_{\text{зак}}$  – объем партии, заказанной покупателем.

Данный метод расчета суммы скидки универсален и может быть применен к любому дебитору, что будет стимулировать его вовремя оплачивать отгруженную продукцию [5, с. 10].

Таблица 6

**Категория дебиторов  
в соответствии с рейтингом**

Рейтинг дебитора	Категория дебитора
1,00–1,99	Стратегические партнеры
2,00–2,99	VIP-клиенты
3,00–3,99	Постоянные клиенты
4,00–4,99	Новые эффективные клиенты
5,00	Новые малоэффективные клиенты

Помимо системы скидок кредитная политика предполагает *систему санкций* в виде штрафов. Штрафы и санкции позволяют ускорить приток денежных средств, а также снизить риск появления просроченных задолженностей клиентов.

Чтобы разработать систему штрафов, необходимо определить такие показатели, как:

- платежная дисциплина (ПД) дебитора;
- рейтинг дебитора (РД);
- поправочный коэффициент.

Определение платежной дисциплины дебитора обуславливается наличием у предприятия-кредитора информации о сроках просрочки платежа и размере данной задолженности. На практике чаще всего используется пятибалльная шкала: чем больше размер просрочки и дольше задержка, тем выше балл (табл. 7).

Для расчета поправочного коэффициента необходимо составить сводную таблицу по всем трем элементам (табл. 8).

Итак, когда все необходимые элементы для расчета штрафа найдены, подставим значения в формулу

$$\text{Размер штрафа} = ПД \cdot РД \cdot K_{\text{попр}} \cdot П_{\text{пр}}, \quad (5)$$

где ПД – платежная дисциплина; РД – рейтинг дебитора;  $K_{\text{попр}}$  – поправочный коэффициент;  $П_{\text{пр}_i}$  – суммарный размер просроченной дебиторской задолженности конкретного дебитора.

Модель установления платежной дисциплины клиента

Срок просрочки, дни	Размер просрочки				
	До 5 %	6–20 %	21–50 %	51–100 %	100 %
0–30	1	2	3	4	5
31–60	1	2	3	4	5
61–90	2	2	3	4	5
91–180	2	3	4	4	5
181–365	3	3	4	5	5
365 дней – 3 года	4	4	4	5	5
Свыше 3 лет	5	5	5	5	5

Таблица 8

Сводные данные  
для определения размера штрафа

Платежная дисциплина	Рейтинг дебитора	Поправочный коэффициент
1	1	1
2	2	4
3	3	9
4	4	16
5	5	25

Данный показатель (размер штрафа) определяется в процентах и может положительно подействовать на платежную дисциплину дебитора. Но необходимо отметить, что решение о штрафных санкциях должны принимать компетентные менеджеры, учитывая все нюансы, такие как важность дебитора для компании или причины задержки платежа.

Сложность принятия решений в области управления дебиторской задолженностью обусловлена тем, что специалист должен уметь ориентироваться не только в финансовых и правовых вопросах, но и в маркетинговых, чтобы способствовать успешному развитию бизнеса. Это заставляет грамотно выстраивать отношения с дебиторами, подбирать индивидуальный подход и формировать схему работы с каждым из клиентов. Для реализации данной задачи и необходима система ранжирования дебиторов, система скидок и штрафных санкций.

Таким образом, грамотно разработанная кредитная политика позволяет максимизировать приток денежных средств в организацию, компенсировать риск, принимаемый на себя предприятием при предоставлении отсрочки платежа, т. е. коммерческого кредита, что в конечном счете повышает стоимость компании и благосостояние акционеров. В связи с этим разработка кредитной политики фирмы в целях совершенствования управления дебиторской задолженностью становится особо значимой задачей финансового менеджмента в современных кризисных условиях хозяйствования и занимает ключевое место в составе сопутствующих аудиторских услуг и услуг финансового консалтинга.

### Цитированная литература

1. Стасюк Т.П., Данич Н.В. Актуальность разработки кредитной политики фирмы в рамках сопутствующих аудиторских услуг и услуг финансового консалтинга // Современные аспекты развития финансовой системы Приднестровской Молдавской Республики. – 2017. – 55 с.
2. Старкова Н.А. Финансовый менеджмент: учебное пособие / РГАТА им. П.А. Соловьева. – Рыбинск, 2010. – 172 с.
3. Мормуль Н.Ф., Еникеева С.А. Системный подход к управлению дебиторской задол-

женностью // Экономические и социально-гуманитарные исследования. – 2015. – № 2(6). – С. 109–115.

4. **Илюшин В.Е., Балабаева В.А.** Характеристика ключевых подходов управления дебиторской и кредиторской задолженно-

стью организации / ФГБОУ ВО Мичуринский ГАУ. – 2013.

5. **Заров К.Г.** Оценка экономического эффекта и предоставления коммерческого кредита новому покупателю // Финансовый менеджмент. – 2012. – № 2. – С. 3–12.

УДК 657

## ВНЕДРЕНИЕ СИСТЕМЫ БЮДЖЕТИРОВАНИЯ НА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ КАК ОДНОЙ ИЗ КОМПОНЕНТ КОМПЛЕКСНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНЧЕСКОГО УЧЕТА

*А.В. Дрыгина*

*Обоснована значимость внедрения на производственных предприятиях системы бюджетирования. Раскрыта сущность понятий «бюджет» и «бюджетирование». Выделены этапы создания системы бюджетирования и определены принципы ее функционирования на предприятиях. Дана краткая характеристика ключевых бюджетов. Перечислены внутренние документы, регламентирующие процесс бюджетирования.*

**Ключевые слова:** бюджет, бюджетирование, система бюджетирования, центры финансовой ответственности, планирование, затраты, доходы, локальные нормативные акты, регламентирующие процесс бюджетирования.

## IMPLEMENTATION OF THE SYSTEM OF BUDGETING AT PRODUCTION ENTERPRISES AS ONE OF THE COMPONENTS OF THE INTEGRATED MANAGEMENT SYSTEM

*A.V. Drigina*

*The article justified the significance of implementation of the budgeting system at production enterprises. The essence of the definitions «budget» and «budgeting» is revealed. The stages of budgeting system creation and the principles of its setting at enterprises are determined. A brief description of key budgets is given. Internal documents regulating the process of budgeting are listed.*

**Keywords:** budget, budgeting, budgeting system, financial responsibility centers, planning, costs, revenues, local regulations, regulating the process of budgeting.

Сегодня деятельность предприятий связана с риском и неизвестностью, поскольку рыночные условия хозяйствования зачастую непредсказуемы и непостоянны. Долгосрочное планирование становится бесполезным ввиду быстро меняющейся

ситуации на рынке и сильного влияния экономических и политических факторов. Краткосрочное планирование позволяет точнее определить потребности и возможности предприятий на ближайшее будущее. Эффективное управление затратами

зависит от информационного обеспечения подразделений организаций. Важно не только спланировать затраты, но и контролировать их динамику, определить отклонения нерационального использования ресурсов. Именно поэтому возникает необходимость построения комплексной системы бюджетирования как ключевой компоненты системы управленческого учета любого экономического субъекта.

В настоящее время предприятия не уделяют должного внимания роли бюджетирования в системе управления затратами. А ведь эта система объединяет процессы планирования, учета, контроля, анализа как всего предприятия, так и отдельных его подразделений. Система бюджетирования позволяет планировать затраты, контролировать их, а также выявлять резервы для рационального использования ресурсов.

Сущности бюджетирования и процессу его внедрения в экономических субъектах посвящены труды таких ученых, как О.П. Смирнова, Д.Ю. Быков, П.М. Мансуров, Е.Р. Мухина, О.Е. Иванова и др.

Несмотря на имеющиеся исследования, у практиков возникают вопросы о значимости, содержании и алгоритме построения процесса бюджетирования.

Все изложенные аргументы обуславливают актуальность темы научной работы.

Цель исследования определяется необходимостью построения грамотной системы бюджетирования на производственных предприятиях и выделения этапов ее внедрения, а также описания сущности и содержания операционных бюджетов компании, поскольку экономические субъекты зачастую ощущают нехватку именно оперативной экономической и финансовой информации о своей операционной деятельности, которая помогает принять своевременные управленческие решения по снижению затрат.

Важнейшей составляющей системы управленческого учета, обеспечивающей

аппарат управления предприятия необходимой информацией, является *система бюджетирования*, которая представляет собой совокупность взаимосвязанных процессов планирования, контроля и анализа деятельности как всей компании, так и ее отдельных подразделений с целью разработки и принятия оптимальных управленческих решений [1, с.125].

*Бюджет* – это, прежде всего, финансово-экономический план, содержащий количественные показатели [2, с. 8].

*Бюджет* – документ, в котором цели компании, сформулированные в плане, получают количественное выражение. Другими словами, бюджет показывает, как намеченные цели будут реализовываться [3, с. 20].

Следует обратить внимание на то, что единой модели построения бюджета нет. Для каждой конкретной компании бюджет будет индивидуальным в зависимости от типа предприятия, организационной структуры и особенностей его деятельности. Система бюджетирования выгодна тем предприятиям, у которых эффект от полученных результатов не превышает затрат на ее установку.

Для того чтобы внедрить систему бюджетирования на предприятии, нужно реализовать следующие этапы:

**Первый этап.** Определение целей и задач системы бюджетирования. Следует определить, для чего необходима система бюджетирования на предприятии и каким образом она будет сформирована.

Построение системы бюджетирования может выполняться:

- снизу вверх;
- сверху вниз;
- с использованием двух подходов одновременно.

Система бюджетирования «снизу вверх» применяется на больших предприятиях, у которых есть отделы, участки, цеха. Составление бюджетов по этому

принципу означает сбор и передачу информации от исполнителей подразделений к менеджерам нижнего уровня и затем к руководству предприятия. При этой системе возникает общение между руководителями структурных подразделений. Недостатком является то, что руководители структурных подразделений заинтересованы в получении положительного результата только на своем участке и не учитывают потребности остальных участков.

Система бюджетирования «сверху вниз» применяется на небольших предприятиях и осуществляется на уровне руководства, когда нет надобности в привлечении менеджеров различных уровней. Бюджет по этому принципу составляется на основании целевых показателей, заданных руководством организации. Недостатком является то, что не учитывается мнение руководителей структурных подразделений, поскольку руководство, как правило, не обладает полной информацией о деятельности структурных подразделений, необходимой для бюджетирования.

Использование двух подходов одновременно является лучшим вариантом, поскольку бюджетированием занимается и руководство предприятия, и руководители структурных подразделений, которые разрабатывают бюджеты на основании полученных от руководства указаний для достижения общей цели. Использование этого подхода позволяет учитывать стратегические планы предприятия и его возможности.

На этом же этапе следует определить, кто будет заниматься разработкой бюджетов в организации. В зависимости от размера предприятия и особенностей его деятельности бюджетирование может выполнять либо один человек, либо целый отдел.

В состав бюджетного отдела должны входить руководители всех отделов и подразделений, так как один человек мо-

жет что-то упустить. Возможен вариант, когда составлением бюджета занимается один отдел, а затем уже готовый проект бюджета обсуждается с руководителями всех служб. После совещания в бюджеты вносятся соответствующие коррективы. Принципиально, чтобы за бюджетирование в целом отвечал один специалист, который будет принимать окончательное решение по всем вопросам и разрешать возникающие проблемы. Этот человек не должен просто сидеть у компьютера и сводить цифры в бюджеты. Он должен знать, откуда берутся данные, почему они именно такие, как можно управлять ими, поскольку на нем лежит ответственность за принимаемые решения [3, с. 22].

**Второй этап.** Разработка финансовой структуры с выделением центров финансовой ответственности (ЦФО).

На данном этапе необходимо выделить центры финансовой ответственности и места возникновения затрат. Целесообразно создать центр затрат, центр продаж, центр прибыли и центр инвестиций [4, с. 17].

Определенный центр финансовой ответственности обладает собственными полномочиями, в рамках которых он выполняет свою работу и имеет свой бюджет. Менеджеры ЦФО могут принимать решения в пределах бюджета своего подразделения.

Каждый центр ответственности включает в себя места возникновения затрат. ЦФО осуществляют деятельность по запланированным показателям доходов или расходов в бюджетах. Они выполняют свои производственные задания, отталкиваясь от запланированных показателей в бюджете. Для каждого центра составляется отдельное положение, в соответствии с которым он осуществляет свою деятельность [5, с. 8].

**Центр финансовой ответственности** – это подразделение компании, руководитель которого, во-первых, может распоряжаться материальными, трудовыми и

финансовыми ресурсами для реализации возложенных на него задач и, во-вторых, несет прямую ответственность за эффективность их использования. Формализованную систему центров ответственности также называют финансовой структурой [6].

**Места возникновения затрат** – структурные подразделения предприятия, по которым выполняется планирование, нормирование и учет издержек производства для управления затратами производственных ресурсов и организации внутреннего хозяйственного расчета. На промышленных предприятиях к местам возникновения затрат относятся производства, цехи, участки, отделы, бригады, другие подразделения [7, с. 32].

**Центр доходов (продаж)** – центр ответственности, менеджер которого отвечает за получение доходов, но не несет ответственности за издержки [8].

**Центр прибыли** – это подразделение, главная цель которого максимизация прибыли. При формировании центра прибыли необходимо учесть, что менеджер, ответственный за него, отвечает за доход, полученный от реализации продукции, и за расходы, связанные с продажей товара. Таким образом, менеджер данного подразделения контролирует объемы продаж, цены, затраты [9, с. 157].

**Центр инвестиций** – сегменты организации, менеджеры которых не только контролируют затраты и доходы своих подразделений, но и следят за эффективностью использования инвестированных в них средств. Осуществление инвестирования денежных средств данного подразделения обеспечивается и бюджетом движения денежных средств, и планом капитальных вложений [8].

**Третий этап.** Разработка бюджетов, необходимых организации. Целесообразна определенная последовательность составления операционных и финансовых бюджетов для производственных предприятий:

1. **Бюджет продаж.** При создании этого бюджета руководство предприятия должно точно знать, какую продукцию компания будет продавать, сколько и по какой цене. В рамках данного бюджета планируется информация о продаже продукции на основании исследования рынка, заключенных договоров с покупателями. Бюджет продаж разрабатывается как в натуральных, так и в стоимостных единицах измерения. Данный бюджет составляется в разрезе отдельных видов продукции.

2. **Бюджет запасов готовой продукции на конец периода.** Этот бюджет необходим для определения потребности в запасах готовой продукции на конец периода.

3. **Бюджет производства по видам продукции.** Он необходим для того, чтобы определить, сколько предприятию нужно произвести продукции в планируемом периоде. Бюджет производства составляется на основании бюджета продаж и бюджета запасов готовой продукции на конец периода. При разработке этого бюджета следует учитывать, сколько продукции осталось на складе на начало периода и сколько необходимо оставить продукции на складе на конец периода. Бюджет производства составляется в натуральных единицах измерения.

4. **Бюджет прямых материальных затрат.** Данный бюджет составляется в натуральных и стоимостных единицах измерения. Бюджет прямых материальных затрат в натуральном выражении определяется путем умножения необходимой нормы ресурсов на одну единицу изделия каждого вида продукции и количества планируемого объема продукции.

5. **Бюджет закупок основных материалов** составляется на основании бюджета прямых материальных затрат в натуральном выражении. Для этого к планируемому количеству материалов нужно прибавить количество материалов, необ-

ходимых на конец отчетного периода, и отнять остаток материалов, приходящихся на начало отчетного периода. Чтобы рассчитать бюджет закупок в стоимостном выражении, нужно умножить планируемое количество материалов на цену их приобретения по видам продукции.

6. *Бюджет прямых трудовых затрат.* При сдельной оплате труда бюджет составляется с учетом времени на производство единицы продукции, ставки оплаты труда за производство единицы продукции и количества продукции. При повременной оплате труда бюджет прямых трудовых затрат рассчитывается с учетом количества отработанного времени и ставки оплаты труда.

7. *Бюджет косвенных производственных затрат.* Целью формирования данного бюджета является расчет затрат переменных и постоянных затрат на обслуживание подразделений основного и вспомогательного производств, а также на управление ими. Расчет рекомендуется осуществлять в постатейном разрезе [10, с. 71].

8. *Бюджет производственной себестоимости по видам продукции.* Данный бюджет определяется путем суммирования показателей бюджетов прямых материальных, прямых трудовых и косвенных затрат.

9. *Бюджет общих и административных расходов.* Этот бюджет включает в себя планируемые затраты на оплату труда административного и хозяйственного персонала предприятия, обязательные социальные отчисления, затраты на командировку, связь, амортизацию основных средств, используемых в административных целях. Создание данного бюджета необходимо для разработки бюджета денежных средств.

10. *Бюджет коммерческих расходов.* Он включает в себя планируемые затраты на тару и упаковку продукции, когда упа-

ковка происходит на складе готовой продукции, а также на рекламу, оплату труда сотрудников, реализующих продукцию, и др.

11. *Бюджет прибылей или убытков.* Представляет собой прогноз Отчета о совокупном доходе на отчетный период. При подготовке этого бюджета используется информация бюджета продаж (который необходим для определения планируемого дохода), бюджета производственной себестоимости, бюджета общих и административных расходов и бюджета коммерческих расходов. На основании данного бюджета можно провести анализ и определить оптимальность разработанных бюджетов.

12. *Бюджет движения денежных средств.* При подготовке данного бюджета используется информация из ранее рассмотренных бюджетов. Он включает в себя ожидаемый расход (по направлениям использования) и приход, а также минимальный остаток денежных средств. Сумма минимального остатка денежных средств характеризует минимально необходимую сумму для осуществления текущей хозяйственной деятельности. Она не должна быть фиксированной, в период роста деловой активности показатель возрастает, в период спада – снижается [10, с. 74].

13. *Расчетный баланс* представляет собой соотношение активов и обязательств предприятия. Баланс показывает, как изменилась стоимость ресурсов предприятия за отчетный период. В случае если активы превышают обязательства, то образуется собственный капитал.

С помощью созданной комплексной системы бюджетирования на предприятиях могут быть обеспечены следующие возможности:

- планирование, учет и анализ затрат на производство и доходов организации;
- контроль финансовых и нефинансовых показателей предприятия;

– координация различных видов деятельности организации и ее отдельных подразделений;

– оценка финансового положения организации при изменении отдельных элементов и статей калькуляции в зависимости от внешних и внутренних факторов;

– планирование бюджетов структурных подразделений предприятия, которое дает информацию о предполагаемых объемах и структуре затрат на производство, обеспечивает плановую дисциплину предприятия, принятие экономически обоснованных управленческих решений.

**Четвертый этап.** Разработка внутренних локальных документов, регламентирующих процесс бюджетирования.

Для начала необходимо сформировать учетную политику предприятия для целей управленческого учета, в которой нужно подробно прописать правила ведения бюджетного управления и порядок контроля выполнения бюджетов. Также в учетной политике следует уточнить, с каких именно бюджетов надо начинать строить планы, вплоть до конкретизации форматов их разработки, сроков создания и утверждения.

Для более эффективного внедрения процесса бюджетирования в организации необходимо разработать внутренние положения, регламентирующие порядок функционирования системы бюджетирования.

Таковыми внутренними документами могут выступать:

1. Положение о финансовой структуре предприятия.
2. Положение о центрах финансовой ответственности.
3. Положение о бюджетировании.
4. Положение об управленческой учетной политике.
5. Положение о финансово-экономическом анализе.

Содержащаяся в перечисленных документах информация не должна зависеть от изменения состава сотрудников финан-

сового отдела или руководителей ЦФО. Когда процесс отлажен, формализован и наглядно представлен (допустим, в табличной форме), то временные издержки минимальны, а точность и результат при этом максимальны [5, с. 9].

**Пятый этап.** Выбор программного обеспечения для составления бюджетов. Этот процесс очень ответственный, так как является основой внедрения системы бюджетирования на предприятии.

Исходя из всего сказанного можно сделать вывод о том, что сегодня экономические субъекты должны уделять особое внимание грамотному построению системы бюджетирования. Эта работа является достаточно сложной и требует выполнения ряда последовательных этапов. Система бюджетирования предполагает составление бюджетов, которые позволяют получить четкую и наглядную информацию обо всех процессах деятельности предприятия. Хорошо налаженная система бюджетирования поможет достижению конечной цели любого экономического субъекта – максимизации прибыли, повышению эффективности и конкурентоспособности организации.

## Цитированная литература

1. **Стасюк Т.П.** Система управленческого учета как информационная база для принятия управленческих решений // Управление и маркетинг: перспективы развития в условиях экономики Приднестровья: сб. матер. респ. науч.-практ. конф. – Тирасполь: Ликрис, 2013. – С. 125–135.
2. Бюджетирование: учебное пособие / В.А. Кожин, Т.В. Шагалова, С.А. Иванов, И.С. Жесткова; под ред. В.А. Кожина. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2016. – 245 с.
3. **Смирнова О.П., Быков Д.Ю.** Бюджетирование на предприятии: учебное пособие. – Иваново: Ивановский государственный химико-технологический университет, 2011. – 96 с.

4. **Стасюк Т.П.** Построение системы управленческого учета на промышленных предприятиях ПМР // Матер. науч.-практ. конф. ППС экон. фак. ПГУ им. Т.Г. Шевченко по итогам 2015 г. – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та, 2016. – С. 17–22.

5. **Воронова М.А.** Этапы постановки системы бюджетирования для кооперативной организации // Молодой ученый. – 2015. – № 7.3. – С. 6–10.

6. Как выделить центры ответственности за показатели бюджетов // Финансовый директор [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fd.ru/articles/52141-sqk-15-m9-kak-vydelitsentry-otvetstvennosti-za-pokazateli-byudjetov> (дата обращения: 20.03.2018).

7. **Мансуров П.М.** Управленческий учет: учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 175 с.

8. **Хахонова Н.Н.** Концептуальные подходы к построению управленческого учета денежных потоков // Управленческий учет. – 2006. – № 2 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.upruchet.ru/articles/2006/2/4140.html> (дата обращения: 27.03.2018).

9. **Мухина Е.Р.** Способы формирования центров финансовой ответственности // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2014. – № 41. – С. 157.

10. **Иванова О.Е.** Бухгалтерский управленческий учет. – 2-е изд. – Караваево: Костромская ГСХА, 2016. – 88 с.

УДК 657.432

## НЕКОТОРЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ДЕБИТОРСКОЙ ЗАДОЛЖЕННОСТЬЮ

*Т.П. Стасюк, Е.В. Руснак*

*Аргументирована необходимость построения грамотного механизма управления дебиторской задолженностью предприятия. Описаны некоторые пути повышения эффективности управления дебиторской задолженностью. Обозначены имеющие место в практике способы ее взыскания, которые могут найти применение в политике управления дебиторской задолженностью конкретных экономических субъектов.*

**Ключевые слова:** дебиторская задолженность, платежная дисциплина, кредитная политика, кредитный рейтинг, реструктуризация дебиторской задолженности, факторинг, форфейтинг, способ взыскания долга.

## SOME DIRECTIONS FOR IMPROVING OF THE EFFECTIVENESS OF MANAGEMENT OF ACCOUNTS RECEIVABLE

*T.P. Stasuk, E.V. Rusnak*

*The necessity of creation of a competent mechanism for managing the accounts receivable of an enterprise is argued. Some ways of improving of the efficiency of management of receivables are described, their essence and advantages are revealed. The practical ways of collecting receivables, which can find application in the policy of management of receivables by specific economic entities are indicated.*

**Keywords:** accounts receivable, payment discipline, credit policy, credit rating, restructuring of accounts receivable, factoring, forfeiting, method of debt collection.

В современных условиях хозяйствования, характеризующихся усилением неплатежей со стороны контрагентов, особое внимание уделяется управлению дебиторской задолженностью предприятия. Важность данной составляющей в функционировании организации определяется тем, что дебиторская задолженность выступает в качестве ключевого, основополагающего экономического фактора, напрямую взаимосвязанного с процессами воспроизводства [1, с. 22]. Кризисная, нестабильная экономическая ситуация привела к существенному возрастанию рисков при реализации продукции, проведении работ и оказании услуг с отсрочкой платежа. А поскольку ключевым источником финансовых средств для большинства предприятий и организаций являются поступления от продаж, в том числе в виде коммерческого кредита, то от эффективного управления дебиторской задолженностью напрямую зависит финансовое благополучие этих компаний.

Дебиторская задолженность представляет собой задолженность других юридических и физических лиц перед данной организацией. Эта задолженность отражается в бухгалтерском учете как имущество данной организации, т. е. право на получение определенной денежной суммы (товара, услуги и т. п.) с должника [2, с. 13].

Управление дебиторской задолженностью составляет основу управления денежными потоками предприятия и является важнейшим показателем при финансовом мониторинге экономической деятельности.

Способы повышения эффективности управления дебиторской задолженностью достаточно разработаны как в отечественной, так и в зарубежной литературе. Наиболее значимый вклад в исследование проблемы внесли такие авторы, как Т.Р. Валинуров, А.Н. Елизарова, Н.А. Соколова, И.Н. Томшинская, М.А. Беспалов, В.К. Сутягин, М.Ш. Галлеев и др.

Т.Р. Валинуров выявил специфические особенности оценки дебиторской задолженности, перечислил проблемы, с которыми сталкивается оценщик при проведении данного вида оценочного исследования и предложил пути повышения эффективности управления дебиторской задолженностью [1, с. 22].

А.Н. Елизарова описала роль факторинга и форфейтинга в управлении дебиторской задолженностью [3, с. 28].

Н.А. Соколова, И.Н. Томшинская рассматривали управление дебиторской задолженностью и способы истребования обязательств. Они предложили ранжировать дебиторскую задолженность на текущую и просроченную [4, с. 52].

М.А. Беспалов, В.К. Сутягин изучали учет, анализ и методы оценки дебиторской задолженности. Также они разработали один из вариантов эффективной кредитной политики для предприятий [5, с. 13].

М.Ш. Галлеев исследовал дебиторскую задолженность и пути решения проблем, связанных с ней, говорил о том, что необходимо сформировать систему стандартов оценки покупателей [6, с. 12].

Наличие «плохих» долгов является распространенной проблемой в хозяйственной деятельности организаций. В целях предотвращения связанных с этим нежелательных последствий требуется эффективная система контроля и управления дебиторской задолженностью, включающая совокупность мероприятий по ее взысканию.

Грамотно построенная политика управления дебиторской задолженностью играет очень важную роль для непрерывной и эффективной деятельности предприятия. Для укрепления финансового состояния организации, особенно в условиях кризиса, весьма актуально проводить мероприятия, ориентированные на повышение качества управления дебиторской задолженностью.

Одним из основных направлений повышения эффективности управления дебиторской задолженностью является **разработка эффективной кредитной политики** предприятия, включающей систему кредитных условий, которые требуют периодического пересмотра.

Кредитная политика предприятия – свод правил, регламентирующих предоставление коммерческого кредита и порядок взыскания дебиторской задолженности. В нем определяется порядок расчета кредитных лимитов для различных категорий покупателей и общего лимита дебиторской задолженности, допустимого для данного предприятия. В кредитной политике определяются методы оценки надежности покупателей, система скидок за предоплату, а также устанавливается порядок работы с претензиями, в том числе формирования системы штрафных санкций за просрочку исполнения обязательств контрагентами.

Неоправданно высокая дебиторская задолженность обычно возникает из-за предоставления покупателям отсрочек платежей без предварительных расчетов максимально допустимых размеров коммерческого кредита. Поставщик должен объективно оценивать свои финансовые возможности и предоставлять своим покупателям кредиты таким образом, чтобы не появлялась неплатежеспособная дебиторская задолженность и была возможность для удовлетворения потребностей предприятия.

Как правило, условия сделки прописываются в договорах, заключаемых с покупателями. Кредитные условия необходимо устанавливать индивидуально для каждого контрагента. Для этого проводится процедура оценки покупателя по различным критериям, включая анализ его платежеспособности. Зачастую анализ и ранжирование клиентов осуществляется на основе их кредитных историй. В результате каждому покупателю присваивается свой кредитный рейтинг, от которого

будут зависеть сроки и размеры допустимых сумм кредита. Далее следует разработать условия предоставления коммерческого кредита для каждого кредитного рейтинга.

Кроме того, кредитная политика должна содержать размер и порядок определения общего лимита дебиторской задолженности предприятия.

Очень важно, чтобы разработанная кредитная политика предусматривала систему скидок и штрафов. Это нужно для стимулирования покупателей осуществлять предоплату, а также своевременно погашать свою задолженность.

Разрабатываемая кредитная политика должна предусматривать прогнозирование поступлений денежных средств от дебиторов на основе расчета коэффициентов инкассации. В связи с этим для расчета коэффициентов инкассации формируется реестр инкассации дебиторской задолженности по каждому дебитору и по предприятию в целом. На основании рассчитанных коэффициентов инкассации можно спрогнозировать следующие сроки поступления средств на предприятие: предоплата; до 7 дней; до 30 дней; до 60 дней; свыше 60 дней. Рекомендуется рассчитывать коэффициенты инкассации в разрезе не только клиентов, но и номенклатуры отгружаемой продукции.

Еще одним важным направлением повышения эффективности управления дебиторской задолженностью является **формирование системы стандартов оценки покупателей**. Построение данной системы выполняется в несколько этапов.

На первом этапе требуется определить перечень характеристик, оценивающих кредитоспособность отдельных групп покупателей. На это влияют объем хозяйственных операций покупателя и стабильность их осуществления, репутация покупателя в деловом мире, платежеспособность покупателя, результатив-

ность его хозяйственной деятельности, объем и состав чистых активов, которые могут составлять обеспечение кредитора при неплатежеспособности покупателя и возбуждении дела о его банкротстве и др.

Следующим этапом является формирование и экспертиза информационной базы для оценки кредитоспособности покупателей. Информационная база включает сведения, предоставляемые непосредственно покупателям, данные, формируемые из внутренних источников, и данные, формируемые из внешних источников.

Завершающий и ключевой этап представляет собой группировку покупателей продукции по уровню кредитоспособности. Покупатели могут быть разделены на категории в зависимости от того, в каком размере возможно предоставить им кредит или невозможно вообще.

Другим направлением повышения эффективности управления дебиторской задолженностью является ее **реструктуризация**. Дело в том, что одним из последствий экономического кризиса выступает рост вероятности резкого ухудшения финансового положения должников по кредитам. Данное обстоятельство может оказать негативное влияние как на должника (угроза банкротства, отрицательная кредитная история), так и на кредитора (вероятность полного невозврата задолженности по кредиту). Безболезненно выйти из этой ситуации поможет реструктуризация задолженности, главное условие которой – соблюдение баланса интересов кредитора и должника.

В условиях финансового кризиса необходимость реструктуризации финансовых операций возникает постоянно. Реструктуризация актуальна, когда появляется угроза банкротства заемщика, т. е. когда он не способен погасить долговые обязательства в соответствии с первоначальными условиями предоставления кредита.

Под реструктуризацией понимается изменение условий действующего обязательства по погашению задолженности [7, с. 15]. Необходимость реструктуризации связана, в первую очередь, с невозможностью выполнения заемщиком графика погашения взятого кредита и, как следствие, пролонгацией выплат. При этом часто меняется схема выплат.

Договор о реструктуризации задолженности выгоден и кредитору, и заемщику. Для кредитора это возможность в досудебном порядке получить назад свои средства, а для заемщика – сохранить хорошую кредитную историю и рассчитаться с кредитной организацией на более комфортных условиях.

Среди направлений эффективного управления дебиторской задолженностью предприятия следует отметить **продажу долга заинтересованным лицам**, что можно реализовать через операции факторинга и форфейтинга. Данные операции представляют собой наиболее оптимальные способы сокращения издержек и управления дебиторской задолженностью. Они предполагают передачу задолженности от одной организации (цедента) к другой (цессионарию). Новый кредитор наделяется теми же правами, что и первоначальный. При этом мнение должника не имеет значения. Такая операция позволяет кредитору увеличить сроки оплаты задолженности, т. е. возможна отсрочка платежа, что является серьезным конкурентным преимуществом на рынке.

Факторинг – финансовая операция, заключающаяся в уступке фирмой-продавцом права получения денежных средств по платежным документам за поставленную продукцию в пользу банка или специализированной компании-фактора, которые принимают на себя все кредитные риски по инкассации долга [8].

Факторингом называется покупка требований поставщика к покупателю, он

предполагает сотрудничество с банком на долгосрочной основе. Главной целью факторинга является устранение риска невыплаты дебиторской задолженности.

Задача факторинга – обеспечить такую систему взаимоотношений с покупателями, при которой поставщик мог бы предоставлять конкурентные отсрочки платежа своим клиентам, не испытывая при этом дефицита в оборотных средствах.

Важно отметить преимущества применения на практике факторинга: оптимизация денежных потоков; возможность быстро увеличить объемы финансирования при отсутствии залога; возможность улучшить показатели ликвидности и оборачиваемости; получение квалифицированной оценки дебиторов компании; возможность пользоваться коллекторскими услугами, которые предоставляет факторинговая компания [8, с. 22].

Использование факторинга позволяет: повысить ликвидность дебиторской задолженности; ликвидировать кассовые разрывы; застраховать риски, связанные с предоставлением отсрочки платежа покупателям; развить отношения с существующими покупателями и привлечь новых; расширить свою долю на рынке.

Форфейтинг представляет собой операцию по покупке дебиторской задолженности кредитором. Это специфическая форма кредитования торговых операций. Основное условие форфейтинга состоит в том, что все риски по долговому обязательству переходят к форфейтору [8].

К сожалению, рынок новых банковских продуктов ПМР остается на стадии развития. Спрос на банковские услуги, и в первую очередь на новые формы кредитования, удовлетворен далеко не полностью, обслуживание клиентов во многих банковских учреждениях нуждается в совершенствовании. Тем не менее после кризиса банки обратили внимание на новые спосо-

бы финансирования клиентов и вкладывают большие усилия в развитие факторинговых и форфейтинговых услуг.

И наконец, усовершенствовать политику управления дебиторской задолженностью можно за счет специального ее *мониторинга с использованием компьютерной техники*, т. е. программы, которая отслеживает сроки платежей, задержки с оплатой, а также определяет величину просроченной задолженности конкретных потребителей. База полученных данных станет основой формирования эффективной и грамотной кредитной политики в отношении дебиторов компании.

Рекомендуется, кроме всего прочего, разработать на предприятии политику истребования долгов дебиторов. Данная политика может включать несколько способов взыскания дебиторской задолженности:

1. Досудебный порядок взыскания долга предполагает такие мероприятия, как повторное направление счетов, претензионных писем, телефонные звонки, встречи с руководством организации (должника), ведение переговоров, определение возможных вариантов погашения долга и т. д. В компании должно быть разработано Положение о претензионной и исковой работе. В данном документе необходимо прописать: в какие сроки должны быть проанализированы имеющиеся по задолженности конкретного контрагента документы (договор, накладные, акты сверки и др.); сроки направления в адрес дебитора претензии, а также подготовки и подачи соответствующего пакета документов в суд. Направление претензии стороне договора, не желающей добровольно исполнять взятые на себя обязательства, является одной из важнейших стадий досудебного урегулирования спора.

С помощью грамотно составленного и оформленного претензионного письма финансовые работники смогут: стимули-

ровать контрагента исполнить нарушенное обязательство; продемонстрировать серьезность своих намерений по отношению к исполнению контрагентом своих обязанностей; зафиксировать просрочку контрагентом исполнения обязательства либо нарушение сроков оплаты; выяснить позицию контрагента в отношении исполнения обязательства.

2. Судебный порядок взыскания долга представляет собой соответствующий процесс погашения задолженности, который включает составление и подачу искового заявления, предоставление доказательств, изучение финансового положения организации-должника и т. д. Судебный порядок предполагает обращение в арбитражный или районный суд. При этом процедуры взыскания долгов с граждан в судах общей юрисдикции и с юридических лиц в арбитражных судах имеют свою специфику. Так, важное значение имеет, например, соблюдение претензионного порядка. Необходимость следования претензионному порядку путем предарбитражного напоминания или возможность сразу обратиться в суд за взысканием задолженности обусловлена множеством факторов. Во-первых, обязательное соблюдение претензионного порядка может быть предусмотрено законом или договором, в этом случае необходимо выполнить данное условие. Кроме того, нередко в договоре указан срок, в течение которого невозможно обратиться в суд после выставления претензии (обычно 20–30 дней).

Обеспечить интересы кредитора призваны такие меры ответственности должника, как неустойки, штрафы, пени. Большинство из них подлежат взысканию, если были изначально предусмотрены договором.

Обращение в суд является крайней мерой, если ранее задействованные механизмы не принесли должного результата. Кредитор может обратиться в суд в поряд-

ке приказного и (или) искового производства.

3. Обращение в коллекторские агентства, которые ориентированы преимущественно на взыскание долгов с физических лиц, но развивают услуги по взысканию корпоративной задолженности. Основным преимуществом обращения к коллекторам, по сравнению с юридическим сопровождением, является то, что они, как правило, работают без предоплаты и их вознаграждение составляет определенный процент от фактически взысканных сумм.

4. Взыскание долга в процедурах банкротства. В этом случае погашение долгов становится возможным только за счет реализации имущества должника. Однако для самих кредиторов банкротство должника может повлечь некоторые неудобства, поскольку при таком способе взыскания задолженности кредитору придется выполнить определенные юридические процедуры для установления кредиторской задолженности предприятия-банкрота и включения ее в реестр требований. Кроме того, действующим законодательством закреплена строго определенная очередность удовлетворения предъявляемых кредиторами требований. Следовательно, получить свой долг кредиторы могут только в четком соответствии с реестром [9].

Таким образом, порядок взыскания долгов – длительный и сложный процесс. Он включает в себя взаимодействие с должником, с судебными, исполнительными и иными государственными и частными структурами.

Рациональное управление дебиторской задолженностью позволит предприятию обеспечить достаточный уровень рентабельности и снизить задолженность по обязательствам. Только грамотный подход к управлению дебиторской задолженностью даст возможность эффективно ею управлять, избегая просроченных платежей и убытков.

**Цитированная литература**

1. **Валинуров Т.Р.** Специфика оценки дебиторской и кредиторской задолженностей предприятия. – 2014. – № 3. – С. 22–23.

2. **Ивашкевич В.Б.** Анализ дебиторской задолженности. – М.: Бухгалтерский учет, 2014. – С. 13.

3. **Елизарова А.Н.** Роль факторинга и форфейтинга в управлении денежными потоками компаний // Вестник Научно-исследовательского центра корпоративного права, управления и венчурного инвестирования. – 2014. – С. 28–32.

4. **Соколова Н.А., Томшинская И.Н.** Управление дебиторской задолженностью: способы истребования обязательств // Бухгалтерский учет. – 2015. – № 9. – С. 49–56.

5. **Беспалов М.А., Сутягин В.К.** Дебиторская задолженность. Учет, анализ, оценка и управление: учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2014.

6. **Галлеев М.Ш.** Дебиторская и кредиторская задолженность: острые вопросы учета и налогообложения. – М.: Вершина, 2016.

7. **Романова М.В.** Формирование финансовой политики предприятия. – М.: Финансы и кредит, 2013.

8. **Тавасиев А.М.** Банковское дело: учебное пособие. – М.: Юрайт, 2016.

9. **Зеленин Н.В.** Конкурентная разведка как элемент системы экономической безопасности предприятия // Матер. IV Междунар. науч.-практ. конф. «Тенденции экономического развития в современных условиях», посвященной 25-летию эконом. фак. ПГУ им. Т.Г. Шевченко. – Тирасполь: Ликрис, 2015.

УДК 657.3

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ  
АНАЛИЗА ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ  
В УСЛОВИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО КРИЗИСА**

*А.А. Цуркан, Д.С. Карай*

*Определена роль анализа финансового состояния предприятий в условиях экономического кризиса. Обозначены актуальные проблемы, с которыми сталкиваются аналитики при проведении комплексного анализа финансового состояния и которые необходимо учесть для совершенствования осуществления данного анализа и получения более точных показателей, а также их интерпретации. Предложены пути разрешения рассмотренных проблем.*

**Ключевые слова:** анализ финансового состояния, актуальные проблемы оценки финансового состояния, достоверность данных, методика анализа данных финансового состояния.

**ACTUAL PROBLEMS  
OF THE ANALYSIS OF FINANCIAL CONDITION OF ENTERPRISES  
IN THE CONDITIONS OF THE ECONOMIC CRISIS**

*A.A. Tsurcan, D.S. Karai*

*The article identified the role of the analysis of the financial condition of enterprises in the conditions of the economic crisis. The current problems presented by analysts in carrying out a comprehensive analysis of the financial condition are denoted. The article offered the ways of solving of the considered problems.*

**Keywords:** financial condition analysis, actual problems of financial state estimation, data reliability, technique of data analysis of financial state.

В развитии каждой компании существует вероятность наступления кризиса. Любую ситуацию, в которой предприятие не успевает подготовиться к изменениям, можно считать кризисной. Для того чтобы этого избежать, необходимо вовремя понять причины, по которым экономика организации оказалась в кризисе, и принять меры еще до внешнего проявления трудностей.

Основой специальных управленческих решений, которые направлены на предупреждение и преодоление финансовых кризисов предприятия, являются данные анализа его финансового состояния.

В современных условиях хозяйствования исключительно велика роль этого анализа, поскольку его результаты характеризуют обеспеченность предприятия финансовыми ресурсами, которые необходимы для нормального функционирования, а также целесообразность их размещения, платежеспособность и финансовую устойчивость компании.

Оценивая финансовое состояние, следует учитывать проблемы, с которыми может столкнуться организация в ходе проведения финансового анализа.

На практике имеют место трудности с получением достоверных исходных данных для анализа. Одна из причин – сокрытие предприятиями реальной картины по доходам. Важно отметить, что аудит – это не точная наука. Бизнес всегда сопряжен с неопределенностью, и поэтому анализ отчетов больше подходит для формирования вопросов и качественной оценки возможностей предприятия, чем для получения однозначных окончательных ответов [1, с. 143].

К настоящему времени выделяют два основных подхода к трактованию понятия «достоверность».

Согласно первому достоверной считается та отчетность, которая соответствует нормативным документам. Второй подход заключается в том, что достоверность основывается не на строгом соблюдении

правил, а на профессиональном суждении бухгалтера. Так, исходя из норм Международных стандартов финансовой отчетности понятие «достоверность бухгалтерской (финансовой) отчетности» тесно связано с термином «справедливое представление», в соответствии с которым отчетность должна быть составлена с учетом таких требований, как полнота, нейтральность, отсутствие ошибок. Выполнение отмеченных требований невозможно осуществить без высокого уровня квалификации бухгалтерских работников, позволяющего сформировать профессиональное суждение.

В ПМР под принципом достоверности понимается требование к бухгалтерскому учету и финансовой отчетности предприятия полно и беспристрастно отражать имущественное и финансовое положение организации и финансовые результаты ее деятельности, свободные от значимых ошибок и необъективности.

На законодательном уровне в республике критерий и порядок оценки достоверности бухгалтерской (финансовой) отчетности не закреплены, что является актуальной проблемой, однако в СБУ 1 «Представление финансовой отчетности» отмечается: «...применение основных качественных характеристик и соответствующих бухгалтерских стандартов обычно обеспечивают составление финансовой отчетности, которая отвечает определению достоверной и объективной картины предприятия...»

С целью улучшения показателей, повышения привлекательности организации преднамеренно искажаются данные, в результате чего пользователи отчетности получают ложную информацию. Непреднамеренные искажения чаще всего возникают из-за технических ошибок, а также из-за неправильно отраженных на счетах бухгалтерского учета хозяйственных операций. Таким образом, всевозможные ошибки и искажения данных снижают до-

стоверность отчетности, вводя в заблуждение пользователей и, как следствие, значительно повышая риск принятия неверных управленческих решений.

На сегодняшний день российскими и приднестровскими стандартами закреплена возможность выбора способа ведения бухгалтерского учета, что, по мнению Т.Г. Арбатской, может привести к субъективной оценке показателей отчетности. Во избежание снижения достоверности финансовой отчетности автор предлагает «исключить из законодательной базы альтернативные способы ведения бухгалтерского учета либо ввести четкие формализованные критерии их выбора» [2, с. 39].

По нашему мнению, наиболее приемлемым вариантом повышения достоверности финансовой отчетности является установление формализованных критериев выбора способа ведения бухгалтерско-

го учета, что обеспечит соответствие норм приднестровских стандартов бухгалтерского учета требованиям МСФО.

Многие специалисты ключевую роль в повышении достоверности отводят одно-временному функционированию внешнего аудита и более качественному ведению бухгалтерского учета. Однако аудит – это сложная, трудоемкая и дорогостоящая процедура, позволить себе которую могут не все организации. И здесь возникает вопрос: как пользователи своими силами могут убедиться в отсутствии мошенничества и фальсификации? В западной практике широкое применение получила карта нормативных отклонений финансовых индикаторов М. Бениша, представленная в таблице [3, с. 312].

Разработанная методика является эффективной для оценки степени достоверности отчетности и позволяет обнаружить

**Карта нормативных отклонений финансовых индикаторов**

Наименование показателя	Комментарий
Темп роста выручки Темп снижения доли маржинального дохода в выручке	Если наблюдается прирост темпа снижения маржинального дохода, то темп роста выручки должен падать. Если первый процесс происходит параллельно с увеличением второго, то в отчетности возможно искажение
Темп роста качества активов	Наиболее проблематичной является проверка оправданности приобретения необоротных активов. Однако случай, когда рост доли необоротных активов не сопровождается увеличением доли основных средств, может говорить о необоснованной капитализации расходов
Темп роста оборачиваемости дебиторской задолженности	В условиях стабильности или быстрого роста бизнеса данный показатель не будет существенным образом отклоняться. Резкое увеличение или уменьшение оборачиваемости дебиторской задолженности свидетельствует о мошенничестве
Темп роста доли расходов в выручке от продаж	Темп роста доли расходов в выручке предприятия не должен значительно отличаться от темпов роста продаж. Если же темп роста доли расходов, приходящийся на выручку от продаж, существенно колеблется от единицы, то, скорее всего, искажается либо себестоимость реализованной продукции, либо выручка
Темп роста доли амортизационных отчислений	Как правило, темп роста доли амортизационных отчислений приблизительно равен единице, в связи с чем резкое изменение данного показателя свидетельствует о возможном мошенничестве в финансовой отчетности
Темп роста финансового рычага	Рыночная стоимость акций предприятия зависит от величины финансового рычага. Повышая рыночную стоимость акций, руководство организации может искусственно снижать уровень финансового рычага, включая кредиторскую задолженность в состав прибыли. В таком случае темпы роста финансового рычага будут значительно колебаться

необычные колебания данных, свидетельствующие об ошибках или преднамеренном искажении отчетности.

Проведенные исследования выявили необходимость закрепления на законодательном уровне определения достоверности финансовой отчетности, ее критериев и порядка оценки, а также установления формализованных критериев выбора способа ведения бухгалтерского учета с целью избежания искажений и повышения достоверности.

При анализе показателей отчетности возникает проблема терминологии. Поскольку большая часть из них была принята из опыта зарубежных стран, то нередко одни и те же показатели называются по-разному. Рациональным в этом случае представляется унифицировать экономическую терминологию, установив соотношения терминов, что приведет к экономии времени.

Зачастую крайне негативное влияние на полученные результаты анализа оказывает проблема оценки активов и обязательств предприятия. При оценке финансового состояния экономического субъекта прежде всего интересуются активами, обязательствами и собственным капиталом. При этом может иметь место неточность оценки статей активов и обязательств. Например, запасы должны оцениваться в Балансовом отчете о финансовом положении по наименьшей из двух величин: себестоимости и возможной чистой стоимости реализации. Второй показатель может быть определен достаточно субъективно. Более того, экономические субъекты не осуществляют процесс дисконтирования некоторых показателей, отражаемых в финансовой отчетности, либо не пересчитывают стоимость активов и обязательств с учетом инфляции.

Нельзя не отметить проблему отсутствия полной информации, используемой аналитиком при проведении анализа финансового состояния экономических субъек-

ектов. Данных финансовых отчетов бывает недостаточно, и финансовый анализ нуждается в информации, которая относится к сфере управленческого учета. Например, когда организация производит продукцию различных видов, она отражает в отчете о совокупном доходе общую сумму продаж. При проведении анализа аналитику могут потребоваться показатели продаж и издержек по видам продукции или географическим районам [4, с. 176].

Негативной тенденцией выступает и то, что проводимый анализ очень часто является поверхностным, включает в себя лишь констатацию вектора развития предприятия. Сложность современного рынка требует не только установления такого вектора, но и проведения глубинного анализа факторов, которые влияют на финансовое состояние предприятия, качества их структуры, содержания долей, степени воздействия на финансовую устойчивость. Только такой подход даст возможность финансовому менеджеру разработать рекомендации по совершенствованию систем управления финансами компании и повышению эффективности их использования, что в конечном итоге позволит организации справиться с проблемами, возникающими в хозяйственной деятельности [5, с. 95].

На практике может иметь место излишняя детализация проводимого анализа. Способ обработки полученных данных с использованием специализированных программных продуктов позволяет рассчитывать показатели финансовой деятельности, применять стандартизированные методики оценки текущего финансового состояния предприятия; некоторые из таких систем анализа дают возможность прогнозировать показатели будущих периодов, моделировать различные сценарии развития организации. Разработанное на сегодняшний день программное обеспечение позволяет рассчитывать до 100 коэф-

эффициентов. Однако на практике, по мнению консалтинговых фирм, аудиторских компаний и самих финансовых директоров экономических субъектов, зачастую целесообразным является использование нескольких коэффициентов по каждому из структурных аспектов финансовой деятельности, а в целом по всему анализу – от 15 до 30 показателей.

Значительно усложняет процедуру проведения анализа отсутствие единой действенной методики оценки финансового состояния, которая могла бы применяться к экономическим субъектам различных отраслей и форм хозяйствования. Слабая проработанность вопросов теоретического обоснования и отсутствие единого методологического подхода затрудняют построение выводов по результатам анализа. Экономические субъекты сталкиваются со сложностью выбора системы показателей, наиболее точно и полно характеризующей деятельность предприятия. Определение значимости показателей является важным фактором при проведении комплексной оценки финансового состояния. Существующие методики не регламентируют реквизитов и факторов такого элемента, как заключение по итогам финансового анализа, т. е. не имеют стандартного формата, в котором были бы изложены проблемы данного экономического субъекта, не отражают факторов, влияющих на проблемы исследования, не предусматривают рекомендаций по их преодолению. Более того, важно отметить тот факт, что Инструкция по оценке финансовой устойчивости хозяйствующих субъектов ПМР от 2 декабря 2010 года № 669, применяемая для оценки предприятий республики, несовершенна, так как имеет ряд недостатков. В частности, она не предусматривает рекомендаций по определению показателей деловой активности (оборачиваемости), а также не учитывает отраслевой специфики при установлении критических значений ко-

эффициентов в части оценки финансового состояния экономических субъектов.

В связи с этим целесообразно разработать показатели, которые можно сравнить в различных отраслях. Необходимо провести анализ существенной выборки организаций в различных отраслях, статистически исследовать распределение значений в динамике и путем сопоставления наблюдаемых параметров с эталонными и результирующими выделить границы, или интервалы, значений, опираясь на которые можно проанализировать конкретное предприятие и сравнить предприятия в целом. Данная процедура представляется сложной, поэтому аналитик может использовать лишь сторонние разработки, наиболее известными из которых являются труды Э. Альтмана.

Слабая разработка ряда аспектов финансового анализа выступает актуальной проблемой анализа финансового состояния. Она заключается в том, что при проведении анализа денежных потоков в рамках анализа финансового состояния расчеты ведутся на основе формы № 4 «Отчет о движении денежных средств», которая составляется один раз в год и не является обязательной для всех категорий предприятий ПМР. Расчет анализа не предоставляет никакой информации, кроме сопоставления денежных потоков от операционной, инвестиционной и финансовой деятельности. В то же время первичная информация становится не доступна для использования. Большинство методик предполагают анализ потока денежных средств на основе оценки коэффициентов. Тем самым расчет коэффициентов по данным отчетности возможен раз в год, что сводит к минимуму ценность информации. Расчет и анализ ритмичности денежного потока должен проводиться, по меньшей мере, поквартально, что делает возможным расчет коэффициентов ликвидности, достаточности потока. Как показывает практика, расчет денежного потока

можно проводить прямым и косвенным методом. Первый предполагает использование данных первичного учета, а второй – финансовой отчетности. В процессе расчета поток движения денежных средств определяется косвенным методом и сравнивается с данными, представленными в форме № 4 «Отчет о движении денежных средств». Результат анализа в большинстве случаев оказывается некорректным, так как полученные расчеты не совпадают с данными отчетности. При этом стороннему аналитику проверить расчет практически невозможно [6, с. 97].

Немаловажной проблемой является определение «эталонного» предприятия для каждой отрасли экономики, т. е. такого предприятия, которое имеет усредненные показатели финансового состояния и по итогам сравнения с которым можно сделать вывод о текущем финансовом состоянии анализируемой компании.

Также при проведении финансового анализа существует проблема понимания полученных результатов. В частности, для разных организаций одинаковое значение показателя не всегда свидетельствует о схожем финансовом состоянии данных субъектов. Более того, полученное значение не может говорить об изменениях финансового состояния, необходимо проследить динамику аналогичных показателей за определенный период и на основании данного сравнения сделать вывод об улучшении или ухудшении финансового состояния предприятия.

И наконец, статистика показывает, что многие экономические субъекты сталкиваются с проблемой используемых нормативных значений. Разработанные и рекомендованные для применения на практике западными учеными нормативы различных финансовых показателей во многом отражают минимальное соотношение прибыли и риска вложения средств в организацию для внешних инвесторов,

акционеров. Иными словами, с помощью нормативов формируется идеальный образ экономического субъекта, который привлекает внешних инвесторов и гарантирует им минимальный риск в получении желаемой прибыли. Так, например, в составленном В.А. Мельниковым «идеальном» балансе коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами равен 0,1, при этом коэффициент ликвидности равен 0,9, что ниже нормы. На самом деле коэффициент ликвидности достигает своего нормативного значения только тогда, когда коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами достигает 0,5.

Исходя из всего изложенного можно отметить, что, во-первых, использовать указанные нормативы как универсальное средство оценки финансового состояния предприятий нельзя, во-вторых, нормативы финансового состояния необходимо дифференцировать и, в-третьих, следует сформировать общую методическую основу расчета нормативов финансового состояния [7, с. 70].

Таким образом, для достижения наиболее точного результата при оценке финансового состояния хозяйствующих субъектов в современных условиях необходимо не только использовать достоверную и точную информацию, правильно применять методики анализа финансового состояния, учитывать отрасль, вид деятельности, размер компании, ее организационно-правовую форму, хозяйственные риски, цель и задачи развития фирмы, но и проанализировать те проблемы, с которыми предприятие может столкнуться при проведении оценки финансового состояния, и учесть их при интерпретации результатов анализа.

## Цитированная литература

1. Мельников В.А. Проблемы методики оценки финансового состояния коммерческой организации // Труды СГА: Юриспруденция.

Образование. Психология. Экономика. Политология. Философия. История. – Вып. 8 (август). – М.: Изд-во СГУ. – 2011.

2. **Арбатская Т.Г.** Влияние методических аспектов учетной политики на достоверность бухгалтерской (финансовой) отчетности // Управленец. – 2015. – № 2(54). – С. 34–39.

3. **Курочкина И.П., Быстрыгина Н.В.** Инновационные методы оценки степени достоверности информации консолидированной финансовой отчетности организации // Статистика и экономика. – 2014. – № 6–2. – С. 309–313.

4. **Басовский Л.Е.** Экономический анализ. – М.: Инфра-М, 2008. – 222 с.

5. **Чернова В.Э., Шмулевич Т.В.** Анализ финансового состояния предприятия: учебное пособие. – 2-е изд. – СПб., 2011. – 95 с.

6. **Саликов Ю.А., Дмитриева Л.Н., Барзенкова А.С.** Диагностика финансово-экономического состояния предприятия как приоритетное условие образования интеграционных форм // ТППП АПК. – 2014. – № 1. – С. 97–105.

7. **Абдукаримов И.Т., Абдукаримова Л.Г.** Балансовая и текущая платежеспособность предприятия, методы оценки и анализа // Социально-экономические явления и процессы. – Тамбов, 2007. – 328 с.

УДК 657

## МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ АНАЛИЗА КОММЕРЧЕСКИХ, ОБЩИХ И АДМИНИСТРАТИВНЫХ РАСХОДОВ НА ПРИМЕРЕ ЗАО «ТВКЗ „KVINT“»

*А.А. Цуркан, Н.О. Костенко*

*Отмечена актуальность и новизна анализа коммерческих, общих и административных расходов. Проведен их анализ на примере ЗАО «ТВКЗ „KVINT“». Дана оценка полученных результатов, сформулированы выводы. Разработаны мероприятия по совершенствованию данных видов расходов.*

**Ключевые слова:** *коммерческие расходы, общие и административные расходы, анализ коммерческих расходов, экономия затрат, уровень расходов, анализ общих и административных расходов, оптимизация расходов.*

## METHODOLOGY OF CONDUCTING ANALYSIS OF COMMERCIAL, COMMON AND ADMINISTRATIVE EXPENSES AT THE EXAMPLE OF CJSC TWBF «KVINT»

*A.A. Tsurcan, N.O. Kostenko*

*The relevance and newness of the analysis of commercial, general and administrative expenses is noted. The analysis is carried out at the example of CJSC TWBF «KVINT». The results are estimated, the conclusions are formulated. The measures have been developed to improve these types of expenses.*

**Keywords:** *commercial expenses, general and administrative expenses, analysis of commercial expenses, cost savings, level of expenses, analysis of general and administrative expenses, cost optimization.*

Современная, стремительно меняющаяся ситуация перехода к рынку требует от руководства предприятия регулярно

осуществлять анализ деятельности компании с целью принятия управленческих решений. Для анализа и принятия реше-

ний необходима исходная информация, которую получают на основе ряда экономических показателей, в частности коммерческих, общих и административных расходов. Тщательное изучение данных показателей и успешное практическое их применение способствует росту рентабельности производства и отдельных видов продукции.

Самостоятельное планирование предприятиями номенклатуры продукции, свободные (рыночные) цены и действующая система налогообложения повышают значимость методически обоснованного учета затрат на производство в целом и коммерческих, общих и административных расходов в частности. Конкуренция заставляет предприятия искать ответ на вопрос, как не потерять часть своей рыночной доли и не снизить прибыль. Поэтому руководство компании вынуждено анализировать затраты на производство, иначе существование фирмы становится не только проблематичным, но даже невозможным.

Таким образом, исследование проблем учета, анализа и аудита коммерческих, общих и административных расходов на предприятии представляется весьма актуальным.

Коммерческие, общие и административные расходы являются одной из составляющих всех издержек ЗАО «ТВКЗ „KVINT“». От рациональности расходования финансовых средств во многом зависит возможность расширения производства в будущем, совершенствования технологий и оборудования, увеличения прибыли. Поэтому планово-экономический отдел предприятия должен проводить тщательный анализ при учете данного вида издержек. Планирование коммерческих, общих и административных расходов позволяет не только понять, насколько они рациональны, но и выявить резервы для совершенствования данного направления в деятельности предприятия [1, с. 298].

Информационное обеспечение анализа издержек обращения связано, прежде всего, с бухгалтерской отчетностью. Сведения об итоговой сумме коммерческих, общих и административных расходов можно узнать из отчета о совокупном доходе, из строк 050 и 060 соответственно. Более детальная информация о суммах коммерческих, общих и административных расходов аккумулируется в бухгалтерском учете на счете 712 «Коммерческие расходы» и 713 «Общие и административные расходы».

Источниками информации для проведения анализа являются: Балансовый отчет о финансовом положении (форма № 1); Отчет о совокупном доходе (форма № 2); Отчет о затратах на производство и реализацию продукции (работ, услуг) организации (форма № 5-3); Приложения к бухгалтерскому балансу (форма № 5).

Изменение суммы и уровня коммерческих расходов происходит под влиянием двух видов факторов: внешних и внутренних. Факторы, не зависящие от деятельности компании, называются внешними. К ним относятся: инфляционный рост цен на используемые материальные ресурсы и услуги, изменение ставок налоговых отчислений, относимых на себестоимость факторов. Внутренние факторы – это факторы, обусловленные организацией технологического процесса по доведению товаров до покупателей, например размеры предприятия, место расположения, условия транспортировки и хранения товаров, ассортиментная структура товарооборота, формы обслуживания, уровень механизации и автоматизации технологических процессов [2, с. 177].

Основной моделью детерминированного факторного анализа суммы коммерческих расходов является мультипликативная модель зависимости коммерческих расходов от уровня затрат и объема товарооборота:

$$КР = N \cdot Y, \quad (1)$$

где КР – сумма коммерческих расходов;  $N$  – товарооборот;  $Y$  – уровень расходов.

Однако приведенная модель не учитывает различного влияния отдельных статей расходов на объем товарооборота. Росту уровня достоверности информационного обеспечения способствует разделение коммерческих расходов на зависящие от объема товарооборота (условно-переменные) и мало зависящие от товарооборота (условно-постоянные) статьи издержек.

Условно-переменные расходы включают в себя расходы на тару и упаковку продукции и товаров, а также транспортные расходы по сбыту. Группа условно-постоянных состоит из расходов на маркетинговые операции, на рекламу, на вознаграждения персоналу по сбыту и прочих коммерческих расходов.

Классификация расходов на условно-постоянные и условно-переменные позволяет уточнить факторную модель:

$$КР = Y_{\text{пер}} \cdot N + I_{\text{пост}}, \quad (2)$$

где КР – сумма коммерческих расходов;  $Y_{\text{пер}}$  – уровень условно-переменных коммерческих расходов;  $N$  – товарооборот;

$I_{\text{пост}}$  – условно-постоянные коммерческие расходы.

Далее применим рассмотренную методику для анализа коммерческих расходов ЗАО «ТБКЗ „KVINT“» за 2014–2016 гг. (табл. 1).

Расчет влияния факторов на изменение суммы коммерческих расходов проводим методом цепных подстановок, который заключается в определении ряда промежуточных значений обобщающего показателя путем последовательной замены базисных факторов на отчетные.

Вычислим влияние уровня условно-переменных коммерческих расходов на коммерческие расходы в целом (2016 г. к 2015 г.):

$$\begin{aligned} \Delta КР_{Y_{\text{пер}}} &= (Y_{\text{пер}_1} \cdot N_0 + I_{\text{пост}_0}) - \\ &\quad - (Y_{\text{пер}_0} \cdot N_0 + I_{\text{пост}_0}) = \\ &= 2813,08 - 2620 = 193,28 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Рассчитаем влияние товарооборота на коммерческие расходы (2016 г. к 2015 г.):

$$\begin{aligned} \Delta КР_N &= (Y_{\text{пер}_1} \cdot N_1 + I_{\text{пост}_0}) - \\ &\quad - (Y_{\text{пер}_1} \cdot N_0 + I_{\text{пост}_0}) = \\ &= 2929 - 2813,08 = 115,98 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Таблица 1

**Анализ эффективности управления коммерческими расходами на ЗАО «ТБКЗ „KVINT“» за 2014–2016 гг.**

Наименование показателя	2014 г.	2015 г.	2016 г.	Абсолютное отклонение, тыс. руб.		Темп прироста, %	
				2015 г. от 2014 г.	2016 г. от 2015 г.	2015 г. от 2014 г.	2016 г. от 2015 г.
Товарооборот, тыс. руб.	163 706	198 824	211 961	35 118	13 137	21,45	6,61
Коммерческие расходы, тыс. руб.	2327	2620	3073	293	453	12,60	17,28
В том числе:							
– условно-переменные, тыс. руб.	1050	1562	1871	512	309	48,81	19,80
– условно-постоянные, тыс. руб.	1277	1058	1201	–219	144	–17,17	13,57
Уровень расходов, %	1,42	1,32	1,45	–0,10	0,13	–7,29	10,02
В том числе:							
– условно-переменных, %	0,64	0,79	0,88	0,14	0,10	22,53	12,37
– условно-постоянных, %	0,78	0,53	0,57	–0,25	0,03	–31,80	6,53

Влияние условно-постоянных коммерческих расходов на коммерческие расходы в целом (2016 г. к 2015 г.):

$$\begin{aligned} \Delta \text{КР}_{\text{И}_{\text{пост}}} &= (Y_{\text{пер}_1} \cdot N_1 + \text{И}_{\text{пост}_1}) - \\ &- (Y_{\text{пер}_0} \cdot N_1 + \text{И}_{\text{пост}_0}) = \\ &= 3073 - 2929 = 144 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Баланс факторов:  $\Delta \text{КР} = 193,28 + 115,98 + 144 = 453$  тыс. руб.

*Вывод:* на ТВКЗ «KVINT» в 2016 г. по сравнению с 2015 г. коммерческие расходы увеличились на 453 тыс. руб. При этом за счет повышения уровня условно-переменных расходов на 0,10 % анализируемый показатель возрос на 193,28 тыс. руб., а за счет увеличения товарооборота на 13 137 тыс. руб. он поднялся на 115,98 тыс. руб. Также повлияло увеличение условно-постоянных коммерческих расходов на 144 тыс. руб., за счет которых коммерческие расходы увеличились на 144 тыс. руб.

В целом можно сказать, что огромную роль в увеличении коммерческих расходов завода играет фактор повышения товарооборота, что влечет за собой рост реализации продукции. Уровень расхода имеет положительную тенденцию, т. е. деятельность предприятия, направленная на уменьшение коммерческих расходов, недостаточно эффективна. При этом экономия на упаковочных материалах не всегда уместна, так как красивая и эстетичная упаковка – один из факторов повышения спроса на продукцию и увеличение затрат по данной статье окупается ростом объема продаж. То же можно сказать и о затратах на рекламу, изучение рынков сбыта и других маркетинговых расходах.

Необходимо искать пути разумного уменьшения коммерческих расходов: использование более дешевых видов транспортных средств, сокращение расстояния перевозки грузов, применение более деше-

вой тары не в ущерб качеству, построение эффективной рекламы и т. д. [3, с. 413].

Экономия по отдельным статьям общих и административных расходов может быть неоправданной. Сюда относятся такие статьи, как расходы по охране труда, испытаниям, опытам, исследованиям, подготовке кадров. Если по ним имеется экономия, следует проверить, чем она вызвана. В случае когда соответствующие затраты были оптимизированы, экономия оправдана. Но чаще всего она выступает результатом невыполнения намеченных мероприятий по охране труда, опытам и др. Такая экономия является неоправданной [4, с. 368].

Экономический характер общих и административных расходов аналогичен коммерческим расходам, что обуславливает одинаковый подход к их анализу. Корректировка сметы по отдельным статьям общих и административных расходов не производится, так как они считаются условно-постоянными. Их анализ сводится к контролю соблюдения смет и рассмотрению обоснованности запланированного изменения уровня расходов и степени их выполнения.

Основной моделью детерминированного факторного анализа суммы общих и административных расходов является мультипликативная модель зависимости общих и административных расходов от уровня затрат и объема выпуска продукции:

$$\text{УР} = \text{ВП} \cdot \text{У}_{\text{ур}}, \quad (3)$$

где УР – сумма общих и административных расходов; ВП – выпуск продукции;  $\text{У}_{\text{ур}}$  – уровень общих и административных расходов.

Далее выполним информативный факторный анализ. Расчет влияния указанных факторов на изменение суммы общих и административных расходов произведем методом абсолютных разниц. Как и способ

цепной подстановки, он применяется для расчета влияния факторов на прирост резульативного показателя в детерминированном анализе, но только в мультипликативных и мультипликативно-аддитивных моделях. Несмотря на то что использование метода ограничено, благодаря своей простоте он получил широкое применение в анализе хозяйственной деятельности.

Определим влияние факторов на сумму общих и административных расходов ТВКЗ «KVINT» в 2014–2016 гг. на основе данных табл. 2.

Рассчитаем влияние объема выпуска продукции на сумму общих и административных расходов (2016 г. к 2015 г.):

$$\Delta УР_{ВП} = \Delta ВП \cdot У_{ур_0} = 1366,43 \text{ тыс. руб.}$$

Вычислим влияние уровня общих и административных расходов на сумму общих и административных расходов (2016 г. к 2015 г.):

$$\Delta УР_{ур} = ВП_1 \cdot У_{ур} = -336,74 \text{ тыс. руб.}$$

Баланс факторов:  $\Delta УР_{у\text{пер}} = 1366,43 + (-336,74) = 1030 \text{ тыс. руб.}$

*Вывод:* на ТВКЗ «KVINT» в 2016 г. по сравнению с 2015 г. общие и административные расходы увеличились на 1030 тыс. руб. При этом за счет изменения уровня выпуска продукции анализируемый по-

казатель возрос на 1366,43 тыс. руб., а за счет изменения объема выпуска продукции – уменьшился на 336,74 тыс. руб.

В целом на предприятии темп прироста объема выпуска продукции превышает темп прироста общих и административных расходов, а уровень общих и административных расходов снижается. Это говорит о том, что деятельность завода, направленная на уменьшение общих и административных расходов эффективна.

Изучив состав, структуру и динамику общих и административных и коммерческих расходов ТВКЗ «KVINT», делаем вывод, что транспортные расходы по сбыту, расходы на вознаграждения персоналу по сбыту, а также администрации и обслуживающему персоналу, расходы на амортизацию основных средств имеют наибольший удельный вес в общей массе расходов. Следовательно, резервом снижения расходов можно назвать структурное изменение расходов по данным статьям.

На любом предприятии наступает момент, когда необходимо глобальное сокращение затрат. Как правило, в первую очередь оно затрагивает сотрудников, поскольку они – самая объемная статья расходов. Если руководитель будет сильно экономить на кадрах, то может пострадать деятельность всей компании. Нельзя экономить на повышении квалификации и зарплате коллектива. Поэтому нужно оп-

Таблица 2

**Анализ эффективности управления общими и административными расходами на ЗАО «ТВКЗ „KVINT“» в 2014–2016 гг.**

Наименование показателя	2014 г.	2015 г.	2016 г.	Абсолютное отклонение, тыс. руб.		Темп прироста, %	
				2015 г. от 2014 г.	2016 г. от 2015 г.	2015 г. от 2014 г.	2016 г. от 2015 г.
Выпуск продукции, тыс. руб.	163 706	198 824	211 961	35 118	13 137	21,45	6,61
Общие и административные расходы, тыс. руб.	18 701	20 681	21 711	1980	1030	10,59	4,98
Уровень общих и административных расходов, %	11,42	10,40	10,24	-1,02	-0,16	-8,95	-1,53

тимизировать производственные процессы: пересмотреть организацию времени работы, штатное расписание и т. д. Это сложный процесс, но он себя оправдывает.

Минимизировать статью по содержанию персонала можно путем внедрения аутсорсинга, совместительства, контроля оплаты простоев в работе по вине работодателя.

Административные расходы на персонал можно свести к минимуму четырьмя способами:

1. Оптимизировать организационную структуру (40 % экономии). Имеется в виду пересмотр штатного расписания, перегруппировка персонала, сокращение некоторых должностей, исключение функционального дублирования и видов деятельности, не приносящих добавленной стоимости. Оптимизировать процесс можно методом аутсорсинга (вывести за штат).

2. Сократить хозяйственные затраты (30 % экономии), например через организацию сменного графика работы или ограничение сервисных услуг (доступа к Интернету, междугородных разговоров). Сложность состоит в том, чтобы приучить работников к экономии на мелочах.

3. Поменять систему начисления заработной платы (20–30 % экономии). Заработная плата работника должна зависеть от результатов его труда. Для начала стоит уменьшить фиксированную часть доходов и увеличить – переменную.

4. Принимать на работу профессиональные кадры (20 % экономии). Это позволит повысить эффективность и производительность труда [5].

Уменьшить статью расходов по эксплуатации оборудования позволит грамотная политика руководства, в частности:

– сдача в аренду, продажа неиспользуемых станков, механизмов, транспорта, складов;

– регулярное техническое обслуживание для сокращения расходов на проведение капитального ремонта;

– уменьшение простоев;

– внедрение возвратного лизинга и пр.

Для достижения режима экономии коммерческих расходов необходимо правильно организовать деятельность всех звеньев товародвижения. Следует разработать оптимальные схемы товародвижения для различных групп товаров, устранить нерациональные перевозки, обеспечить целесообразное использование транспорта и грамотное размещение товарных запасов. В современном мире существует должность логиста, которая подразумевает выполнение данных функций, т. е. правильное управление информационными, материальными и людскими потоками.

В заключение можно сделать вывод о том, что снижение общих и административных и коммерческих расходов является одним из самых эффективных инструментов повышения рентабельности предприятия.

## Цитированная литература

1. **Алексеева А.И.** Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности: учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 529 с.

2. **Зотова Н.Н., Зырянова О.Т.** Бухгалтерский учет и анализ. – М.: КГУ, 2014. – 225 с.

3. **Любушин Н.П.** Экономический анализ. – 3-е изд., перераб. и доп. – М., ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 575 с.

4. **Маркин Ю.П.** Экономический анализ: учебное пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Омега-Л, 2011. – 450 с.

5. **Кузьмин М.И.** Административные расходы: как свести их к минимуму // Коммерческий директор. – 2016. – № 11. – С. 18–24.

УДК 631.16

## ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ФИНАНСОВУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Н.Н. Дмитриева, О.В. Кожухарь

*Обоснована актуальность и степень разработанности проблемы, выявлены специфические особенности сельского хозяйства и факторы, влияющие на финансовую устойчивость сельскохозяйственных предприятий. Рассмотрена классификация факторов, установлено, что они делятся на внешние и внутренние, а также на контролируемые, умеренно контролируемые и неконтролируемые. Определена первостепенность внутренних факторов. Предложены способы управления финансовой устойчивостью сельскохозяйственного предприятия.*

**Ключевые слова:** финансовая устойчивость, внутренние и внешние факторы, сельскохозяйственные предприятия, управление финансовой устойчивостью.

## FACTORS AFFECTING THE FINANCIAL SUSTAINABILITY OF AGRICULTURAL ENTERPRISES

N.N. Dmitrieva, O.V. Kozhukhar

*The article substantiates the urgency and degree of the problem development, reveals the specific features of agriculture and factors affecting the financial stability of agricultural enterprises. The authors consider the classification of factors, it is determined that the factors are divided into external and internal, as well as controlled, moderately controlled and uncontrolled. The authors mark the significance of internal factors. The ways of management of financial stability of agricultural enterprises are offered.*

**Keywords:** financial stability, internal and external factors, agricultural enterprises, financial sustainability management.

В современных условиях хозяйствования довольно значимым и проблематичным является вопрос финансовой устойчивости предприятий, поскольку недостаточная финансовая устойчивость может привести к неплатежеспособности и отсутствию средств для развития. Финансовая устойчивость зависит от стабильности экономической среды, в которой функционирует предприятие, результативности его деятельности, а также от эффективного и своевременного реагирования на меняющиеся стремительными темпами внутренние и внешние факторы. При оценке воздействия различных аспектов на финансовую устойчивость предприятия важно рассматривать их в совокупности.

Отрасли сельского хозяйства присущи специфические особенности, которые ока-

зывают значительное влияние на финансовую устойчивость предприятий аграрного сектора экономики:

- 1) сезонность производства;
- 2) большой промежуток времени между вложением денежных средств и получением результата;
- 3) повышенная рискованность производства;
- 4) низкий уровень технологической оснащенности;
- 5) значительная часть продукции не реализуется, а остается в хозяйстве;
- 6) скоропортящийся характер продукции;
- 7) средствами производства являются живые организмы – растения и животные, которые развиваются согласно биологическим законам;

8) главным средством производства служит земля и т. д.

Важным условием успешной деятельности сельскохозяйственных предприятий является анализ не только финансовой устойчивости, но и факторов, оказывающих на нее влияние.

Существует большое количество факторов, воздействующих на финансовую устойчивость, поэтому необходимо их классифицировать. Систематизация по различным классификационным признакам дает возможность точнее определить место и роль каждого фактора в поиске путей повышения устойчивости. В экономической литературе наиболее распространены следующие классификации факторов:

1) по месту возникновения выделяют внешние и внутренние факторы;

2) по степени влияния – основные и второстепенные;

3) по структуре – простые и сложные;

4) по степени контролируемости – контролируемые, умеренно контролируемые и неконтролируемые;

5) по времени действия – постоянные и временные.

Предприятие выбирает такую классификацию, которая отвечает его управленческим целям. Например, для анализа финансовой устойчивости необходимо рассматривать классификацию факторов по месту возникновения и направленности воздействия.

По нашему мнению, наиболее важным является деление факторов по месту возникновения. Данный вывод был сделан исходя из того, что сельскохозяйственные предприятия обладают разными возможностями влиять на динамику факторов, а также выступают одновременно субъектом и объектом отношений в рыночной экономике. Кроме того, данная классификация удобна при разработке системы управления финансовой устойчивостью в стратегическом аспекте.

**Внутренние факторы** находятся в прямой зависимости от организации работы предприятия. К ним относятся, например, дебиторская и кредиторская задолженность, финансовые результаты, амортизационная политика, качество семян, технология производства и др. Всесторонний анализ позволяет определить направления их совершенствования, реализовав которые можно получить максимальный экономический эффект в долгосрочной перспективе. Хозяйственная деятельность предприятия объясняет влияние внутренних факторов, поэтому в процессе изучения данной проблемы необходимо уделять пристальное внимание причинно-следственным связям таких факторов и финансовой устойчивости.

Изменение **внешних факторов** практически либо совершенно не зависит от воли предприятия (например, природно-климатические условия, особенности живых организмов и растений и т. д.).

Наиболее важным фактором, оказывающим влияние на финансовую устойчивость сельскохозяйственных предприятий, выступают природно-климатические условия. Это самый непредсказуемый и существенный внешний фактор. Так как аграрный сектор экономики зависит от природных явлений, то необходимо создавать на предприятиях страховые и резервные фонды в натуральном и денежном выражении для предотвращения последствий засухи, наводнения и других стихийных бедствий. Биологические особенности живых организмов и растений требуют своевременного выполнения всех видов работ, потому что любое промедление может вызвать большие потери и убытки.

Изучив мнения различных авторов, мы можем констатировать, что одни считают наиболее важными внешние факторы (Н.В. Колчина [1, с. 248–254]), другие – внутренние (Л.М. Подъяблонская [2, с. 18–20]),

Г.В. Савицкая [3, с. 128–140], Л.Т. Гилярова-Сая [4, с. 380–395]).

На наш взгляд, финансовая устойчивость сельскохозяйственных предприятий зависит, прежде всего, от внутренних факторов, поскольку на них можно повлиять. Также внутренние факторы помогают преодолевать отрицательное воздействие внешних факторов и способствуют повышению финансовой устойчивости предприятия.

Внешние факторы, формирующие финансовую устойчивость предприятия, обладают определенными характеристиками:

1) внешние факторы находятся в тесной взаимосвязи между собой и с внутренними факторами;

2) внешние факторы сложно учитывать по причине их значительного количества и многовариантности каждого из них;

3) чаще всего у внешних факторов нет количественного выражения или его сложно определить;

4) неопределенность внешнего окружения осложняет выявление влияния внешних факторов на финансовую устойчивость предприятия [4].

В то же время Н.П. Любушин и А.В. Севастьянов считают, что внешние факторы проявляют себя через внутренние, изменяя их количественное выражение [5, с. 126–142]. Например, неплатежи в экономике приводят к увеличению дебиторской и кредиторской задолженностям, а в их структуре происходит увеличение просроченной и сомнительной задолженностей.

В ходе исследования было выявлено, что внутренние факторы целесообразно сгруппировать по формам их воздействия на финансовую устойчивость:

1) факторы, которые формируют финансовую устойчивость (к ним относятся: структура активов – внеоборотные и оборотные активы; структура пассивов – собственный капитал, долгосрочные и краткосрочные пассивы);

2) факторы, которые оказывают влияние на финансовую устойчивость (к ним относятся: урожайность культур и продуктивность животных; цены на продукцию агропромышленного комплекса; специализация хозяйства и сочетание отраслей; товарная политика предприятия; качество продукции; амортизационная политика).

Внутренние и внешние факторы, которые оказывают влияние на финансовую устойчивость сельхозпредприятий, находятся в тесной взаимосвязи. Например, деятельность правительства в сфере сельхозпроизводства может устранить негативное воздействие природного фактора при помощи осуществления государственной поддержки страхования урожая. Финансовые результаты деятельности аграрных предприятий в значительной степени зависят от урожайности культур, в то же время на ее величину оказывает влияние такой внешний фактор, как природно-климатические условия, и внутренние факторы – применяемая технология производства, качество семян и др. Поскольку предприятия не могут воздействовать на природные условия для повышения урожайности, то им остается успешно управлять внутренними – улучшать посевные качества семян, повышать эффективность производства с помощью применения современных ресурсо- и энергосберегающих технологий возделывания культур. Таким образом, отрицательное воздействие одних факторов способно снизить или свести на нет положительное влияние других и наоборот.

Классификация факторов по месту возникновения на внутренние и внешние помогает определить оптимальные границы управления сельскохозяйственным предприятием. Но она имеет ряд недостатков: сложность практических вычислений и влияние факторов друг на друга, что также утяжеляет количественный и качественный анализ факторов.

Кроме вышеприведенных факторов В.В. Бочаров выделяет ряд других, оказывающих влияние на финансовую устойчивость. Среди внутренних факторов он отмечает:

- 1) уровень профессиональной подготовки производственных и административных работников;
- 2) умение сотрудников постоянно учитывать изменения внутренней и внешней среды;
- 3) величину и структуру издержек производства;
- 4) диверсификацию деятельности;
- 5) соотношение издержек производства с денежными доходами;
- 6) степень зависимости от внешних инвесторов и кредиторов;
- 7) эффективность коммерческих и финансовых операций;
- 8) наличие неплатежеспособных дебиторов;
- 9) оптимальный состав и структуру активов;
- 10) состояние имущества и финансовых ресурсов, включая запасы и резервы, их состав и структуру;
- 11) стратегию и тактику управления финансовыми ресурсами;
- 12) размер оплаченного уставного капитала.

Из числа внешних факторов автор называет:

- 1) уровень инфляции;
- 2) курс обмена валют;
- 3) ставку ссудного процента;
- 4) темпы экономического роста;
- 5) уровень, динамику и колебания платежеспособного спроса на продукцию предприятия;
- 6) научно-технический прогресс;
- 7) законодательство страны (денежно-кредитная политика, субсидии и пр.).

Финансовая устойчивость предприятия в значительной степени зависит от его возможности оказывать влияние на

изменение отдельных факторов. В связи с этим В.В. Бочаров считает обоснованной классификацию по степени контролируемости [6, с. 196–205]. Так, внутренние факторы можно отнести к контролируемым, а внешние – к неконтролируемым. На его взгляд, рационально выделить группу смешанных факторов, которые включают в себя признаки и внутренних и внешних факторов. Их можно отнести к умеренно контролируемым. В данную группу факторов входит урожайность сельскохозяйственных культур (зависит от внешнего фактора – природно-климатических условий и внутренних факторов – применяемой технологии производства, качества семян); цена на продукцию (зависит от внешних факторов – государственных решений, конъюнктуры рынка и внутренних факторов – качества продукции, маркетинговых приемов), величина налоговых отчислений, уровень фондоемкости.

Наличие контролируемых и умеренно контролируемых факторов обусловлено механизмом управления финансовой устойчивостью предприятия. По нашему мнению, целесообразно выделить способы управления финансовой устойчивостью предприятия:

- управление структурой продукции и технологией производства;
- управление составом и структурой финансовых ресурсов;
- ускорение оборачиваемости капитала;
- управление оборотными средствами;
- управление объемами производства;
- формирование заемной политики;
- управление затратами.

Регулирование хозяйственной деятельности предприятия становится возможным после выявления факторов, влияющих на финансовую устойчивость. Несомненно, добиться финансовой устойчивости трудно, но вследствие эффектив-

ного и рационального управления всем комплексом факторов, решения поставленных управленческих задач ее можно достичь.

На основании изложенного сделаем вывод, что финансовая устойчивость предприятий сельского хозяйства зависит от общих и специфических факторов, которые делятся на контролируемые (внутренние), неконтролируемые (внешние) и умеренно контролируемые (смешанные). Степень их влияния на финансовую устойчивость обусловлена соотношением этих факторов, стадией жизненного цикла предприятия, а также рациональностью выбранного способа управления финансовой устойчивостью. В основе управления финансовой устойчивостью сельхозпроизводителей в условиях рыночных отношений лежит активное реагирование на изменение влияющих факторов.

## Цитированная литература

1. **Колчина Н.В.** Финансы предприятий: учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 383 с.
2. **Подъяблонская Л.М., Поздняков К.К.** Финансовая устойчивость и оценка несостоятельности предприятий // Финансы. – 2010. – № 12. – С. 18–20.
3. **Савицкая Г.В.** Анализ производственно-финансовой деятельности сельскохозяйственных предприятий: учебник. – 3-е изд., доп. и перераб. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 368 с.
4. **Гиляровская Л.Т.** Экономический анализ: учебник для вузов. – 5-е изд., доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2014. – 616 с.
5. **Любушин Н.П., Севастьянов А.В.** Анализ финансово-экономической деятельности предприятия. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 471 с.
6. **Бочаров В.В.** Комплексный финансовый анализ: учебник. – СПб.: Питер, 2009. – 432 с.

УДК 657.6+336.77

## КРЕДИТНЫЙ КОНСАЛТИНГ И ФИНАНСИРОВАНИЕ МАЛЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

*Н.В. Зеленин*

*Рассмотрены варианты финансирования малых предприятий путем кредитования. Описаны виды кредитов, условия и особенности их использования в качестве возможного источника финансирования. Дано определение кредитного консалтинга и обоснована необходимость обращения субъектов малого предпринимательства к этой услуге.*

**Ключевые слова:** *финансирование малых предприятий, субъект малого предпринимательства, банковский кредит, коммерческий кредит, овердрафт, кредитная линия, финансовый консалтинг, кредитный консалтинг.*

## CREDIT CONSULTING AND FINANCING OF SMALL ENTERPRISES

*N.V. Zelenin*

*The article considers the options for financing of small businesses through crediting. It is described types of credits, conditions and peculiarities of their use as a possible source of financing. The definition of credit consulting is given and the need for small businesses to turn to credit consulting services is justified.*

**Keywords:** *financing of small enterprises, small business entity, bank credit, commercial credit, overdraft, credit line, financial consulting, credit consulting.*

Субъекты малого предпринимательства все активнее заявляют о себе в различных сегментах рыночной экономики Приднестровья. Их доля в формировании республиканского бюджета составляет около 10 % и имеет устойчивую тенденцию роста. По статистическим данным, на начало 2017 года в отраслях экономики ПМР официально осуществляли различную деятельность 4334 субъекта малого предпринимательства [1, с. 95]. Современному малому бизнесу в процессе развития приходится постоянно решать непростые задачи, направленные на обеспечение финансирования текущей деятельности. Недостаток оборотных денежных средств для расширения производства становится весомым препятствием для дальнейшего развития данной сферы экономики [2, с. 1]. Именно по этой причине малый бизнес с целью повышения эффективности и расширения деятельности все больше интересуется такой услугой аудиторов, как финансовый консалтинг. Финансовый консалтинг призван содействовать развитию малого предпринимательства, способствовать оптимизации бизнес-процессов, правовому и бухгалтерскому сопровождению деятельности малых предприятий по привлечению денежных ресурсов [3, с. 44].

Кредитный консалтинг как разновидность финансового консалтинга представляет собой оказание юридическим и физическим лицам консультационных услуг по привлечению кредитного и инвестиционного финансирования. Этот вид бизнеса в современных условиях получает широкое распространение, в связи с чем появляется объективная необходимость в развитии такого вида аудиторских услуг, как кредитный консалтинг.

Вместе с тем коммерческие банки все активнее предлагают разнообразные кредитные продукты. Каждый из них не только готов предоставить клиенту особые условия, но и требует определенно-

го набора подтверждающих документов и гарантий. Потенциальному получателю кредита с профессиональной точки зрения становится сложнее ориентироваться в этой сфере банковских услуг. Консалтинг является видом деятельности, основная задача которого заключается в предоставлении услуги по экономическому анализу, обоснованию перспектив обеспечения управленческой, финансовой, методологической и инвестиционной деятельности организаций. Иными словами, консалтинг представляет собой специфический вид помощи в решении той или иной экономической проблемы предприятия, оказываемый внешними консультантами [4, с. 61].

Основанием для приглашения финансового консультанта является наличие проблемы, связанной с недостатком ресурсов, специальных знаний, высокой ценой вопроса. Предлагаемые консалтинговыми организациями консультационные услуги максимально сопряжены с требованиями коммерческих банков, других кредитных учреждений и инвестиционных компаний. Суть услуги кредитного консалтинга заключается в независимой объективной оценке существующих на рынке предложений кредитов с целью выбора наиболее оптимального, с точки зрения заемщика, кредитного варианта. Активно сотрудничая с различными банками, консалтинговая организация предлагает клиентам услуги по поиску и подбору банка, предоставляющего кредит на приемлемых для малого предприятия условиях, который можно направить на развитие производства, его реорганизацию и техническое перевооружение, а также на пополнение оборотных средств. В рамках кредитного консалтинга предполагается сопровождение процедуры получения кредита, выражающееся в общем ознакомлении с рынком кредитования в регионе, предоставлении информации и выборе наиболее оптимальной кредитной программы банка,

помощи в сборе и оформлении пакета документов на кредитование, согласовании их с банком и подаче заявки на получение кредита.

Кредитный консалтинг может включать экспресс-анализ организации и сущности проекта, поиск потенциального инвестора или кредитора, оформление необходимого пакета документов и составление бизнес-плана для конкретного инвестора или кредитора, сопровождение рассмотрения кредитной или инвестиционной заявки.

Консалтинг представляет собой вид профессиональных услуг по оказанию методической помощи в организации деятельности предприятия, т. е. консультант помогает заказчику при принятии решений, а сами действия и операции проводит консультируемое предприятие. Практика выработала две основные формы консультационного обслуживания клиентов: разовое проведение консультации по отдельному заказу и абонентское обслуживание в течение определенного времени [5, с. 141].

Потребность в консультационных услугах вытекает также из необходимости не допустить существенных ошибок, которые субъекту малого предпринимательства легче и дешевле предотвратить, чем исправлять их последствия.

Малые предприятия, в отличие от крупных, по экономической сущности обладают рядом особенностей, которые оказывают значительное влияние на процесс кредитования и обуславливают необходимость применения услуги финансового консалтинга. Невысокий объем производства делает экономику предприятия обозримой для руководителя, который, обычно являясь одновременно и собственником, не обладает достаточными экономическими знаниями. Такие факторы, как наличие ограниченных ресурсов и сравнительно небольшой объем реализации, затрудняют маневрирование в ценовой по-

литике и создают условия, отрицательно влияющие на уровень экономической безопасности и способствующие появлению повышенного экономического риска для функционирования малого предприятия.

Многие компании постоянно испытывают нехватку ликвидных средств, так как объемы собственного капитала не позволяют им успешно развиваться. Достаточность финансирования является важным элементом, определяющим их поведение на рынке. Поэтому финансирование малого предприятия постоянно стоит во главе проблем, требующих своевременного разрешения. Реальность такова, что в отличие от крупных предприятий малые фирмы могут рассчитывать в основном на собственные силы, привлечение кредитных ресурсов с так называемого неформального финансового рынка и сравнительно небольшие кредиты банков. Эти особенности обуславливают актуальность исследования темы, связанной с организацией кредитного процесса малых предприятий [6, с. 37].

Обзор научных и учебно-методических публикаций в отечественных и зарубежных изданиях свидетельствует о том, что вопросы финансирования малого бизнеса начали активно рассматриваться российскими и приднестровскими учеными-экономистами сравнительно недавно. Интерес к проблеме вызван повышением значимости субъектов малого предпринимательства в экономической науке. Вклад в теорию развития финансирования малого бизнеса вносят такие известные российские ученые, как А.О. Блинов, В.С. Золотарев, И.Н. Шапкин, Л.Ю. Филобокова.

Основная потребность малых предприятий в финансировании вытекает из необходимости пополнения оборотных средств, что, в свою очередь, обуславливает потребность в привлечении краткосрочных банковских кредитов [7, 8]. Кредитная организация обычно рассматривает

активы и пассивы малого предприятия как незначительные и не позволяющие обеспечивать залоговые обязательства. В связи с высокой долей расчетов наличными средствами и применением упрощенной системы ведения бухгалтерского учета банковские специалисты не могут достоверно оценить финансовое положение потенциального заемщика, а небольшие размеры уставного капитала относят малые предприятия по нормативным требованиям кредитных организаций к категории клиентов с высоким риском невозврата заемных средств. Страхуясь от подобных рисков, банки устанавливают повышенные требования к обеспечению, процедуре оформления и погашения кредита. Аннуитетные формы кредитных платежей, применяемые банками в таких ситуациях, не всегда удобны и приемлемы для малого предприятия. Оформление процедуры по получению кредита является для него сложным в силу отсутствия в штате квалифицированных финансовых специалистов и полноценной бухгалтерской службы.

Вместе с тем развитие малого бизнеса без банковского кредита затруднительно, поэтому организации нуждаются в информационно-консалтинговой поддержке. Финансовый консалтинг позволит создать для каждого малого предприятия индивидуальную схему кредитования с учетом специфики деятельности и обеспечения ликвидности и кредитоспособности на приемлемом уровне.

Исследование вопроса, связанного с кредитованием малых предприятий, показывает, что они, как правило, не могут самостоятельно компетентно просчитывать с учетом всех нюансов оптимальность тех или иных вариантов финансирования, предлагаемых кредитными организациями. Однако субъекты малого предпринимательства способны использовать относительно сложные виды краткосрочного кредитования для финансирования теку-

щей деятельности, но они представляются специалистам заемщика малопонятными для расчетов и восприятия.

Оказываемые банками услуги по кредитованию разнообразны. Например, для пополнения оборотных средств и привлечения краткосрочных ресурсов возможно применение овердрафта и кредитной линии, которые являются более дорогим вариантом, тем не менее одному из них периодически отдают предпочтение малые предприятия и банки из-за их большей гибкости. При кредитовании в период создания предприятий банки стремятся предоставить заемщикам не кредит, а именно овердрафт или кредитную линию, процентные ставки по которым существенно выше. Применение таких форм кредитования несет в себе гораздо больший риск для заемщика, поскольку они могут быть закрыты в любое время по усмотрению банка и требуют квалифицированного обслуживания, но вместе с тем позволяют клиенту быстро решить кратковременные финансовые трудности.

Другой распространенной формой кредитования малых предприятий является коммерческий кредит, который позволяет избежать издержек и проблем, связанных с получением банковского кредита. Субъекты малого предпринимательства пользуются коммерческим кредитом чаще и более охотно, чем крупные предприятия. Однако предоставление отсрочки платежа за полученные товары требует от учетных специалистов профессиональных расчетных прогнозов по анализу дебиторской и кредиторской задолженности.

К числу возможных вариантов финансирования малых предприятий относят так называемые гибридные формы кредитования, в частности субординированные займы, сочетающие в себе преимущества основных источников внешнего финансирования и кредитования. При использовании данных инструментов не требуется

предоставление активов предприятия в качестве гарантии. Кроме того, фактически происходит возрастание доли пассивов в структуре баланса фирмы, следовательно, улучшаются финансовые показатели, благодаря чему повышаются шансы предприятия в перспективе получить банковский кредит. Преимущества для займодателя в том, что он связывается с кредитуемой организацией на продолжительный период и будет получать стабильный доход, а заемщик сможет улучшить свое экономическое положение, расширить и укрепить финансовые активы. Оформление такого займа экономически целесообразно для малого предприятия, если оно было создано недавно и не имеет возможности получить банковский кредит или испытывает недостаточность финансирования. Стоимость такого «гибридного» финансирования для заемщика выше, чем долгового, поскольку инвестор несет более крупный риск. Например, в случае банкротства малого предприятия он не обладает преимущественным правом требования по взысканию долгов, так как это право принадлежит кредиторам.

Малые предприятия для пополнения оборотных средств периодически прибегают и к потребительским кредитам, оформляемым на учредителя или руководителя как на физическое лицо. Потребительский кредит получить проще, чем банковский. При равных процентных ставках для предпринимателя важно, что потребительский кредит предполагает меньший набор документов и меньший срок принятия решения банком. В то же время бухгалтерское оформление и проведение такого кредита через финансовую отчетность организации требует специальных знаний.

Для создания производственного потенциала малые предприятия могут воспользоваться услугами лизинговых компаний. Этот вид финансирования является общепринятой мировой практикой и уже

применяется в Приднестровье, однако оформление и бухгалтерское сопровождение лизинговых операций предполагает наличие у финансового специалиста компетентности и опыта.

Обоснование целесообразности применения услуги по кредитному консалтингу рассмотрим на примере деятельности Фонда государственного резерва Приднестровской Молдавской Республики по льготному кредитованию субъектов малого предпринимательства в рамках государственной поддержки и развития этой сферы бизнеса. Кредитная организация на основе предоставленных заемщиком документов выполняет первичный отбор и банковскую экспертно-аналитическую обработку бизнес-проекта с целью оценки возможности выдачи кредита, после чего направляет в Фонд государственного резерва заявление на выделение кредитных ресурсов и пакет документов заемщика. Фонд государственного резерва изучает содержание этих документов и в случае положительного решения выделяет банку на договорной основе ресурсы для заключения с субъектом малого предпринимательства кредитного договора на условиях, прописанных в нормативных документах Правительства ПМР [2, 7]. В ходе экспертизы пакета предоставленных материалов исследуются такие технические детали кредитования и их документальное подтверждение, как экономическое обоснование и способность заемщика финансировать 10 % стоимости проекта. Проверяется оценка залогового имущества или поручители. Изучаются справки об отсутствии задолженности у заемщика перед бюджетами всех уровней и внебюджетными фондами, отсутствии задолженности по репатриации валютной выручки. Подробно рассматриваются учредительные документы и выписка из Государственного реестра юридических лиц на дату получения кредита, наличие

решения вышестоящей организации о привлечении кредитных ресурсов и даче имущества в залог. Кроме того, Фонд государственного резерва и коммерческие банки учитывают показатели финансовой отчетности предприятия с проведением анализа расчетных показателей бухгалтерского учета и финансовой отчетности. Осуществляется финансовый анализ и прогноз денежных потоков заемщика на период кредитования, формируется список дебиторов и кредиторов, расшифровывается задолженность по кредитам других кредитных организаций, изучается сумма остатков на забалансовых счетах, по полученным и выданным поручительствам, гарантиям, залогам [8]. Принимаются во внимание контракты и договоры намерений на приобретение основных средств или материалов.

Вся перечисленная информация должна быть отражена в документах установленной формы. При невыполнении условий по содержанию документов или выявлении ошибок материалы возвращаются без дальнейшего рассмотрения [7, 8].

Данные требования и условия для выдачи банком кредита и контроля со стороны держателя кредитных ресурсов обоснованны и разумно достаточны, их выполнение обязательно, и отклонения от процедуры не допускаются. Для малого предприятия в условиях лимита времени и отсутствия права на ошибку подобная работа является трудновыполнимой и вызывает потребность обратиться за помощью в оформлении кредитных документов к компетентным специалистам. Аудиторская или консалтинговая организация, предоставляя услугу кредитного консалтинга, обеспечивает клиенту ответственное содействие в создании и оформлении документов, оказывает профессиональное, компетентное экономическое сопровождение бизнес-проекта на всех этапах исполнения кредитного договора.

Все формы финансирования предприятия обладают преимуществами и недостатками. Такие источники, как нераспределенная прибыль и личные сбережения собственников, позволяют организации не зависеть от внешних кредиторов. Овердрафт и кредитные линии являются гибкими, но дорогими инструментами. Следовательно, финансирование малых предприятий в значительной мере связано с кредитованием, несмотря на то что малый бизнес, как правило, стремится рассчитывать на собственные средства. Обслуживание кредитных операций требует рассмотрения большого количества схем и видов кредитования, что невозможно без квалифицированного, профессионального суждения, сложных финансовых вычислений, расчетов и обоснований. Малые предприятия могут решить проблемы подобного рода обратившись к организациям, предоставляющим услуги финансового консалтинга и располагающим штатными высококлассными специалистами в области финансов.

### Цитированная литература

1. Статистический ежегодник Приднестровской Молдавской Республики – 2017: Статистический сборник / Государственная служба статистики ПМР. – Тирасполь, 2017.
2. Постановление Правительства ПМР № 206 от 10.09.2013 г. «О порядке льготного кредитования субъектов малого предпринимательства в Приднестровской Молдавской Республике».
3. Цуркан А.А. Консалтинг: проблемы и перспективы развития на отечественном рынке // Матер. LIX Междунар.-практ. конф. «Экономика и современный менеджмент: теория и практика». – Новосибирск: СибАК, 2016. – С. 43–51.
4. Цуркан А.А. Развитие сферы консалтинговых услуг на отечественном рынке услуг // Матер. науч.-практ. конф. ППС ПГУ им. Т.Г.

Шевченко. – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та, 2016. – С. 59–63.

5. **Мирошниченко Т.А.** Аудит: учебник для магистров. – Персиановский: Донской ГАУ, 2016. – 168 с.

6. **Зеленин Н.В.** Создание благоприятного инвестиционного климата – важный фактор развития Приднестровья // Матер. Междунар. науч.-практ. конф. «Инвестиции и экономика: проблемы и перспективы роста в условиях Приднестровской Молдавской Республики».

12 мая 2016 г. – Тирасполь: Изд-во Приднестр. ун-та, 2016. – С. 36–42.

7. Закон ПМР «О льготном кредитовании субъектов малого предпринимательства» от 25.06.2011 г. в редакции на 02.07.2013 г.

8. Постановление Правительства ПМР № 11 от 15.01.2013 г. «О порядке и условиях кредитования хозяйствующих субъектов в Приднестровской Молдавской Республике за счет средств безвозмездной финансовой помощи Российской Федерации».

УДК 657.6+331.2

## ОСОБЕННОСТИ АУДИТОРСКИХ ПРОЦЕДУР ПРИ ПРОВЕРКЕ НАЧИСЛЕНИЯ ПОДОЗРИТЕЛЬНЫХ ДЕНЕЖНЫХ ВЫПЛАТ РАБОТНИКАМ

*Н.В. Зеленин, А.О. Туранский*

*Излагаются особенности аудиторских процедур при выявлении в процессе аудиторской проверки начислений бухгалтерскими специалистами подозрительных денежных выплат персоналу предприятия. Рассматриваются признаки, свидетельствующие о наличии таких нарушений, приводятся примеры наиболее распространенных умышленных неправомерных действий работников бухгалтерии и описываются мероприятия по обнаружению подобных корыстных преднамеренных ошибок.*

**Ключевые слова:** аудит заработной платы, сокрытие реальной заработной платы, приписки в платежных ведомостях, приписки к авансовым отчетам, подделка документов, выборочная проверка данных учета.

## FEATURES OF AUDITING PROCEDURES IN CHECKING THE CHARGE OF SUSPICIOUS MONEY PAYMENTS TO EMPLOYEES

*N.V. Zelenin, A.O. Turanskii*

*The article reflects the features of audit procedures in checking the charge by accounting specialists of suspicious money payments to the personnel of an enterprise. The authors consider the signs, indicating the presence of such violations, give the examples of the most common intentional misconduct of accounting workers and describe the measures to identify such self-interested premeditated errors.*

**Keywords:** audit of wages, concealment of real wages, registration in payrolls, addition to advance reports, forgery of documents, selective verification of accounting data.

Переход на рыночные отношения вызвал глобальное изменение условий управления экономикой, особенно финансовой

сферой, и требует от современных предприятий интеллектуализации экономических процессов. Одним из важных направлений

этой деятельности является максимальная реализация возможностей трудового потенциала субъектов рыночных отношений. Повышение продуктивности затрат труда обеспечивается при прочих равных условиях за счет создания эффективной системы оплаты результатов труда, включая широкий спектр компенсационных, стимулирующих выплат и вознаграждений.

Затраты труда и соответствующие расходы экономического субъекта на их компенсацию в форме оплаты труда и разного рода вознаграждений являются важнейшим элементом издержек производства и обращения. Эти издержки имеют устойчивую тенденцию к дальнейшему росту [1, с. 127]. На макроэкономическом уровне средняя величина заработной платы и вознаграждений работников показывает развитие экономики государства и приоритеты его правительства. В Приднестровье основополагающими законодательными документами, регулирующими труд и его оплату, являются Конституция, Гражданский кодекс, Трудовой кодекс, Стандарты бухгалтерского учета ПМР, определяющие материальные выплаты работникам. Насущная потребность в постоянном совершенствовании нормативно-правового регулирования трудовых отношений ставит перед финансовыми институтами государства и научным сообществом республики задачу по развитию методологии учета и контроля [2, с. 95]. Вопросам мотивации и регулирования оплаты труда посвящены научные публикации таких российских и приднестровских ученых-экономистов, как Н.А. Волгин, В.Г. Зинин, С.А. Шапиро, Л.А. Костин, А.И. Рофе, Н.Н. Смоленский, Т.П. Стасюк, А.А. Цуркан и др. Исследование выявило недостаточный уровень нормативно-методического обеспечения расчетов по оплате труда как на государственном, так и на корпоративном уровне.

В настоящее время обеспечение грамотной кадровой политики, применение

новейших методов организации труда и оценки его результатов перешли в разряд первоочередных задач стратегического развития каждого экономического субъекта. В их решении центральное место отводится совершенствованию системы управления расчетами с персоналом по оплате труда и такими ее функциональными элементами, как бухгалтерский учет, экономический анализ, финансовая отчетность [3, с. 14].

Заработная плата является основным источником дохода рабочих и служащих. С ее помощью осуществляется контроль над мерой труда и потребления. Она используется как важнейший рычаг управления экономикой. Именно по этой причине своевременное выявление путем проведения аудиторской проверки нарушений в организации бухгалтерского учета расчетов с персоналом по оплате труда и социальному страхованию, а также искажений в финансовой отчетности по данным статьям позволит разработать рекомендации по устранению умышленных ошибок и повысить достоверность финансовой отчетности.

Аудит заработной платы является неотъемлемой частью проверки, которая важна независимо от того, какой субъект подвергается проверке. Аудит расчетов с персоналом направлен на предотвращение нарушений, связанных с выплатой заработной платы, и некорректного отношения к работникам предприятия. Отсюда вытекает необходимость исследования некоторых особенностей учетной работы бухгалтерии при начислении подозрительных выплат сотрудникам и проведения аудиторской проверки.

Причина, по которой работодатели скрывают истинные зарплаты своего персонала, понятна. Чем выше зарплата, тем больше размер страховых взносов на сотрудников, которые работодатели выплачивают за свой счет. Работники тоже часто умалчивают о серых схемах выдачи зарплаты из-за желания уменьшить нало-

говые отчисления и сохранить свое место работы.

Зачастую хитрости работодателей при попытке скрыть истинные суммы зарплат шиты белыми нитками и давно известны аудиторам и аудиторским организациям. Рассмотрим несколько подозрительных обстоятельств, которые исходя из практики аудиторских организаций прямо или косвенно свидетельствуют о том, что работодатель выплачивает серые зарплаты.

Одним из важных признаков сокрытия фактических выплат является отсутствие текучести кадров при зарплате ниже среднеотраслевой. Довольно странно выглядит преданность работников предприятия при условии, что их зарплата заметно ниже той, какую они могли бы получать в другом месте. Это наводит аудитора на мысль, что лояльность коллектива поддерживается выдачей зарплаты в конвертах.

Если в ходе проверки выявлено, что размер заработной платы примерно одинаков у работников разной квалификации и должностей, то такая ситуация противоречит традициям и правилам рынка труда, когда более профессиональный и опытный сотрудник должен обходиться работодателю дороже. Назначение одинаковых окладов для, например, главного бухгалтера и офис-менеджера непременно должно вызвать вопросы проверяющего по поводу адекватности распределения фонда оплаты труда [4, с. 81].

Наличие у работников организации признаков ведения образа жизни, не соответствующего получаемым доходам, также заставляет аудитора задуматься об обоснованности начисления и выплаты заработной платы. Например, если на служебной парковке красуются новые иномарки сотрудников, свидетельствуя о неплохом финансовом состоянии коллектива, то это косвенный признак выплаты денежного содержания в конвертах. Конечно, работники, если они не госслужа-

щие, не обязаны отчитываться по источникам своих доходов. Можно предположить, что дорогие часы и машины они получили в подарок от родственников (просто так повезло) или имеют другие легальные источники доходов. Но если топ-менеджеры работают за минимальные зарплаты и при этом не бедствуют, не имея других официальных поступлений, то такой факт выглядит подозрительным и является основанием для расширения процедуры проверки.

Кроме того, существуют ситуации, когда сам бухгалтер предприятия проводит махинации, которые незаметны для руководства, но аудитор может раскрыть их в одно мгновение. Практика показывает, что чаще всего бухгалтерское мошенничество сводится к подложным выплатам сотрудникам компании. Приписки в платежных ведомостях – наиболее распространенный вид нарушений. Этому способствуют условия, когда в организации большой штат и высокая текучесть кадров. Создаются благоприятные обстоятельства для применения самого элементарного способа хищения денежных средств путем включения в расчетные и расчетно-платежные ведомости фамилий несуществующих работников.

Известны многочисленные случаи из практики учетной работы, когда бухгалтеры обманывают работодателя. Зачастую при отсутствии должным образом налаженной организации внутреннего контроля бухгалтеры не особо утруждают себя при совершении мошеннических действий, например вносят разные данные в бухгалтерские документы и платежную ведомость. Самым банальным образом бухгалтер, выдававший зарплату, похитил более 2 млн руб. ПМР. В расходном ордере он указывал сумму большую, чем итоговая цифра по платежной ведомости. В результате виновный получил четыре года лишения свободы условно. Его коллега из другой организации периодически вносил в платежные ведомости заниженные сум-

мы, а после выдачи денег исправлял цифры в большую сторону, за что получил три года условного срока.

В качестве мер предосторожности некоторые бухгалтеры не сами выдумывают лишних работников, а дожидаются увольнения реального сотрудника и «забывают» исключить его фамилию из платежной ведомости. Дальнейшие действия описаны выше.

Более изощренный способ хищения – это вступить в сговор с руководителем подразделения, ответственным за ведение табеля учета рабочего времени. Тогда «мертвые души» будут появляться в таблице, а в платежных документах расписываться придется уже не бухгалтеру. Ведь многие предприятия практикуют выдачу заработка всей бригаде ее бригадиру как общественному кассиру.

Бухгалтер также может договориться с работницей, которая уходит в декретный отпуск, и самостоятельно выдавать ей сумму причитающегося пособия, продолжая при этом начислять сотруднице заработную плату. Разница между суммой пособия и заработком осядет в кармане бухгалтера.

Достаточно распространенной проблемой для многих предприятий выступает подделка больничных листов. Причина этого явления в общем-то понятна – стремление недобросовестных сотрудников получить несколько дней оплачиваемого отдыха. Опытный бухгалтер может усомниться в подлинности такого документа и принять меры по его проверке. Однако возможна ситуация, когда бухгалтер сам использует фальшивый больничный лист нетрудоспособности. В этом случае, естественно, никакой проверки достоверности больничного листа не инициируется.

В компаниях, где большинство сотрудников имеют разъездной характер деятельности, нередки мошенничества с командировочными расходами, так как трудовое

законодательство обязывает работодателя возмещать сотруднику все затраты, связанные со служебной командировкой. Суть способа проста: бухгалтер отражает командировку, которой не было, и присваивает себе сумму возмещенных расходов. Первая сложность здесь в том, что приказ и командировочное удостоверение подписывает руководитель организации или уполномоченное им лицо. Однако если директор имеет привычку подписывать бумаги не читая, то приказ и удостоверение могут подsunуть ему на подпись среди кипы других документов. Другой, более рискованный для бухгалтера вариант – подделать подпись. Для оформления служебной поездки необходимы документы, подтверждающие расходы на проезд, проживание и т. п. Практика показывает, что в настоящее время можно подделать их без особого труда либо оформить авансовый отчет без документов на проезд и проживание с выплатой одним только суточных с приложением пояснительной записки, что подотчетное лицо не предоставило надлежаще оформленные документы.

Приписки к авансовым отчетам бухгалтер может производить и при любых других тратах компании, осуществляемых наличными денежными средствами, например при покупке хозяйственных товаров или ГСМ. В этом случае фирма сталкивается не только с хищением денежных средств. Если в результате налоговой проверки выяснится поддельность документов, подтверждающих затраты, то соответствующие суммы, вероятнее всего, будут исключены из состава расходов, уменьшающих базу по налогу на прибыль. Организации придется уплатить в бюджет необходимую сумму налога на прибыль, а также штраф и пени.

При возникновении обоснованных подозрений для выявления мошенничества аудитор должен особое внимание уделить проверке авансовых отчетов и тщательно

изучить документы, подтверждающие расходы, как по форме их составления, так и по содержанию. В частности, подлежит проверке заполнение всех необходимых реквизитов, наличие приложений (если они предусмотрены), достоверность документов, соответствие между реквизитами организации на самом документе и на оттиске печати на нем, а также соответствие дат расходов периоду осуществления задания. Целесообразно удостовериться в правильности подсчета итоговой суммы расходов, принятых по каждому авансовому отчету. И конечно, следует проверить, полностью ли вернул сотрудник остаток неизрасходованных денежных средств.

Кроме того, подозрительные выплаты могут быть связаны не только со штатным бухгалтером. Нередко и главный бухгалтер принимает участие в деятельности подобного рода, обманывая руководством различными способами.

Главный бухгалтер торговой фирмы подделал приказ руководителя о своем дополнительном постоянном материальном стимулировании и получал в течение двух лет солидные надбавки за сложность и напряженность своего непосильного труда. Обман вскрылся при первой же проверке бухгалтерских документов, проведенной аудиторской компанией. Руководитель обратился в правоохранительные органы. Последние разобрались с ситуацией в рамках уголовного дела, было вынесено решение суда, связанное с лишением свободы.

Одним из приемов мошенничества является завышение суммы зарплат отдельных работников в ведомостях, о чем их заранее ставят в известность. Обработанный персонал, получив повышенную зарплату, делится ею с организатором мошенничества.

В ведомостях на выплату заработной платы могут преувеличиваться подлежащие выдаче итоговые суммы, а на руки работникам выдается значительно меньше.

Полученную разницу мошенники кладут себе в карман.

Главной задачей аудита расчетов с персоналом по оплате труда в случае наличия обоснованных подозрений в мошенничестве является подтверждение достоверности производимых выплат. Для обнаружения нарушений и злоупотреблений, связанных с правильностью начисления и выплатой заработной платы, аудитору необходимо детально разобраться в документальном оформлении и убедиться в эффективности системы внутреннего контроля учета расчетов по оплате труда, выполнить процедуры по подтверждению достоверности произведенных начислений и выплат работникам по всем основаниям, проверить отражение всех расчетов в учете, законность и полноту удержаний во все бюджетные и внебюджетные фонды из заработной платы, из других выплат. Особое внимание следует уделить проверке организации аналитического учета расчетов с персоналом и его взаимосвязи с данными синтетического учета.

В практике применяется три этапа проведения аудита расчетов по оплате труда: ознакомительный, основной и заключительный. На ознакомительном этапе рассматривается документальное оформление трудовых отношений с работниками организации в соответствии с нормативными требованиями. На основном этапе проверки обращается внимание на наличие трудовых договоров, подписанных сторонами и заверенных печатью предприятия, а также первичных документов. Кроме того, выборочно проверяется наличие договоров, заполнение всех реквизитов, их удостоверение печатями и подписями сторон, устанавливается соответствие между данными синтетического и аналитического учетов выборочно на одну и ту же дату. Подлежат проверке сальдо по счету 531 «Обязательства персоналу по оплате труда» в главной книге по соответствующим статьям баланса, а

также соответствие между данными журнала-ордера по начислению зарплаты и расчетно-платежной ведомости. Сверяются суммы заработной платы, выданные работникам организации из кассы, путем сопоставления данных журнала-ордера № 1 и дебетовых оборотов главной книги по счету 531 за каждый месяц. Далее проводится проверка правильности начисления сумм, отраженных по кредиту счета 531, по нескольким работникам с учетом форм оплаты труда, принятых в компании. Проверяется правильность корреспонденции счетов при расчетах с персоналом, по налогам и сборам, соцстраху, с подотчетными лицами и по прочим операциям с работниками. На заключительном этапе формируется мнение по результатам проверки, составляется пакет рабочих документов, выполняется часть аудиторского отчета, относящаяся к области проверки.

Обобщив вышесказанное, необходимо отметить, что взаимосвязь элементов метода бухгалтерского учета позволяет выявить все возможные мошеннические манипуляции в сфере подозрительных выплат. Благодаря выполнению процедур проверки, отраженных в настоящей статье, руководитель предприятия сможет

организовать эффективную систему внутреннего контроля и осуществлять экономический анализ показателей финансовой и бухгалтерской отчетности, характеризующих расчеты с персоналом.

### Цитированная литература

1. Барышников Н.П. Организация и методика проведения общего аудита. – М.: Финлинь, 2001. – 448 с.
2. Смоленский Н.Н. Регулирование рынка труда в Приднестровской Молдавской Республике в условиях трансформируемой экономики: монография. – Тирасполь: Литера, 2009.
3. Стасюк Т.П. Совершенствование учета оплаты труда и иных вознаграждений работников в соответствии с внедрением в ПМР СБУ № 19 «Вознаграждения работникам» // Сб. матер. науч.-практ. конф. ППС экон. фак. ПГУ им. Т.Г. Шевченко. – Тирасполь, 2013. – С. 13–16.
4. Стасюк Т.П., Цуркан А.А. Некоторые аспекты эффективного внедрения системы внутреннего аудита учета оплаты труда на предприятиях ПМР // Сб. матер. V Междунар. науч.-практ. конф. «Личность, экономика, право: проблемы соотношения и взаимодействия». – Бендеры: Полиграфист, 2017. – С. 79–87.

УДК 631.162

## КЛЮЧЕВЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫМ СОСТОЯНИЕМ ПРЕДПРИЯТИЯ В СОВРЕМЕННЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

*О.Е. Терлецкая, Е.В. Павлин*

*Изложена значимость проведения анализа финансового состояния экономических субъектов. Сформулированы основные направления совершенствования системы управления финансовым состоянием, его стабилизации на предприятиях в современных экономических условиях хозяйствования.*

**Ключевые слова:** финансовое состояние, анализ финансового состояния, прибыль, затраты, расходы, оборачиваемость оборотных активов, эффективность расчетов, оборачиваемость внеоборотных активов.

## KEY DIRECTIONS OF IMPROVING OF THE FINANCIAL MANAGEMENT SYSTEM OF THE ENTERPRISE IN THE MODERN ECONOMIC CONDITIONS

*O.E. Terletskaia, E.V. Pavlin*

*The significance of the analysis of the financial condition of economic entities is indicated. The main directions of improving of the financial management system, its stabilization at enterprises in the modern economic conditions of management are formulated.*

**Keywords:** *financial condition, financial analysis, profit, costs, expenses, turnover of current assets, efficiency of settlements, turnover of non-reverse assets.*

Проблема банкротства многих предприятий различных отраслей хозяйства и сфер деятельности становится все более актуальной. Несколько банков, десятки предприятий ПМР, особенно мелких и средних, уже прекратили свое существование. Главными причинами такой ситуации являются затянувшийся экономический кризис и неумелое управление деятельностью экономических субъектов, т. е. низкая квалификация большинства менеджеров как среднего, так и высшего звена.

Финансовое состояние выступает результатом всех направлений деятельности организации, поэтому своевременная и адекватная оценка условий, в которых она существует, может быть дана только в случае систематического изучения объективной информации как основы проведения финансового анализа [1].

Значимость анализа финансового состояния велика, поскольку его результаты позволяют увидеть ключевые проблемы, с которыми может столкнуться предприятие. Например:

– уменьшение удельного веса оборотных активов может привести к снижению ликвидности;

– сокращение доли быстрореализуемых активов может негативно повлиять на платежеспособность и кредитоспособность экономического субъекта;

– снижение рентабельности всего капитала может свидетельствовать о падаю-

щем спросе на продукцию и перенакоплении активов предприятия;

– снижение рентабельности продаж может быть связано с ростом себестоимости продукции либо с неграмотной ценовой и маркетинговой политикой;

– снижение рентабельности собственного капитала на предприятии может свидетельствовать об уменьшении прибыльности продаж;

– снижение оборачиваемости запасов может свидетельствовать о снижении эффективности продаж предприятия и необходимости повышения эффективности управления затратами предприятия;

– рост дебиторской задолженности приводит к спаду платежеспособности предприятия из-за снижения скорости погашения задолженности дебиторами, а также к недостаточному притоку денежных средств в компанию [2].

Полученные результаты комплексного анализа финансового состояния и оценки банкротства могут показать вектор необходимых мероприятий, реализация которых приведет к улучшению финансового состояния экономического субъекта. Спектр таких мероприятий достаточно широк, и в зависимости от показателей расчетов и сформулированных выводов менеджеры определенного уровня выбирают нужные меры. Остановимся на некоторых из них.

**1. Мероприятия, направленные на максимизацию прибыли предприятия.**

Как правило, наибольший удельный вес в балансовой прибыли предприятия занимает прибыль от операционной деятельности.

Рост прибыли от операционной деятельности можно обеспечить за счет:

- сокращения себестоимости продаж, т. е. реализованной продукции, в части тех затрат, которые становятся расходами, иными словами, снижения себестоимости продукции;

- сокращения общеадминистративных затрат;

- сокращения коммерческих расходов.

Снижению себестоимости продукции способствуют меры по сокращению материальных, трудовых и финансовых затрат.

Для уменьшения материальных затрат можно рекомендовать:

- проводить тендер поставщиков с целью постоянного мониторинга рынка, поиска наиболее выгодных цен и предложений. При поиске поставщиков необходимых для производства основных и вспомогательных материалов следует оптимально выбирать сочетание наименьшей цены этих материалов с наилучшими условиями поставки;

- применять входной контроль качества поступающих от поставщиков сырья и материалов, комплектующих изделий и полуфабрикатов;

- заключать долгосрочные контракты с минимальным количеством поставщиков сырья и материалов, чтобы за счет обеспечения стабильности закупок получить дополнительные скидки, материальные ценности;

- ограничивать объем запасов, т. е. закупать такое количество сырья и материалов, которое необходимо для производства продукции на краткосрочный период, поскольку их хранение требует дополнительных денежных средств;

- внедрять ресурсосберегающие технологические процессы [3, с. 53].

Сокращению прямых трудовых затрат будет способствовать повышение производительности труда за счет использования передовых методов и приемов труда, укрепления трудовой и производственной дисциплины, повышения квалификации рабочих-сдельщиков, а также создания системы материальной заинтересованности персонала путем применения современных эффективных форм и систем оплаты труда и премирования [4].

В части сокращения косвенных затрат можно рекомендовать: приобретение и ввод в эксплуатацию новых моделей энергоэкономного оборудования, при применении которого значительно снижаются энергозатраты на содержание машин и оборудования, а также внедрение энергосберегающих ламп для уменьшения затрат на освещение в производственных цехах [5].

Общеадминистративные расходы оказывают влияние на отпускные цены. Очевидно, что завышенные общеадминистративные расходы будут завышать себестоимость, являющуюся отправной точкой при ценообразовании для всех видов выпускаемой продукции, и при этом сокращать прибыль предприятия, отражаясь в Отчете о совокупном доходе.

Для уменьшения общих и административных расходов рекомендуется контролировать и лимитировать расходы благодаря разработанной на предприятии системе бюджетирования; преобразовать телефонные переговоры через сотовую связь в переговоры через Интернет с использованием бесплатных программ Viber, Skype и др.; сократить численность административного непроизводственного персонала; более эффективно организовать административно-транспортные расходы [3, с. 58].

Коммерческие расходы в современной рыночной экономике играют для предприятий важную роль. Сегодня реклама, упаковка и иные направления сбытовой деятельности во многом определяют успех

фирмы. Для снижения коммерческих расходов рекомендуется осуществлять постоянный контроль за эффективностью и целесообразностью производимых расходов. В настоящее время помимо размещения рекламы на улице и телевидении весьма эффективно публиковать информацию о производимой продукции и применяемых технологиях не только на официальном сайте предприятия, но и в социальных сетях, так как реклама в данном случае будет практически бесплатной.

В результате снижения полной себестоимости продукции позволит повысить прибыль от операционной деятельности, что приведет к увеличению показателей рентабельности и эффективности работы предприятия в целом.

## **2. Мероприятия по повышению оборачиваемости дебиторской задолженности, в частности:**

- осуществление жесткого контроля за правильностью составления и соблюдением условий договоров на поставку услуг контрагентами для укрепления дисциплины в части расчетов с дебиторами, в том числе с покупателями и заказчиками;

- определение на каждый квартал года предельной суммы отсрочек платежа для покупателей. В соответствии с картотекой покупателей (заказчиков), взаимоотношений с ними определяются целесообразность и условия предоставления отсрочки платежа и предусматриваются в договорах положения, побуждающие заказчиков избегать нарушения условий расчетов;

- применение в системе расчетов с покупателями и заказчиками при реализации продукции интернет-технологии, а именно системы электронных платежей;

- создание на предприятии эффективной системы взимания долгов и регламента работы с дебиторами;

- применение современных форм реструктуризации дебиторской задолженности. Реструктуризацию дебиторской задол-

женности можно проводить в следующих формах: заключать договора переуступки права требования, или договора-цессии; осуществлять продажу дебиторской задолженности банку или другому кредитному учреждению, т. е. заключать договор факторинга; применять форфейтинг;

- разработка гибкой системы скидок для покупателей и заказчиков в зависимости от срока оплаты отгруженной продукции;

- формирование на предприятии резерва по сомнительным долгам в разрезе групп сомнительной дебиторской задолженности.

## **3. Мероприятия по повышению оборачиваемости денежных потоков предприятия:**

- прогнозирование денежных потоков путем формирования бюджета денежных средств;

- увеличение суммы чистого денежного потока за счет: снижения суммы постоянных издержек; снижения уровня переменных издержек; использования метода ускоренной амортизации; продажи неиспользуемых видов основных средств и запасов; усиления претензионной работы с целью полной и своевременной реализации штрафных санкций и взыскания дебиторской задолженности.

## **4. Мероприятия по повышению оборачиваемости оборотных активов:**

- в части производственных запасов: сокращение интервала между поставками ТМЦ, установление прогрессивных норм расходов сырья, материалов, топлива, разработка графиков поставки и их соблюдение, ускорение и удешевление транспортировки грузов, улучшение организации складского хозяйства на основе механизации и автоматизации, ликвидация излишних и ненужных запасов, предупреждение их возникновения [6];

- в части незавершенного производства: сокращение длительности производ-

ственного цикла, снижение себестоимости единицы продукции;

– в части готовой продукции на складе: планирование производства на основе данных о заключенных договорах; соблюдение сроков изготовления продукции; уменьшение размера партии отгрузки; организация маркетинговых исследований; активизация продвижения товаров на рынок.

#### **5. Мероприятия по повышению эффективности расчетов с кредиторами:**

– создание комиссии по работе с кредиторской задолженностью, которая должна проводить систематический мониторинг расчетной дисциплины и регулярные сверки расчетов;

– определение финансовыми менеджерами предприятия оптимальной структуры кредиторской задолженности. С этой целью необходимо составить бюджет кредиторской задолженности, разработать систему показателей (коэффициентов), характеризующих как количественную, так и качественную оценку состояния и развития отношений с кредиторами предприятия, и принять определенные значения таких показателей за плановые;

– проведение анализа структуры и состава кредиторской задолженности в разрезе конкретных кредиторов, сроков ее образования или возможного погашения, что позволит своевременно выявлять просроченную задолженность и принимать соответствующие меры;

– составление реестра старения счетов кредиторов, который позволяет контролировать погашение задолженностей и динамично планировать движение денежных средств предприятия, прогнозировать возникновение так называемых кассовых провалов – дней, когда денежных средств недостаточно для погашения текущей кредиторской задолженности. Именно в этом случае возникает необходимость реструктуризации кредиторской задолженности. Для получения информации о просрочке

задолженности следует провести анализ договоров с контрагентами экономического субъекта. Тогда предприятие сможет контролировать возникшую кредиторскую задолженность и укреплять свое финансовое состояние;

– формирование всевозможных моделей договоров с гибкими условиями возврата заимствованных средств, а также укрепление договорной дисциплины – это позволит предприятию добросовестно работать с контрагентами и улучшить свою репутацию;

– постоянный мониторинг соотношения дебиторской и кредиторской задолженности, так как значительное преобладание дебиторской задолженности создает угрозу финансовой устойчивости предприятия и делает необходимым привлечение дополнительных источников финансирования, а превышение кредиторской задолженности может привести к неплатежеспособности компании.

#### **6. Мероприятия по повышению оборачиваемости долгосрочных (внеоборотных) активов и увеличению фондоотдачи:**

– приобретение высокотехнологичных и энергоэкономичных машин и оборудования;

– оптимизация структуры основных производственных средств: пересмотр состава основных средств и выявление оборудования с наиболее высокой степенью физического износа; выявление морально устаревшего оборудования, замена которого приведет к сокращению затрат на ремонт основных средств, снижению амортизационных отчислений, уменьшению себестоимости произведенной продукции, сокращению брака; выявление незагруженного оборудования с целью его продажи или сдачи в аренду.

Обозначенные мероприятия могут применяться экономическими субъектами ПМР как некие рецепты улучшения их финансового состояния в зависимости

от сложившихся условий хозяйствования и конкретной экономической ситуации, определенной в результате грамотно проведенного анализа финансового состояния, включая анализ финансовой устойчивости и банкротства.

### Цитированная литература

1. **Воронченко Т.В.** Совершенствование системы анализа и оценки финансового состояния организации. – М.: Российская академия предпринимательства, 2008. – 302 с.

2. **Пономаренко М.А.** Классификация факторов, влияющих на финансовое состояние предприятия // Инновационная экономика: матер. междунар. науч. конф. Казань, октябрь 2014 г. – Казань: Бук, 2014. – С. 169–172.

3. **Стасюк Т.П.** Формирование механизма управления прибылью и ее максимизации на промышленных предприятиях ПМР // Тенденции экономического развития в современных условиях: сб. матер. междунар. науч.-практ. конф. – Тирасполь: Ликрис, 2015. – С. 49–61.

4. **Лахно И.Г., Дьяков Д.Ф.** Пути снижения себестоимости продукции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.rusnauka.com/12\\_KPSN\\_2009/Economics/44561.doc.htm](http://www.rusnauka.com/12_KPSN_2009/Economics/44561.doc.htm)

5. **Зуев Е., Черныш А.** Больше прибыли на тех же объемах: оптимизация постоянных затрат компании // Финансовый директор. – 2012. – № 9. – С. 12–15.

6. **Равилов В.** Эффективность управления оборотными средствами // Good-Tips.Pro бухучет [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://good-tips.pro/index.php/business-and-finance/finance-and-accounting>

УДК 336.2

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

*С.А. Гребенюк, Ю.Н. Панчева*

*Изучены и научно обоснованы финансовые отношения, определены факторы, которые оказывают влияние на эффективность и результативность проведения финансовой оценки, направленной на развитие финансовой устойчивости предприятия.*

**Ключевые слова:** методика, оценка финансовой устойчивости, финансовый экспресс-анализ, стабильность, рентабельность.

## IMPROVEMENT OF THE METHODOLOGY OF EVALUATION OF THE FINANCIAL STABILITY OF AN ENTERPRISE: THEORETICAL AND PRACTICAL ASPECTS

*S.A. Grebenuk, Yu.N. Pancheha*

*The article examines and scientifically substantiates the financial relations, determines the factors that influence the efficiency and effectiveness of the financial evaluation directed at developing financial stability of the enterprise.*

**Keywords:** methodology, evaluation of financial stability, financial express analysis, stability, profitability.

Результативность экономических процессов, происходящих в стране, во многом определяется грамотной государственной политикой в рамках финансового управления организацией. Реальной способностью государства является предвидение и регулирование различных изменений макроэкономических показателей, а также умение сориентировать хозяйствующие субъекты на сложившуюся на данном этапе развития экономическую ситуацию [1, с. 55].

В рыночных условиях функционирования предприятия одним из важнейших параметров системы управления является выбор методики оценки финансово-хозяйственной деятельности, как государственной, так и внутренней, направленной на обеспечение финансовой устойчивости организации [2, с. 24]. При этом специфика приднестровских условий требует, чтобы модели прогнозирования риска финансовой несостоятельности учитывали и особенности отрасли, и структуру капитала предприятия [3, с. 18].

Актуальность научного исследования обусловлена развитием рыночной экономики, необходимостью создания нового подхода к разрешению проблем финансовой устойчивости организаций, государственному регулированию их деятельности.

Научная новизна исследования заключается в разработке методики оценки финансово-хозяйственной деятельности организации в целях совершенствования оценки ее финансовой устойчивости с применением финансового экспресс-анализа.

Цель научного исследования состоит в определении теоретических и практических аспектов оценки финансовой устойчивости организации посредством внедрения методики оценки и совершенствования этого направления.

Для достижения указанной цели в рамках научного исследования были поставлены следующие задачи:

– дать объективную оценку финансовой устойчивости предприятия в современных условиях функционирования на основе исследования базовых теорий;

– проанализировать действующий алгоритм формирования финансовых показателей предприятия, а также определить на их основе проблему и значимость ее преодоления для последующего развития;

– сформировать предложения, направленные на совершенствование методики оценки финансовой устойчивости предприятия;

– разработать некоторые рекомендации по решению выявленных проблем.

Важно отметить, что финансовая устойчивость предприятия показывает, насколько эффективно оно функционирует в данный момент и насколько рационально построена система управления внутренними и внешними факторами, определяющими результаты деятельности организации.

Финансовое состояние предприятия характеризуется системой показателей, которые отражают способность данного субъекта хозяйствования финансировать свою деятельность и своевременно рассчитываться по обязательствам. При этом анализ финансового состояния предприятия может применяться в двух формах: детализированного, углубленного анализа и экспресс-анализа [4, с. 47].

В настоящее время у руководителя либо инвестора, кредитора не всегда появляется возможность и потребность проводить углубленный экономический анализ финансовой устойчивости предприятия, поэтому целесообразно использовать удобный экспресс-анализ.

*Экспресс-анализ финансового состояния предприятия* представляет собой совокупность методов оценки финансовой деятельности компании с использованием бухгалтерского баланса при помощи современных компьютерных технологий обработки информации.

Главной отличительной особенностью финансового экспресс-анализа является быстрота и своевременность получения информации о финансовом состоянии предприятия, необходимой для оперативного управления.

Цель проведения финансового экспресс-анализа заключается в получении простых и понятных результатов для оценки финансового состояния и динамики развития анализируемого объекта.

Для экспресс-анализа финансового состояния деятельности ЗАО «Тиротекс» воспользуемся бухгалтерским балансом предприятия за период 2014–2016 годов [5].

Структура финансового экспресс-анализа предполагает группировку показателей по четырем направлениям анализа:

- 1) оценка имущественного состояния;
- 2) оценка финансового состояния;
- 3) оценка финансовой стабильности;
- 4) оценка деловой активности финансового управления [6, с. 134].

В таблице отражены расчеты по данной структуре финансового экспресс-анализа.

По результатам расчета показателей по каждому критерию (разделу) составлены диаграммы.

На рис. 1 показана доля основных средств в общей сумме активов ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 годах. Несмотря на то что в 2016 году по сравнению с 2014-м общая сумма хозяйственных средств, находящихся в распоряжении организации, увеличилась на 291,3 млн рублей, доля основных средств в общей сумме активов снизилась на 0,22 %, а сумма начисленного износа незначительно возросла – на 0,01 %.

Оценка имущественного состояния ЗАО «Тиротекс» за период 2014–2016 годов проведена посредством использования коэффициентов начисленной амортизации износа основных средств и определения общей суммы хозяйственных средств, находящихся в распоряжении организации (рис. 2 и 3).

**Система аналитических показателей для проведения  
финансового экспресс-анализа ЗАО «Тиротекс»**

Направление анализа	Показатель	Формула	2014 г.	2015 г.	2016 г.	Абсолютное отклонение 2016 г. / 2014 г.
1. Оценка имущественного состояния	1.1 Доля ОС в общей сумме активов, %	Балансовая стоимость ОС/Общая сумма активов	63,30	57,51	63,08	–0,22
	1.2 Коэффициент начисленной амортизации ОС	Сумма амортизации ОС/ Первоначальная стоимость ОС на конец отчетного периода	0,00038	0,00046	0,00046	0,01 %
	1.3 Общая сумма хоз. средств, находящихся в распоряжении организации, руб.	Общая сумма активов	683 521 535	827 848 870	974 846 137	291 324 602
2. Оценка финансового состояния	2.1 Величина собственных оборотных активов, руб.	Собственный капитал+ Долгосрочные обязательства – Внеоборотные или оборотные активы – Краткосрочные обязательства	62 787 401	160 047 477	783 764 932	720 977 531

Направление анализа	Показатель	Формула	2014 г.	2015 г.	2016 г.	Абсолютное отклонение 2016 г. / 2014 г.
	2.2 Коэффициент общей ликвидности	Величина оборотных активов/ Величина краткосрочных обязательств	1,68	2,98	1,86	0,18
	2.3 Доля собственных оборотных активов в общей сумме оборотных активов, %	Собственные оборотные активы/ Общая сумма оборотных активов	40,53	66,45	307,26	266,73
	2.4 Доля долгосрочных обязательств в общей сумме источников, %	Долгосрочные обязательства/ Валюта баланса	8,00	14,65	20,50	12,50
	2.5 Коэффициент покрытия запасов	Нормативные источники покрытия/ Запасы	1,91	2,15	7,39	5,47
3. Оценка финансовой стабильности	3.1 Коэффициент финансовой автономии	Собственный капитал/ Постоянный капитал	0,91	0,84	0,76	-0,15
	3.2 Коэффициент концентрации собственного капитала	Заемный капитал/ Собственный капитал	0,79	0,76	0,65	-0,14
	3.3 Коэффициент концентрации заемного капитала	Заемный капитал/ Всего активов	0,21	0,24	0,35	0,14
	3.4 Коэффициент соотношения собственных и заемных средств	Заемный капитал/ Собственный капитал	0,27	0,32	0,53	0,26
4. Оценка деловой активности финансового управления	4.1 Оборачиваемость краткосрочных обязательств	Средняя величина краткосрочных обязательств/ Выручка от продаж	0,15	0,12	0,16	0,01
	4.2 Оборачиваемость дебиторской задолженности, в днях	Средняя дебиторская задолженность × 360 / Выручка от продаж	27,08	39,28	47,04	19,96
	4.3 Коэффициент маневренности собственного капитала	Выручка от продаж/ Собственный капитал	1,17	1,06	1,31	0,14
	4.4 Оборачиваемость средств организации	Выручка от продаж/ Всего активов	0,92	0,80	0,86	-0,06

Рассматривая направление «Оценка финансового состояния», необходимо отметить, что в 2016 году по сравнению с 2014-м отмечается повышение всех показателей. Наблюдается существенный рост собственных оборотных активов – почти на 721 млн рублей (рис. 4).

На рис. 5 прослеживается рост общей ликвидности предприятия на 0,18, что является благоприятной тенденцией для его деятельности. При этом коэффициент покрытия запасов также увеличился – на 5,47, что говорит о стабильности предприятия.

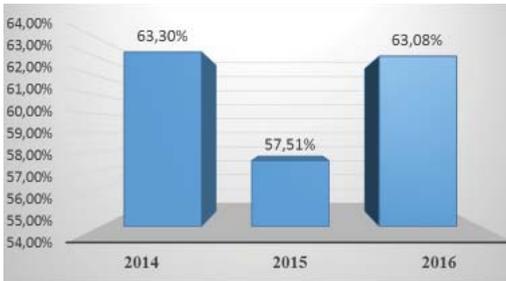


Рис. 1. Удельный вес основных средств в общей сумме активов ЗАО «Тиротекс» за период 2014–2016 гг.

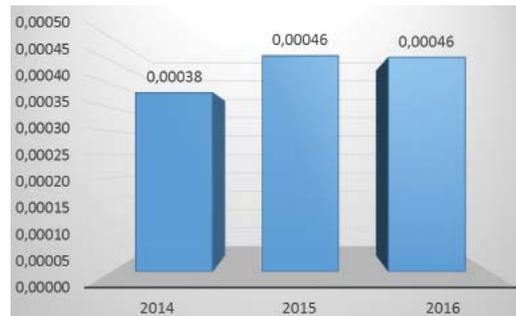


Рис. 2. Коэффициент начисленной амортизации основных средств ЗАО «Тиротекс» за период 2014–2016 гг.

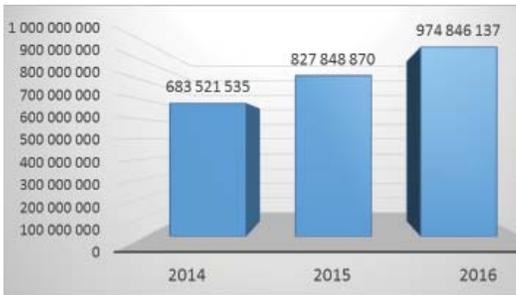


Рис. 3. Сумма хозяйственных средств, находящихся в распоряжении ЗАО «Тиротекс», за период 2014–2016 гг., руб.

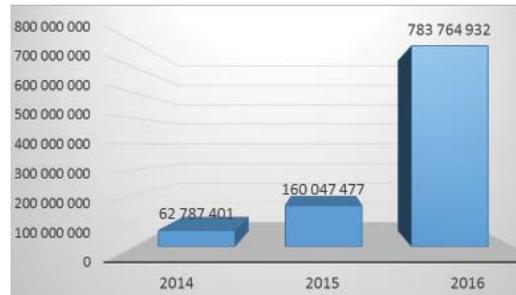


Рис. 4. Величина собственных оборотных активов ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 гг., руб.



Рис. 5. Оценка финансового состояния ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 гг. посредством коэффициентов общей ликвидности и покрытия запасов

Из анализа показателей, отраженных на рис. 6, следует, что удельный вес собственных оборотных активов и долгосрочных обязательств ЗАО «Тиротекс» за 2014–2016 годы повысился. При этом необходимо отметить значительный рост доли собственных оборотных активов в общей сумме оборотных активов в 2016 году – до 307,26 %.

Третья группа показателей «Оценка финансовой стабильности», представленных на рис. 7, разделилась на две части. Так, значения коэффициента финансовой автономии и коэффициента концентрации собственного капитала снизились соответственно на 0,15 и 0,14. В свою очередь, коэффициент концентрации заемного капитала увеличился на 0,14, что говорит о росте займов и кредитов. Вследствие этого повысилось значение коэффициента соотношения собственных и заемных средств – на 0,26.

В группе «Оценка деловой активности финансового управления» наблюдается повышение по трем из четырех показателей (рис. 8). Виден незначительный рост оборачиваемости краткосрочных обязательств – на 0,01 и коэффициента маневренности собственного капитала – на 0,14. При этом отмечается увеличение срока оборачиваемости дебиторской задолженности практически на 20 дней, что является отрицательным фактором. Снижение показателя оборачиваемости средств организации на 0,06 говорит о том, что предприятию необходимо задуматься о своем положении.

Следует отметить, что по желанию руководства оценка финансовой устойчивости предприятия может включать более глубокий анализ. Кроме того, при необходимости можно добавить анализ системы показателей рентабельности компании.

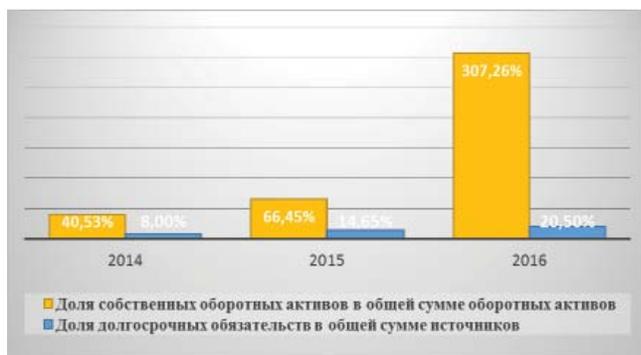


Рис. 6. Удельный вес собственных оборотных активов и долгосрочных обязательств ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 гг.



Рис. 7. Оценка финансовой стабильности ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 гг.

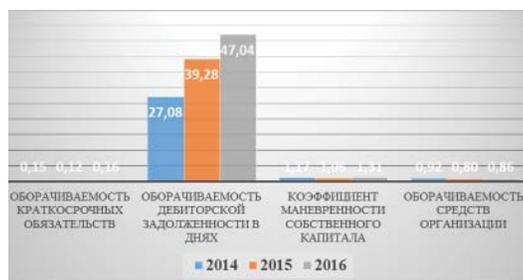


Рис. 8. Оценка деловой активности финансового управления ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 гг.

На примере деятельности ЗАО «Тиротекс» рассмотрим применяющуюся для экспресс-анализа систему основных показателей рентабельности, включающую: коэффициент общей рентабельности, коэффициент рентабельности продаж, коэффициент рентабельности активов, коэффициент рентабельности производства (рис. 9).

*Показатель коэффициента общей рентабельности* определяется как отношение прибыли до налогообложения к выручке от реализации товаров, работ и услуг, производимых предприятием.

В данном случае в 2016 году по отношению к 2014 году рентабельность увеличилась на 4,75 %, т. е. за анализируемый период у предприятия повысилась эффективность продаж. Но если сравнивать показатели 2015 и 2016 годов, то общая рентабельность уменьшилась на 5,44 %, что говорит о надвигающейся тенденции снижения эффективности продаж и работы предприятия в целом. Это обусловлено тем, что сначала прибыль до налогообложения увеличилась, а затем – сократилась.

*Коэффициент рентабельности продаж* позволяет определить, сколько прибыли компания имеет с каждого рубля выручки от реализации товаров, работ или услуг. За три года данный показатель явно повысился. Его экономический смысл заключается в том, что он отражает долю чистой прибыли в общей выручке предприятия. Поскольку в 2016 году он составил 8 %, что на 5,17 % больше, чем в 2014 году, можем сделать вывод о том, что предприятие работает эффективно и увеличивает свою чистую прибыль. Однако по сравнению с 2015 годом в 2016-м произошло резкое снижение данного показателя – почти на 4 %, это опасная тенденция. Отмеченные изменения произошли вследствие увеличения прибыли от продаж с 17,8 млн рублей до 85,7 млн рублей, а затем снижения до 66,8 млн рублей.

Полученные значения *коэффициента рентабельности активов* позволяют



Рис. 9. Показатели рентабельности ЗАО «Тиротекс» в 2014–2016 гг.

судить об эффективности вложений в ту или иную деятельность. В 2016 году по сравнению с 2014 годом рентабельность активов ЗАО «Тиротекс» увеличилась на 4,26 %. Данное повышение говорит о том, что эффективность предприятия возросла, но по сравнению с 2015 годом она упала на 3,49 %. Здесь также сыграло свою роль увеличение, а затем снижение объема прибыли от продаж.

*Коэффициент рентабельности производства* помогает оценить эффективность производства товаров, оказания услуг или выполнения работ. Необходимо отметить, что динамика данного показателя имеет такую же тенденцию, как динамика коэффициентов рентабельности продаж и рентабельности активов за анализируемый период, т. е. сначала наблюдается увеличение значения, а затем – его снижение. Так, вследствие изменения объема прибыли от продаж в 2016 году по сравнению с 2014 годом коэффициент рентабельности производства возрос на 8,64 %, а по сравнению с 2015 годом – уменьшился почти на 10 %.

По итогам анализа системы показателей рентабельности деятельности ЗАО «Тиротекс» необходимо отметить, что в данный момент оно находится в неоднозначном положении. Поэтому предприятию следует систематически проводить мониторинг финансового состояния, направленный на повышение эффективности деятельности. Также рекомендуется внедрять обязательное проведение экспресс-анализа с целью совершенствования

управления данными финансового состояния предприятия.

Резюмируя вышеизложенное, следует подчеркнуть, что применение экспресс-анализа финансового состояния предприятия предполагает комплексность и рациональность использования финансовых показателей, а также простоту и понятность результатов анализа хозяйственной деятельности. По данным экспресс-анализа руководство может оперативно разработать и обосновать управленческое решение.

Таким образом, методика оценки финансовой устойчивости посредством применения экспресс-анализа позволяет получить оперативную и динамичную информацию об имущественном состоянии предприятия, о финансовых результатах его деятельности, о состоянии и использовании финансовых ресурсов, об уровне платежеспособности, рентабельности и деловой активности организации. В связи с этим достоверное определение платежеспособности предприятия является одной из первоочередных современных задач.

Принципиально новый метод оценки платежеспособности, описанный в данной статье, основан на проведении научно обоснованного экспресс-анализа, который необходим для развития и функционирова-

ния любой организации, осуществляющей свою деятельность в рыночной экономике. В ходе исследования было выявлено, что новизна указанной методики оценки финансовой устойчивости заключается в удобности и эффективности выбранной группировки финансовых показателей в структуре экспресс-анализа, а также в простоте и понятности расчетов при его выполнении.

### Цитированная литература

1. Берстайн Л.А. Анализ финансовой отчетности. – М.: Финансы и статистика, 2013.
2. Казакова Н.А. Предпосылки становления новой экономической специальности – аналитика // Экономический анализ: теория и практика. – 2008. – № 7. – С. 24.
3. Кравченко Л.И. Анализ финансового состояния предприятия. – Минск: Экаунт, 2003.
4. Скамай Л.Г. Экономический анализ деятельности предприятий. – М.: ИНФРА-М, 2009.
5. Бухгалтерский баланс ЗАО «Тиротекс» за период 2014–2016 гг.
6. Воронченко Т.В. Совершенствование системы анализа и оценки финансового состояния организации. – Минск: Наука и образование, 2008.

УДК [311:330.59](478)

## КАЧЕСТВО ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ РЕГИОНА: МЕТОДИКА ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ НА ПРИМЕРЕ ПРИДНЕСТРОВСКОЙ МОЛДАВСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

*Е.И. Белая, А.И. Кудрик, Л.С. Николаева*

*Рассмотрена методика оценки качества жизни населения на основе построения интегрального показателя. Сформирована система частных показателей, сгруппированных по шести структурным компонентам. Предложена методика оценки качества жизни населения региона, основанная на ранжировании значений интегрального и частных показателей. Проведена оценка качества жизни населения в Приднестровской Молдавской Республике.*

**Ключевые слова:** *качество жизни населения, система показателей, интегральный показатель, ранжирование значений.*

## LIFE QUALITY OF THE REGION POPULATION: TECHNIQUE OF THE INTEGRAL EVALUATION AT THE EXAMPLE OF THE PRIDNESTROVIAN MOLDAVIAN REPUBLIC

*E.I. Belaia, A.I. Kudrik, L.S. Nikolaieva*

*The article considers the technique of the evaluation of life quality of the population based on an integral indicator. The system of partial indicators, grouped by six structural components, is formed. The methodology of the evaluation of the life quality of the region population is proposed, which is based on the ranking of values of the integral and partial indicators. The quality of life of the population in the Pridnestrovian Moldavian Republic is assessed.*

**Keywords:** *life quality of the population, system of indicators, integral indicator, ranking of values.*

Сегодня конечной целью социально-экономического развития страны является обеспечение благосостояния населения. В связи с этим возникает вопрос о критериях его оценки, среди которых наиболее обобщенным показателем выступает качество жизни населения.

В современных исследованиях качества жизни населения региона используются три основных методических подхода к его измерению и оценке: объективный, субъективный и комплексный.

*Объективный подход* оценивает качество жизни через систему показателей, разрабатываемых официальной статистикой и характеризующих объективные условия и процессы жизнедеятельности людей (среднедушевой денежный доход населения, прожиточный минимум, уровень преступности, степень загрязнения окружающей среды и т. д.).

*Субъективный подход* основывается на результатах социологических опросов, которые отражают субъективные мнения и суждения людей относительно собственной жизни, осознание человеком уровня своей удовлетворенности.

*Комплексный подход* базируется на синтезе двух предыдущих – объективного и субъективного.

Рассмотрим использование объективного подхода к оценке качества жизни, который основан на официальных статистических показателях, публикуемых Госу-

дарственной службой статистики при Министерстве экономического развития ПМР.

Анализ методик оценки качества жизни населения региона, предложенных С.А. Айвазяном [1], В.Ф. Безъязычным и Е.В. Шилковым [2], свидетельствует, что не существует какой-либо универсальной методики. Необходимо на основе различных частных показателей сформировать некоторый обобщающий, интегральный показатель, позволяющий дать количественную оценку качества жизни и изучить его динамику.

Изучение качества жизни населения региона предполагает определенную последовательность действий:

- 1) формирование совокупности статистических показателей, отражающих различные аспекты качества жизни;
- 2) стандартизацию отобранных значений статистических показателей;
- 3) систематизацию стандартизированных показателей;
- 4) расчет интегрального показателя качества жизни населения;
- 5) ранжирование полученных значений показателей качества жизни населения и их характеристику.

На *первом этапе* на основе официальной статистики была выделена группа социально-экономических факторов, отражающих различные аспекты качества жизни.

Из отобранных показателей сформированы три базовые подсистемы, которые

содержат шесть блоков и образуют систему, характеризующую качество жизни населения.

*Подсистема 1 (экономическая)*

Блок 1. Показатели уровня экономического развития региона: расходы государственного бюджета (всего) на душу населения (руб.); расходы государственного бюджета на социальную политику на душу населения (руб.); инвестиции в основной капитал на душу населения (руб.).

Блок 2. Показатели уровня материального благосостояния населения: отношение среднедушевых денежных доходов населения к прожиточному минимуму; банковские вклады юридических и физических лиц, привлеченные кредитными организациями на душу населения (руб.); удельный вес расходов населения на питание (%).

*Подсистема 2 (социальная)*

Блок 3. Показатели социально-демографического развития: продолжительность жизни (число лет); коэффициент смертности населения (%); коэффициент младенческой смертности (%); количество больных активной формой туберкулеза; количество больных, имеющих злокачественные новообразования.

Блок 4. Показатели развития рынка труда: количество специалистов, выпускаемых средними специальными и высшими учебными заведениями (чел.); уровень безработицы (%).

Блок 5. Показатели уровня социальной напряженности: число дорожно-транспортных происшествий; число зарегистрированных преступлений.

*Подсистема 3 (экологическая)*

Блок 6. Показатели, характеризующие экологическую обстановку: масса выброшенных загрязняющих веществ в атмосферный воздух на душу населения (кг); текущие затраты на охрану окружающей среды на душу населения (руб.).

На *втором этапе* проводится стандартизация разнородных статистических показателей с целью их обобщения для получения интегральной количественной оценки. При расчете стандартизованных показателей применяются так называемые граничные точки (табл. 1), определяемые как нижний и верхний пределы изменения статистических показателей на исследуемой территории в выбранном временном периоде.

Для большинства показателей нижними и верхними границами стали (с некоторым округлением в меньшую либо в большую сторону) соответственно минимальное и максимальное значения среди всех значений данного фактора, полученных в результате наблюдений за анализируемый период. Минимальные и максимальные значения ожидаемой продолжительности жизни взяты из расчета индекса развития человеческого потенциала ООН, в качестве граничных точек для младенческой смертности взяты самые низкие показатели по миру и близкие к среднемировым.

Показатели, публикуемые Государственной службой статистики, и полученные стандартизованные показатели преобразуются в сравнительные показатели двух типов: положительные показатели  $s$ , способствующие повышению качества жизни населения, и отрицательные показатели  $ds$ , способствующие снижению качества жизни населения.

Положительные показатели  $s$  вычисляются как отношение разности значений стандартизованного и минимального нормативного показателей к разности максимального и минимального значений положительных показателей по формуле

$$p_{ij}^s = \frac{s_{ij} - \min s_{ij}}{\max s_{ij} - \min s_{ij}},$$

где  $s_{ij}$  – фактическое значение  $j$ -го положительного показателя за  $i$ -й год.

Таблица 1

**Граничные точки частных показателей качества жизни населения региона  
(на основе данных Государственной службы статистики ЦМР)**

Частные показатели		Граничные точки	
		max	min
<b>Социально-демографические показатели</b>			
1	Продолжительность жизни, число лет	85	25
2	Коэффициент смертности населения, ‰*	50	10
3	Коэффициент младенческой смертности, ‰*	50	3,3
4	Количество больных активной формой туберкулеза, чел.*	700	400
5	Количество больных, имеющих злокачественные новообразования, чел.*	5000	3000
<b>Показатели, характеризующие рынок труда</b>			
6	Количество специалистов, выпускаемых средними специальными и высшими учебными заведениями, чел.	5500	3000
7	Уровень безработицы, %*	10	3
<b>Показатели уровня социальной напряженности</b>			
8	Число ДТП*	300	100
9	Число зарегистрированных преступлений*	6000	4000
<b>Уровень экономического развития региона</b>			
10	Расходы государственного бюджета на душу населения, руб.	9000	6000
11	Расходы государственного бюджета на социальную политику на душу населения, руб.	4000	2500
12	Инвестиции в основной капитал на душу населения, руб.	4000	2500
<b>Показатели, характеризующие материальное благосостояние населения</b>			
13	Отношение среднедушевых денежных доходов населения к прожиточному минимуму, раз	2,5	0
14	Банковские вклады юридических и физических лиц, привлеченные кредитными организациями, на душу населения, руб.	350	200
15	Удельный вес расходов населения на питание, %*	75	6,3
<b>Показатели, характеризующие экологическую обстановку</b>			
16	Масса выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух на душу населения, кг*	50	20
17	Текущие затраты на охрану окружающей среды на душу населения, руб.	550	350

\* Обратный показатель (максимальное значение является худшим, а минимальное – лучшим).

Отрицательные показатели  $ds$  вычисляются по формуле

$$p_{ij}^{ds} = \frac{\max ds_{ij} - ds_{ij}}{\max ds_{ij} - \min ds_{ij}},$$

где  $ds_{ij}$  – фактическое значение  $j$ -го отрицательного показателя за  $i$ -й год.

На **третьем этапе** проводится систематизация стандартизированных показателей по каждому из шести выделенных блоков системы, характеризующей качество жизни населения. Частные показатели качества жизни  $P_{ij}^{s,ds}$  вычисляются как средняя арифметическая величина из положительных  $s$  и отрицательных  $ds$  показателей по формуле

$$P_{ij}^{s,ds} = \frac{\sum p_{ij}^{s,ds}}{n},$$

где  $p_{ij}^{s,ds}$  – положительные показатели  $s$  и отрицательные показатели  $ds$ ;  $n$  – количество показателей в  $i$ -м блоке.

На **четвертом этапе** вычисляется интегральный показатель качества жизни населения ( $P_{\text{инт КЖН}}$ ) как средняя геометрическая величина из шести частных показателей, каждый из которых отражает наиболее важные аспекты качества жизни:

$$P_{\text{инт КЖН}} = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n P_{ij}^{s,ds}},$$

где  $P_{ij}^{s,ds}$  – частные показатели качества жизни;  $n$  – количество блоков.

На **пятом этапе** для характеристики качества жизни населения проводится ранжирование полученных значений ин-

тегрального показателя, представленное в табл. 2.

Предложенное нами ранжирование значений показателей предполагает разделение полученных значений на четыре уровня и определение их диапазона, что позволит проводить сравнительный анализ качества жизни населения в различных временных периодах, а также выявлять наиболее проблемные аспекты и при необходимости принимать меры по улучшению условий жизни населения региона.

Для реализации предложенной методики были проведены экспериментальные расчеты частных и интегрального показателей качества жизни населения в Приднестровской Молдавской Республике в период с 2012 по 2016 год. Результаты исследования представлены в табл. 3.

Значение интегрального показателя качества жизни населения республики в 2016 году составляет 0,61, что соответствует среднему уровню жизни населения. По сравнению с 2015 годом наблюдается положительная динамика изменения данного показателя (см. рисунок). Рост интегрального показателя за соответствующий временной период обусловлен увеличением значений частных показателей, характеризующих уровень экономического развития региона, рынок труда и экологическую обстановку. Поскольку экономика нашей республики в немалой степени зависит от экономической и политической ситуации в странах-гарантах – России и Украине, которая сейчас испытывает трудности, то наблюдается за-

Таблица 2

Ранжирование значений интегрального показателя качества жизни населения

Название уровня	Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
Краткое описание	Население удовлетворено качеством своей жизни	Население ищет возможности улучшения качества своей жизни	Население находится в зоне риска	Население в течение длительного времени существенно ограничено в возможностях удовлетворения жизненно важных потребностей
$P_{\text{инт КЖН}}$	[0,75...1,0]	[0,5...0,74]	[0,25...0,49]	[0,0...0,24]

**Значения частных и интегрального показателей качества жизни населения в ПМР в период с 2012 по 2016 г.**

Год	$P_{ЭР}$	$P_{МБ}$	$P_{СДП}$	$P_{РТ}$	$P_{СН}$	$P_{ЭО}$	$P_{инт\ КЖН}$
2012	0,645509	0,469520	0,587954	0,533129	0,23575	0,716841	0,502267
2013	0,727655	0,567334	0,708287	0,602654	0,46825	0,328203	0,547996
2014	0,852562	0,530322	0,774336	0,525463	0,53775	0,647566	0,632558
2015	0,478492	0,427866	0,716057	0,626912	0,73	0,379616	0,542418
2016	0,775983	0,381741	0,7009	0,776616	0,7835	0,427881	0,614904

*Примечание.*  $P_{ЭР}$  – частный показатель уровня экономического развития региона;  $P_{МБ}$  – частный показатель уровня материального благосостояния населения;  $P_{СДП}$  – частный показатель уровня социально-демографического развития региона;  $P_{РТ}$  – частный показатель, характеризующий рынок труда;  $P_{СН}$  – частный показатель уровня социальной напряженности в регионе;  $P_{ЭО}$  – частный показатель, характеризующий экологическую обстановку в регионе;  $P_{инт\ КЖН}$  – интегральный показатель качества жизни населения в регионе.



Динамика интегрального показателя качества жизни населения в ПМР в период с 2012 по 2016 г.

метное снижение уровня материального благосостояния населения ПМР, что влечет за собой также снижение уровня социально-демографического развития региона.

В заключение отметим, что методика интегральных оценок имеет широкое практическое применение, так как задача повышения качества жизни населения и поддержания положительной динамики в перспективе является одной из ключевых в политике государства. В связи с этим значения частных и интегрального показателей качества жизни населения, а также направленность их изменения могут интерпретироваться как оценка степени

эффективности деятельности управленческого аппарата по реализации программно-целевых методов управления социально-экономическими процессами в регионе.

### Цитированная литература

1. Айвазян С.А. Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении и межрегиональных сопоставлениях. – М., 2000. – 118 с.
2. Безъязычный В.Ф., Шилков Е.В. Качество жизни. – Рыбинск: РГАТА, 2004. – 96 с.

# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СОБСТВЕННОСТЬ

ОФИЦИАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ  
ОБ ОБЪЕКТАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ,  
зарегистрированных в Министерстве юстиции  
Приднестровской Молдавской Республики

## Изобретения

**(71)(73) Государственное учреждение «Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»,**

г. Тирасполь, ул. 25 Октября, 128

**(11) 493**

(21) 18100547  
07.06.2018

(51) E 01 C 11/26  
(15) 07.08.2018

**(72) Ф.Ю. Бурменко, Л.Л. Юров, Ю.Ф. Бурменко и С.Л. Чирвина**

(56) А.с. СССР 1728325, Е 01 С 11/24, 03.04.1989

**(54) Дорожное покрытие**, содержащее основание, несущий слой, электрические нагреватели с системой питания, *отличающееся тем*, что, с целью упрощения конструкции и снижения стоимости электрообогреваемых дорожных покрытий, несущий слой выполнен из электропроводного бетона в виде отдельных, предварительно изготовленных панелей, служащих нагревателями, соединенных между собой электродами и системой электропитания и размещенных на основании дорожного покрытия.

**(76) Сокольская Елена Владимировна,**

г. Бендеры, ул. Шестакова, д. 40, кв. 29 и

**Долгов Юрий Александрович,**

г. Тирасполь, ул. К. Маркса, д. 129, кв. 101

**(11) 494**

(21) 18100545  
(22) 22.06.2018

(51) G 01 N33/00  
(15) 16.08.2018

(56) Погапов А.И. / Под ред. Погапова А.И., Воробьева В.Н., Карлина Л.Н., Музалевского А.А. Мониторинг, контроль и управление качеством окружающей среды. Часть 3: Оценка и управление качеством окружающей среды. – СПб.: РГТУ, 2005. – С. 56–57.

**(54) Способ оценки экологического качества окружающей среды**, преимущественно городской, включающий определение экологического состояния компонентов окружающей среды, вычисление значений частных показателей качества компонентов

окружающей среды и их весовых коэффициентов важности, **отличающийся** тем, что, с целью повышения эффективности управления качеством окружающей среды путем повышения достоверности оценки, комплексный количественный показатель качества окружающей среды (ККПКС) определяют по формуле

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\sqrt{\prod_{i=1}^n d_i^{w_i}}}$$

как среднее геометрическое взвешенное частных показателей  $d_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), отражающих состояние различных факторов, влияющих на качество среды, где  $d_i$  – частный показатель качества компонентов среды,  $i = 1, \dots, n$ ;  $w_i$  – значение весов частных показателей,  $i = 1, \dots, n$ , и по результатам ККПКС определяют комплексную геоэкологическую ситуацию: при ККПКС = 0,88–1,00 – благоприятная; при ККПКС = 0,71–0,87 – условно-благоприятная; при ККПКС = 0,51–0,70 – удовлетворительная; при ККПКС = 0,37–0,50 – напряженная; при ККПКС = 0,00–0,36 – критическая, а также экологическую комфортность среды: при ККПКС = 0,88–1,00 – очень хорошая; при ККПКС = 0,71–0,87 – хорошая; при ККПКС = 0,51–0,70 – удовлетворительная; при ККПКС = 0,37–0,50 – плохая; при ККПКС = 0,00–0,36 – очень плохая.

## Программы для ЭВМ

**(76) Глазов Анатолий Борисович,**

г. Рыбница, ул. Мичурина, д. 27, корпус 1, кв. 53

**(11) 340**

(21) 18300372

(22) 19.09.2018

(15) 19.09.2018

**(57) Программа для ЭВМ «Система управления базами данных NoSQL типа DBSN на языке Python»** для формирования и обслуживания базы данных NoSQL типа набора таблиц. Алгоритм обработки данных в этой СУБД основан на следующих положениях:

1. Записи в любой таблице могут иметь различный размер в зависимости от хранимых данных.

2. Число полей в записях одной таблицы может быть различным и зависит от имеющихся данных.

3. Уникальный идентификатор каждой записи (Id) не хранится в отдельном поле.

4. Id записи имеет физический смысл и позволяет максимально быстро получить доступ к данным записи.

5. Введено понятие индексных файлов, позволяющих реализовать упорядоченный доступ к записям.

Продукт разработан как модуль на языке Python, что позволяет использовать его для основных операционных систем: Windows, Linux, Mac OS и их клонов. Среда разработки Python 2.7. В продукте учтены общие требования к подключаемым модулям этой среды. В качестве основной кодировки выбрана UTF-8.

Данная СУБД является оригинальной и предназначена для использования во всех задачах с NoSQL-организацией данных.

Минимальные требования для устойчивой работы СУБД следующие: оперативная память 256 Мб; процессор с тактовой частотой 300 МГц.

**(71)(73) Министерство финансов Приднестровской Молдавской Республики,**  
г. Тирасполь, ул. Горького, д. 53

**(11) 341**

(21) 18300373

(22) 28.09.2018

(15) 05.10.2018

**(57) Программа для ЭВМ «Автоматизированная информационная система (АИС) „Формирование Бюджета ПМР и контроль его исполнения“»** предназначена для автоматизации процесса планирования и исполнения расходной части бюджетов различных уровней и консолидированного республиканского бюджета в целом.

Функции АИС «Формирование Бюджета ПМР и контроль его исполнения»:

1. Ведение следующей бюджетной классификации: функциональная классификация, организационная кодировка, целевые статьи, виды расходов, экономическая классификация.

2. Создание проекта заявленного бюджета на основе утвержденной бюджетной классификации.

3. Возможность создания проекта заявленного бюджета на основе любого существующего проекта заявленного бюджета и дальнейшее его редактирование.

4. Возможность создания утвержденного бюджета на основе любого существующего проекта заявленного бюджета и дальнейшее его редактирование.

5. Возможность ведения исполнения в текущем году без наличия утвержденного бюджета на текущий год на основе выбранного утвержденного бюджета за выбранный прошлый год.

6. Возможность ведения статей по вносимым изменениям в закон.

7. Возможность ведения статей по перераспределению планового бюджета.

8. Возможность ведения договоров и дополнительных соглашений по ним с различными организациями.

9. Возможность ведения исполнения на основе классификаций утвержденного планового бюджета.

10. Возможность вывода сводной отчетности по плановому и фактическому бюджету в разрезе экономической классификации.

11. Возможность вывода отчетности по натуральным показателям на выбранный проект заявленного бюджета.

12. Возможность вывода отчетности по целевым статьям и видам расходов.

13. Возможность вывода итогового отчета об исполнении бюджета.

14. Бюджетному управлению Министерства финансов ПМР также доступны все виды перечисленной отчетности по консолидированному бюджету республики.

15. Бюджетному управлению Министерства финансов ПМР также доступна любая поступающая информация на просмотр и вывод отчетности в разрезе финансовых управлений городов (районов) и министерств (ведомств) ПМР.

16. Финансовым управлениям городов и министерствам (ведомствам) ПМР также доступна любая поступающая информация на просмотр и вывод отчетности в разрезе подчиненных подведомственных учреждений.

АИС «Формирование Бюджета ПМР и контроль его исполнения» позволяет поднять на новый уровень государственное финансовое планирование.

Данный программный комплекс создан на новой технологической платформе на основе действовавшего в Министерстве финансов ПМР программного продукта по формированию и исполнению бюджетов различных уровней.

Система написана на языке visualfoxpro 9.0 и предназначена для ЭВМ типа IBM в операционной системе Windows.

Минимальные требования для установки и запуска системы:

операционная система: WindowsXP (SP3)/Vista/7/8/8.1/10 (включая 64-bit);

процессор: 300 МГц или выше;

видеокарта: Super VGA (800×600) или выше;

оперативная память: 128 МБ и больше;

место на жестком диске: 20 МБ, включая пакеты для работы программы;

устройства взаимодействия с пользователем: клавиатура и мышь;

скорость интернет-соединения: 256 Kbps или выше.

### Товарные знаки

**(730) Открытое акционерное общество «ТИРСТЕКЛО»,**

г. Тирасполь, ул. 9 Января, д. 143

**(111) 1775**

(210) 18201774

(220) 19.04.2018

(151) 03.05.2018

(180) 19.04.2028

**(540)**



(526) «Цветочный дом».

(511)

31 – живые растения и цветы.

35 – услуги торговли.

39 – транспортировка, упаковка и хранение товаров.

44 – услуги в области сельского хозяйства.

**(730) Закрытое акционерное общество «Букет Молдавии»,**

г. Дубоссары, ул. Свердлова, д. 109

**(111) 1776**

(210) 18201763

(220) 16.03.2018

(151) 29.05.2018

(180) 16.03.2028

**(540)**

### RUSSIAN SIGNATURE

(511)

30 – чай.

33 – алкогольные напитки (за исключением пива).

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Ольвинт»,**

г. Тирасполь, ул. 28 Июня, д. 123, кв. 1

**(111) 1777**

(210) 18201776

(220) 04.05.2018

(151) 04.05.2018

(180) 04.05.2028

**(540)**



(511)

32 – минеральные и газированные воды и прочие безалкогольные напитки; фруктовые напитки и фруктовые соки; сиропы и прочие составы для изготовления напитков.

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Моби-групп»,**

г. Тирасполь, ул. К. Либкнехта, д. 1/2

**(111) 1778**

(210) 17201775

(220) 03.05.2018

(151) 29.05.2018

(180) 03.05.2028

**(540)**

## СЯОМИ

(511)

07 – роботы-пылесосы.

09 – аппараты телефонные; телефоны сотовые; телефоны мобильные; аккумуляторы для мобильных и сотовых телефонов; сетевой маршрутизатор; сетевой маршрутизатор компьютерный; видеокамеры цифровые зеркальные; видеокамеры портативные цифровые; видеокамеры для слежения за ребенком; видеорегистраторы персональные; гарнитуры беспроводные для мобильных телефонов; держатели мобильных телефонов; клавиатуры мобильных телефонов; наушники для мобильных телефонов; футляры защитные для мобильных телефонов; смарт-часы; браслеты электронные [измерительные инструменты]; браслеты идентификационные магнитные; батарейки; аккумуляторы; аккумуляторы [батареи]; аккумуляторы для электронных сигарет; устройства зарядные для сотовых телефонов; модули зарядные электронные; карты флэш-памяти; устройства флэш-памяти портативные; флэш-накопители USB; устройства для чтения карт флэш-памяти; мыши для компьютеров; мыши компьютерные беспроводные; устройства компьютерные периферийные беспроводные.

11 – очистители воздуха электрические.

13 – часы наручные.

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Моби-групп»,**

г. Тирасполь, ул. К. Либкнехта, д. 1/2

**(111) 1779**

(210) 18201780

(220) 06.06.2018

(151) 06.06.2018

(180) 06.06.2028

**(540)**

(511)

7 – роботы-пылесосы.

9 – аппараты телефонные; телефоны сотовые; телефоны мобильные; аккумуляторы для мобильных и сотовых телефонов; сетевой маршрутизатор; сетевой маршрутизатор компьютерный; видеокамеры цифровые зеркальные; видеокамеры портативные цифровые; видеокамеры для слежения за ребенком; видеорегистраторы персональные; гарнитуры беспроводные для мобильных телефонов; держатели мобильных телефонов; клавиатуры мобильных телефонов; наушники для мобильных телефонов; футляры защитные для мобильных телефонов; смарт-часы; браслеты электронные [измерительные инструменты]; браслеты идентификационные магнитные; батарейки; аккумуляторы; аккумуляторы [батарей]; аккумуляторы для электронных сигарет; устройства зарядные для сотовых телефонов; модули зарядные электронные; карты флэш-памяти; устройства флэш-памяти портативные; флэш-накопители USB; устройства для чтения карт флэш-памяти; мыши для компьютеров; мыши компьютерные беспроводные; устройства компьютерные периферийные беспроводные.

11 – очистители воздуха электрические.

14 – часы наручные.

**(730) Закрытое акционерное общество «Букет Молдавии»,**

г. Дубоссары, ул. Свердлова, д. 109

**(111) 1780**

(210) 18201737

(220) 09.11.2017

(151) 19.06.2018

(180) 09.11.2027

**(540)**

(511)

(33) – алкогольные напитки (за исключением пива).

**(730) Закрытое акционерное общество «Букет Молдавии»,**

г. Дубоссары, ул. Свердлова, д. 109

**(111) 1781**

(210) 18201739

(220) 09.11.2017

(151) 19.06.2018

(180) 09.11.2027

**(540)**

**MARK**

(511)

33 – алкогольные напитки (за исключением пива).

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Шериф»,**

г. Тирасполь, ул. Шевченко, д. 81/11

**(111) 1782**

(210) 18201778

(220) 31.05.2018

(151) 19.06.2018

(180) 31.05.2028

**(540)****ДОБРОВАР**

(511)

32 – квас.

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Шериф»,**

г. Тирасполь, ул. Шевченко, д. 81/11

**(111) 1783**

(210) 18201779

(220) 31.05.2018

(151) 19.06.2018

(180) 31.05.2028

**(540)****НАШ КВАС**

(526) КВАС

(511)

32 – квас.

**(730) Акционерное общество «Нэфис Косметикс» – Казанский химический комбинат имени М. Вахитова (мыловаренный и свечной завод № 1 бывших Крестовниковых),**Российская Федерация, 420021, Республика Татарстан,  
г. Казань, ул. Г. Тукая, 152**(111) 1784**

(210) 18201771

(220) 11.04.2018

(151) 27.06.2018

(180) 11.04.2028

**(540)****НЭФИС**

(511)

03 – абразивы; амбра [парфюмерия]; антинакипины бытовые; антистатики бытовые; ароматизаторы [эфирные масла]; ароматизаторы воздуха; ароматизаторы для кондитер-

ских изделий из сдобного теста [эфирные масла]; ароматизаторы для напитков [эфирные масла]; ароматизаторы пищевые [эфирные масла]; аэрозоль для освежения полости рта; баллоны со сжатым воздухом для уборки и удаления пыли; бальзамы, за исключением используемых для медицинских целей; блески для губ; бруски для полирования; бумага абразивная; бумага наждачная; бумага полировальная; вазелин косметический; вакса, гуталин для обуви; вар сапожный; вата для косметических целей; вещества ароматические для отдушивания белья; вещества влагопоглощающие для посудомоечных машин; вещества клейкие для косметических целей; вода ароматическая; вода жавелевая; вода лавандовая; вода туалетная; воск для паркетных полов; воск для пола; воск для пола, предохраняющий от скольжения; воск для удаления волос; воск для усов; воск портновский; воски для кожи /крема для кожи; воски для полирования мебели и полов; воски обувные; воски полировочные; гели для массажа, за исключением используемых для медицинских целей; гелиотропин; гель для отбеливания зубов; гераниол; грим; дезодоранты для домашних животных; дезодоранты для человека или животных; депилятории; диффузоры с палочками ароматические; древесина ароматическая; духи; жидкости для пола, предохраняющие от скольжения; жидкости для чистки стекол, в том числе ветровых; жиры для косметических целей; зола вулканическая для чистки; изделия парфюмерные; изображения переводные декоративные для косметических целей; ионон [парфюмерный]; камень квасцовый для бритья [вяжущее средство]; камни шлифовальные; карандаши для бровей; карандаши косметические; карбид кремния [абразивный материал]; карбиды металлов [абразивные материалы]; квасцы алюминиевые [вяжущее средство]; кизельгур для полирования; клеи для прикрепления искусственных ресниц; клеи для прикрепления накладных волос; кондиционеры для волос; кора мыльного дерева для стирки; корунд [абразив]; красители для бороды и усов; красители для воды в туалете; красители косметические; крахмал [аппрет]; крахмал для придания блеска белью; крем для обуви; кремы для полирования; кремы косметические; кремы косметические отбеливающие; крокус красный для полирования; ладан; лаки для волос; лаки для ногтей; лосьоны для волос; лосьоны для косметических целей; лосьоны после бритья; маски косметические; масла для парфюмерии; масла косметические; масла туалетные; масла эфирные; масла эфирные из кедра; масла эфирные из лимона; масла эфирные из цитрона; масла, используемые как очищающие средства; масло бергамотовое; масло гаультериевое; масло жасминное; масло лавандовое; масло миндальное; масло розовое; масло терпентинное для обезжиривания; мел для побелки; мел для чистки; молоко миндальное для косметических целей; молочко туалетное; мускус [парфюмерия]; мыла дезодорирующие; мыла для бритья; мыла для оживления оттенков тканей; мыла кусковые туалетные; мыла против потения; мыла против потения ног; мыла; мыло миндальное; мята для парфюмерии; наборы косметические; наждак; наклейки для ногтей; ногти искусственные; одеколон; основы для цветочных духов; палочки фимиамные; пасты для ремней для заточки бритв; пасты зубные/порошки зубные; пемза; пеналы для губной помады; пероксид водорода для косметических целей; полоски для освежения дыхания; полоски отбеливающие для зубов; полотно абразивное; полотно наждачное со стеклянным абразивом; помада губная; помады для косметических целей; препараты для бритья; препараты для ванн косметические; препараты для ванн, не для медицинских целей; препараты для выпрямления волос; препараты для завивки волос; препараты для замачивания белья; препараты для заточки инструментов; препараты для лощения [подкрахмаливания]; препараты для обесцвечивания; препараты для осветления кожи; препараты для полирования; препараты для полирования зубных протезов;

препараты для полоскания рта, за исключением используемых в медицинских целях; препараты для похудения косметические; препараты для придания блеска белью; препараты для придания лоска; препараты для промывания глаз, не для медицинских целей; препараты для смягчения белья при стирке; препараты для стирки; препараты для сухой чистки; препараты для удаления красок; препараты для удаления лаков; препараты для удаления макияжа; препараты для удаления паркетного воска [очищающие препараты]; препараты для удаления политуры; препараты для удаления ржавчины; препараты для ухода за ногтями; препараты для чистки; препараты для чистки зубных протезов; препараты для чистки обоев; препараты для чистки сточных труб; препараты для чистки химические бытовые; препараты коллагеновые для косметических целей; препараты отбеливающие [обесцвечивающие] для бытовых целей; препараты отбеливающие для стирки; препараты с алоэ вера для косметических целей; препараты солнцезащитные; препараты химические бытовые для оживления красок при стирке белья; препараты, освежающие дыхание для личной гигиены; продукты для наведения блеска [для полировки]; пудра для макияжа; пыль алмазная [абразив]; пятновыводители; растворители лаков для ногтей; растворы вагинальные для интимной гигиены или в качестве дезодоранта; растворы для очистки; ресницы искусственные; салфетки, пропитанные косметическими лосьонами; салфетки, пропитанные препаратами для удаления макияжа; сафрол; свечи массажные для косметических целей; синька для обработки белья; скипидар для обезжиривания; смеси ароматические из цветов и трав; сода для отбеливания; сода для стирки/сода для чистки; соли для ванн, за исключением используемых для медицинских целей; соли для отбеливания; составы для окуривания ароматическими веществами [парфюмерные изделия]; составы для предохранения кожи [полировальные]; спирт нашатырный [моющее, очищающее средство]; средства вяжущие для косметических целей; средства для бровей косметические; средства для гримирования; средства для загара косметические; средства для окрашивания волос; средства для перманентной завивки нейтрализующие; средства для придания блеска листьям растений; средства для ресниц косметические; средства для ухода за кожей косметические; средства для ухода за обувью; средства косметические; средства косметические для детей; средства косметические для животных; средства косметические для окрашивания ресниц и бровей; средства моющие для интимной гигиены немедицинские; средства моющие для личной гигиены дезинфицирующие или дезодорирующие; средства моющие, за исключением используемых для промышленных и медицинских целей; средства обезжиривающие, за исключением используемых в промышленных целях; средства обесцвечивающие [деколораторы] для косметических целей; средства туалетные против потения [туалетные принадлежности]; средства туалетные; средства фитокосметические; тальк туалетный; тампоны ватные для косметических целей; терпены [эфирные масла]; ткань наждачная; тряпки для уборки, пропитанные моющими средствами; хна [краситель косметический]; шампуни для животных [средства гигиенические немедикаментозные]; шампуни для комнатных животных [средства гигиенические немедикаментозные]; шампуни сухие; шампуни; шкурка стеклянная; щелок содовый; экстракты растительные для косметических целей; экстракты цветочные [парфюмерия]; эссенции эфирные; эссенция из бадьяна; эссенция мятная [эфирное масло].

29 – айвар [консервированный перец]; алоэ древовидное, приготовленное для употребления в пищу; альгинаты для кулинарных целей; анчоусы неживые; арахис обработанный; артишоки консервированные; белки для кулинарных целей; белок яичный;

бобы консервированные; бобы соевые консервированные для употребления в пищу; бульоны; варенье имбирное; ветчина; вещества жировые для изготовления пищевых жиров; водоросли морские консервированные; гнезда птичьи съедобные; голотурии неживые / трепанги неживые; горох консервированный; грибы консервированные; гуакамоле [пюре из авокадо]; дичь; желатин; желе мясное; желе пищевое; желе фруктовое; желток яичный; жир кокосовый; жир костный пищевой; жир свиной пищевой; жиры животные пищевые; жиры пищевые; закваска сычужная; закуски легкие на основе фруктов; заменители молока; изделия из сои порционные / котлеты соевые; изделия из тофу порционные / котлеты из тофу; изделия колбасные; изделия мучные творожные; изюм; икра; икра баклажанная; икра кабачковая; икра рыб обработанная; йогурт; кальби [корейское блюдо – мясо на гриле]; капуста квашеная; кефир [напиток молочный]; кимчи [блюдо из ферментированных овощей]; клей рыбий пищевой; клемя [неживые]; клецки картофельные; клипфиск [треска солено-сушеная]; коктейли молочные; колбаса кровяная; кольца луковые; композиции из обработанных фруктов; компоты (десерт из вареных фруктов); консервы мясные; консервы овощные; консервы рыбные; консервы фруктовые; концентраты бульонные; корн-доги / сосиски в тесте на палочках; корнишоны; креветки неживые; креветки пальчатые неживые; крем сливочный; крокеты; куколки бабочек шелкопряда, употребляемые в пищу; кукуруза сахарная, обработанная; кумыс [напиток молочный]; лангусты неживые; лецитин для кулинарных целей; лосось неживой; лук консервированный; маргарин; мармелад, за исключением кондитерских изделий; масла пищевые; масло арахисовое; масло какао пищевое; масло кокосовое жидкое пищевое; масло кокосовое твердое; масло кукурузное пищевое; масло кунжутное пищевое; масло льняное пищевое; масло оливковое первого холодного отжима пищевое; масло оливковое пищевое; масло пальмовое пищевое; масло пальмоядровое пищевое; масло подсолнечное пищевое; масло рапсовое пищевое; масло сливочное; масло соевое пищевое; мидии неживые; миндаль толченый; мозг костный пищевой; моллюски неживые; молоко; молоко арахисовое; молоко арахисовое для кулинарных целей; молоко кокосовое; молоко кокосовое для кулинарных целей; молоко миндальное; молоко миндальное для кулинарных целей; молоко овсяное; молоко рисовое; молоко рисовое для кулинарных целей; молоко с повышенным содержанием белка; молоко сгущенное; молоко соевое; молоко сухое; мука рыбная для употребления в пищу; муссы овощные; муссы рыбные; мякоть фруктовая; мясо; мясо консервированное; мясо лиофилизированное; напитки молочные с преобладанием молока; напитки на основе арахисового молока; напитки на основе кокосового молока; напитки на основе миндального молока; насекомые съедобные неживые; оболочки колбасные, натуральные или искусственные; овощи консервированные; овощи лиофилизированные; овощи сушеные; овощи, подвергнутые тепловой обработке; оладьи картофельные; оливки консервированные; омары неживые; орехи ароматизированные; орехи засахаренные; орехи кокосовые сушеные; орехи обработанные; паста томатная; паста фруктовая прессованная; паштеты из печени; пектины для кулинарных целей; печень; пикули; плоды или ягоды, сваренные в сахарном сиропе; порошок яичный; продукты молочные; продукты рыбные пищевые; простокваша [скисшее молоко]; птица домашняя неживая; пулюкги [корейское мясное блюдо]; пыльца растений, приготовленная для пищи; пюре клюквенное; пюре томатное; пюре яблочное; раки неживые; ракообразные неживые; рыба консервированная; рыба неживая; рыба соленая; ряженка [молоко топленое молочнокислого брожения]; салаты овощные; салаты

фруктовые; сало; сардины неживые; свинина; сельдь неживая; семена обработанные; семена подсолнечника обработанные; сливки [молочный продукт]; сливки взбитые; сливки растительные; смеси жировые для бутербродов; сметана [сквашенные сливки]; сок лимонный для кулинарных целей; сок томатный для приготовления пищи; соки овощные для приготовления пищи; солонина; сосиски; сосиски в сухарях; сосиски для хот-догов; составы для приготовления бульонов; составы для приготовления супов; спреды на основе орехов; субпродукты; супы; супы овощные; сыворотка молочная; сыры; тахини [паста из семян кунжута]; творог соевый; трюфели консервированные; тунец неживой; устрицы неживые; фалафель; ферменты молочные для кулинарных целей; ферменты сычужные; филе рыб; финики; фрукты глазированные; фрукты замороженные; фрукты консервированные; фрукты, консервированные в спирте; фрукты, подвергнутые тепловой обработке; фундук обработанный; хлопья картофельные; хумус [паста из турецкого гороха]; цедра фруктовая; чеснок консервированный; чечевица консервированная; чипсы картофельные; чипсы картофельные низкокалорийные; чипсы фруктовые; эгг-ног безалкогольный; экстракты водорослей пищевые; экстракты мясные; эскамолес [съедобные личинки муравьев]; юба [спаржа соевая]; ягоды консервированные; яйца улитки; яйца; якитори.

30 – ароматизаторы ванили для кулинарных целей; ароматизаторы для кондитерских изделий, за исключением эфирных масел; ароматизаторы для напитков, за исключением эфирных масел; ароматизаторы кофейные; ароматизаторы пищевые, кроме эфирных масел; бадьян; баоцзы [китайские пирожки]; батончики злаковые; батончики злаковые с высоким содержанием белка; блины; блюда на основе лапши; блюда, лиофилизированные, в которых макароны являются основным ингредиентом; блюда, лиофилизированные, в которых рис является основным ингредиентом; бриоши; булгур; булки; бумага рисовая съедобная; бумага съедобная; бурито; ванилин [заменитель ванили]; вареники [шарики из теста фаршированные]; вафли; вермишель; вещества подслащивающие натуральные; вещества связующие для колбасных изделий; вещества связующие для мороженого; вода морская для приготовления пищи; водоросли [приправа]; галеты солодовые; гвоздика [пряность]; глазури зеркальные; глазурь для изделий из сладкого сдобного теста; глюкоза для кулинарных целей; горчица; гренки; гречиха обработанная; добавки глютеносодержащие для кулинарных целей; дрожжи; загустители для пищевых продуктов; закваски; закуски легкие на основе риса; закуски легкие на основе хлебных злаков; заменители кофе; заменители кофе растительные; заправки для салатов; зефир [кондитерские изделия]; изделия железные фруктовые [кондитерские]; изделия из сладостей для украшения тортов; изделия кондитерские для украшения новогодних елок; изделия кондитерские из сладкого теста, преимущественно с начинкой; изделия кондитерские мучные; изделия кондитерские на основе арахиса; изделия кондитерские на основе миндаля; изделия макаронные; имбирь [пряность]; йогурт замороженный [мороженое]; какао; камень винный для кулинарных целей / тартрат калия кислый для кулинарных целей; каперсы; карамели [конфеты]; карри [приправа]; кетчуп [соус]; кимбап [корейское блюдо на основе риса]; кимчичжон [оладьи из ферментированных овощей]; киноа обработанная; киш; клейковина пищевая; клецки на основе муки; конфеты; конфеты лакричные [кондитерские изделия]; конфеты мятные; конфеты мятные для освежения дыхания; конфитюр молочный; корица [пряность]; кофе; кофе-сырец; крахмал пищевой; крекеры; крем заварной; крупа кукурузная; крупа манная; крупа овсяная; крупа ячневая; крупы пищевые; кубики льда; кукуруза молотая; кукуруза поджаренная; кулебяки с мясом;

куркума; кускус [крупа]; лапша; лапша соба; лапша удон; лед для охлаждения; лед натуральный или искусственный; лед пищевой; леденцы; лепешки рисовые; ломпер [лепешка на основе картофеля]; майонез; макарон [печенье миндальное]; макароны; мальтоза; мамалыга; маринад из шинкованных овощей с острой приправой [пикалили]; маринады; марципан; мед; мисо [приправа] / паста соевая [приправа]; молочко маточное пчелиное; мороженое; мука бобовая; мука гречневая; мука из тапиоки; мука картофельная; мука кукурузная; мука ореховая; мука пищевая; мука пшеничная; мука соевая; мука ячменная; муссы десертные [кондитерские изделия]; муссы шоколадные; мюсли; мята для кондитерских изделий; напитки какао-молочные; напитки кофейно-молочные; напитки кофейные; напитки на базе какао; напитки на основе ромашки; напитки чайные; напитки шоколадно-молочные; напитки шоколадные; настои нелекарственные; овес дробленый; овес очищенный; оконюмиаки [японские пикантные блины]; онигири [рисовые шарики]; орех мускатный; орехи в шоколаде; палочки лакричные [кондитерские изделия]; пастила [кондитерские изделия]; пастилки [кондитерские изделия]; патока; паштет запеченный в тесте; пельмени [шарики из теста, фаршированные мясом]; перец; перец душистый; перец стручковый [специи]; песто [соус]; печенье; печенье сухое; пибимпаб [рис, смешанный с овощами и говядиной]; пироги; пицца; подливки мясные; помадки [кондитерские изделия]; попкорн; порошки для приготовления мороженого; порошки пекарские; порошок горчичный; пралине; препараты ароматические пищевые; приправы; продукты для размягчения мяса в домашних условиях; продукты зерновые; продукты на основе овса; прополис; пряники; пряности; птифуры [пирожные]; пудинг рисовый; пудинги [запеканки]; пудра для кондитерских изделий; пюре фруктовые [соусы]; равиоли; рамэн [японское блюдо на основе лапши]; резинки жевательные для освежения дыхания; резинки жевательные; релиш [приправа]; рис; рис моментального приготовления; ростки пшеницы для употребления в пищу; рулет весенний; саго; сахар пальмовый; сахар; семена кунжута [приправы]; семена льна для кулинарных целей [приправы]; семена обработанные, используемые в качестве приправы; семя анисовое; сироп агавы [натуральный подсластитель]; сироп из мелассы / сироп золотой; сладости; смесь тестовая для оконюмиаки [японские пикантные блины]; сода пищевая [натрия бикарбонат для приготовления пищи]; солод для употребления в пищу; соль для консервирования пищевых продуктов; соль поваренная; соль сельдерейная; сорбет [мороженое]; составы для глазирования ветчины; соус клюквенный [приправа]; соус соевый; соус томатный; соус яблочный [приправа]; соусы [приправы]; соусы для пасты; спагетти; специи; спреды на основе шоколада; спреды шоколадные с орехами; стабилизаторы для взбитых сливок; стружка ледяная с подслащенными красными бобами; сухари; сухари панировочные; суши; сэмпэй [рисовые крекеры]; сэндвичи; табуле; такос; тапиока; тарты; тесто готовое; тесто для кондитерских изделий; тесто миндальное; тесто рисовое для кулинарных целей; тесто сдобное сладкое для кондитерских изделий; тортиллы; травы огородные консервированные [специи]; украшения шоколадные для тортов; уксус; уксус пивной; ферменты для теста; халва; хлеб из пресного теста; хлеб; хлопья [продукты зерновые]; хлопья кукурузные; хлопья овсяные; хот-доги; цветы или листья, используемые в качестве заменителей чая; цзяоцзы [пельмени китайские]; цикорий [заменитель кофе]; чай; чай со льдом; чатни [приправа]; чеснок измельченный [приправа]; чизбургеры [сэндвичи]; чоу-чоу [приправа]; шафран [специи]; шоколад; экстракт солодовый пищевой; эссенции пищевые, за исключением эфирных эссенций и эфирных масел; ячмень очищенный.

**(730) Акционерное общество «Нэфис Косметикс» – Казанский химический комбинат имени М. Вахитова (мыловаренный и свечной завод № 1 бывших Крестовниковых),**

Российская Федерация, 420021, Республика Татарстан,  
г. Казань, ул. Г. Тукая, 152

**(111) 1785**

(210) 18201772

(151) 27.06.2018

**(540)**

(220) 11.04.2018

(180) 11.04.2028

## NEFIS

(511)

03 – абразивы; амбра [парфюмерия]; антинакипины бытовые; антистатик бытовые; ароматизаторы [эфирные масла]; ароматизаторы воздуха; ароматизаторы для кондитерских изделий из сдобного теста [эфирные масла]; ароматизаторы для напитков [эфирные масла]; ароматизаторы пищевые [эфирные масла]; аэрозоль для освежения полости рта; баллоны со сжатым воздухом для уборки и удаления пыли; бальзамы, за исключением используемых для медицинских целей; блески для губ; бруски для полирования; бумага абразивная; бумага наждачная; бумага полировальная; вазелин косметический; вакса, гуталин для обуви; вар сапожный; вата для косметических целей; вещества ароматические для отдушивания белья; вещества влагопоглощающие для посудомоечных машин; вещества клейкие для косметических целей; вода ароматическая; вода жавелевая; вода лавандовая; вода туалетная; воск для паркетных полов; воск для пола; воск для пола, предохраняющий от скольжения; воск для удаления волос; воск для усов; воск портновский; воски для кожи /крема для кожи; воски для полирования мебели и полов; воски обувные; воски полировочные; гели для массажа, за исключением используемых для медицинских целей; гелиотропин; гель для отбеливания зубов; гераниол; грим; дезодоранты для домашних животных; дезодоранты для человека или животных; депилятории; диффузоры с палочками ароматические; древесина ароматическая; духи; жидкости для пола, предохраняющие от скольжения; жидкости для чистки стекол, в том числе ветровых; жиры для косметических целей; зола вулканическая для чистки; изделия парфюмерные; изображения переводные декоративные для косметических целей; ионон [парфюмерный]; камень квасцовый для бритья [вяжущее средство]; камни шлифовальные; карандаши для бровей; карандаши косметические; карбид кремния [абразивный материал]; карбиды металлов [абразивные материалы]; квасцы алюминиевые [вяжущее средство]; кизельгур для полирования; клеи для прикрепления искусственных ресниц; клеи для прикрепления накладных волос; кондиционеры для волос; кора мыльного дерева для стирки; корунд [абразив]; красители для бороды и усов; красители для воды в туалете; красители косметические; крахмал [аппрет]; крахмал для придания блеска белью; крем для обуви; кремы для полирования; кремы косметические; кремы косметические отбеливающие; крокус красный для полирования; ладан; лаки для волос; лаки для ногтей; лосьоны для волос; лосьоны для косметических целей; лосьоны после бритья; маски косметические; масла для парфюмерии; масла косметические; масла туалетные; масла эфирные; масла эфирные из кедра; масла эфирные из лимона; масла эфирные из цитрона; масла, используемые как очищающие средства; масло бергамотовое; масло гаультериевое; масло жасминное; масло

лавандовое; масло миндальное; масло розовое; масло терпентинное для обезжиривания; мел для побелки; мел для чистки; молоко миндальное для косметических целей; молочко туалетное; мускус [парфюмерия]; мыла дезодорирующие; мыла для бритья; мыла для оживления оттенков тканей; мыла кусковые туалетные; мыла против потения; мыла против потения ног; мыла; мыло миндальное; мята для парфюмерии; наборы косметические; наждак; наклейки для ногтей; ногти искусственные; одеколон; основы для цветочных духов; палочки фимиамные; пасты для ремней для заточки бритв; пасты зубные/порошки зубные; пемза; пеналы для губной помады; пероксид водорода для косметических целей; полоски для освежения дыхания; полоски отбеливающие для зубов; полотно абразивное; полотно наждачное со стеклянным абразивом; помада губная; помады для косметических целей; препараты для бритья; препараты для ванн косметические; препараты для ванн, не для медицинских целей; препараты для выпрямления волос; препараты для завивки волос; препараты для замачивания белья; препараты для заточки инструментов; препараты для лощения [подкрахмаливания]; препараты для обесцвечивания; препараты для осветления кожи; препараты для полирования; препараты для полирования зубных протезов; препараты для полоскания рта, за исключением используемых в медицинских целях; препараты для похудения косметические; препараты для придания блеска белью; препараты для придания лоска; препараты для промывания глаз, не для медицинских целей; препараты для смягчения белья при стирке; препараты для стирки; препараты для сухой чистки; препараты для удаления красок; препараты для удаления лаков; препараты для удаления макияжа; препараты для удаления паркетного воска [очищающие препараты]; препараты для удаления политуры; препараты для удаления ржавчины; препараты для ухода за ногтями; препараты для чистки; препараты для чистки зубных протезов; препараты для чистки обоев; препараты для чистки сточных труб; препараты для чистки химические бытовые; препараты коллагеновые для косметических целей; препараты отбеливающие [обесцвечивающие] для бытовых целей; препараты отбеливающие для стирки; препараты с алоэ вера для косметических целей; препараты солнцезащитные; препараты химические бытовые для оживления красок при стирке белья; препараты, освежающие дыхание для личной гигиены; продукты для наведения блеска [для полировки]; пудра для макияжа; пыль алмазная [абразив]; пятновыводители; растворители лаков для ногтей; растворы вагинальные для интимной гигиены или в качестве дезодоранта; растворы для очистки; ресницы искусственные; салфетки, пропитанные косметическими лосьонами; салфетки, пропитанные препаратами для удаления макияжа; сафрол; свечи массажные для косметических целей; синька для обработки белья; скипидар для обезжиривания; смеси ароматические из цветов и трав; сода для отбеливания; сода для стирки/сода для чистки; соли для ванн, за исключением используемых для медицинских целей; соли для отбеливания; составы для окуривания ароматическими веществами [парфюмерные изделия]; составы для предохранения кожи [полировальные]; спирт нашатырный [моющее, очищающее средство]; средства вяжущие для косметических целей; средства для бровей косметические; средства для гримирования; средства для загара косметические; средства для окрашивания волос; средства для перманентной завивки нейтрализующие; средства для придания блеска листьям растений; средства для ресниц косметические; средства для ухода за кожей косметические; средства для ухода за обувью; средства косметические; средства косметические для детей; средства косметические для животных; средства косметические для окрашивания ресниц и бровей; средства моющие для интимной гигиены немедицинские; средства моющие для личной гигиены дезинфицирующие или

дезодорирующие средства моющие, за исключением используемых для промышленных и медицинских целей; средства обезжиривающие, за исключением используемых в промышленных целях; средства обесцвечивающие [деколонаторы] для косметических целей; средства туалетные против потения [туалетные принадлежности]; средства туалетные; средства фитокосметические; тальк туалетный; тампоны ватные для косметических целей; терпены [эфирные масла]; ткань наждачная; тряпки для уборки, пропитанные моющими средствами; хна [краситель косметический]; шампуни для животных [средства гигиенические немедикаментозные]; шампуни для комнатных животных [средства гигиенические немедикаментозные]; шампуни сухие; шампуни; шкурка стеклянная; щелок содовый; экстракты растительные для косметических целей; экстракты цветочные [парфюмерия]; эссенции эфирные; эссенция из бадьяна; эссенция мятная [эфирное масло].

29 – айвар [консервированный перец]; алоэ древовидное, приготовленное для употребления в пищу; альгинаты для кулинарных целей; анчоусы неживые; арахис обработанный; артишоки консервированные; белки для кулинарных целей; белок яичный; бобы консервированные; бобы соевые консервированные для употребления в пищу; бульоны; варенье имбирное; ветчина; вещества жировые для изготовления пищевых жиров; водоросли морские консервированные; гнезда птичьи съедобные; голотурии неживые / трепанги неживые; горох консервированный; грибы консервированные; гуакамоле [пюре из авокадо]; дичь; желатин; желе мясное; желе пищевое; желе фруктовое; желток яичный; жир кокосовый; жир костный пищевой; жир свиной пищевой; жиры животные пищевые; жиры пищевые; закваска сычужная; закуски легкие на основе фруктов; заменители молока; изделия из сои порционные / котлеты соевые; изделия из тофу порционные / котлеты из тофу; изделия колбасные; изделия мучные творожные; изюм; икра; икра баклажанная; икра кабачковая; икра рыб обработанная; йогурт; кальби [корейское блюдо – мясо на гриле]; капуста квашеная; кефир [напиток молочный]; кимчи [блюдо из ферментированных овощей]; клей рыбий пищевой; клемы [неживые]; клецки картофельные; клиффиск [треска солено-сушеная]; коктейли молочные; колбаса кровяная; кольца луковые; композиции из обработанных фруктов; компоты (десерт из вареных фруктов); консервы мясные; консервы овощные; консервы рыбные; консервы фруктовые; концентраты бульонные; корн-доги / сосиски в тесте на палочках; корнишоны; креветки неживые; креветки пальчатые неживые; крем сливочный; крокеты; куколки бабочек шелкопряда, употребляемые в пищу; кукуруза сахарная, обработанная; кумыс [напиток молочный]; лангусты неживые; лецитин для кулинарных целей; лосось неживой; лук консервированный; маргарин; мармелад, за исключением кондитерских изделий; масла пищевые; масло арахисовое; масло какао пищевое; масло кокосовое жидкое пищевое; масло кокосовое твердое; масло кукурузное пищевое; масло кунжутное пищевое; масло льняное пищевое; масло оливковое первого холодного отжима пищевое; масло оливковое пищевое; масло пальмовое пищевое; масло пальмоядровое пищевое; масло подсолнечное пищевое; масло рапсовое пищевое; масло сливочное; масло соевое пищевое; мидии неживые; миндаль толченый; мозг костный пищевой; моллюски неживые; молоко; молоко арахисовое; молоко арахисовое для кулинарных целей; молоко кокосовое; молоко кокосовое для кулинарных целей; молоко миндальное; молоко миндальное для кулинарных целей; молоко овсяное; молоко рисовое; молоко рисовое для кулинарных целей; молоко с повышенным содержанием белка; молоко сгущенное; молоко соевое; молоко сухое; мука рыбная для употребления в пищу; муссы овощные; муссы рыбные; мякоть фруктовая; мясо; мясо консервированное; мясо лиофилизированное; напитки мо-

лочные с преобладанием молока; напитки на основе арахисового молока; напитки на основе кокосового молока; напитки на основе миндального молока; насекомые съедобные неживые; оболочки колбасные, натуральные или искусственные; овощи консервированные; овощи лиофилизированные; овощи сушеные; овощи, подвергнутые тепловой обработке; оладьи картофельные; оливки консервированные; омары неживые; орехи ароматизированные; орехи засахаренные; орехи кокосовые сушеные; орехи обработанные; паста томатная; паста фруктовая прессованная; паштеты из печени; пектины для кулинарных целей; печень; пикули; плоды или ягоды, сваренные в сахарном сиропе; порошок яичный; продукты молочные; продукты рыбные пищевые; простокваша [скишшее молоко]; птица домашняя неживая; пулюгоги [корейское мясное блюдо]; пыльца растений, приготовленная для пищи; пюре клюквенное; пюре томатное; пюре яблочное; раки неживые; ракообразные неживые; рыба консервированная; рыба неживая; рыба соленая; ряженка [молоко топленое молочнокислого брожения]; салаты овощные; салаты фруктовые; сало; сардины неживые; свинина; сельдь неживая; семена обработанные; семена подсолнечника обработанные; сливки [молочный продукт]; сливки взбитые; сливки растительные; смеси жировые для бутербродов; сметана [сквашенные сливки]; сок лимонный для кулинарных целей; сок томатный для приготовления пищи; соки овощные для приготовления пищи; солонина; сосиски; сосиски в сухарях; сосиски для хот-догов; составы для приготовления бульонов; составы для приготовления супов; спреды на основе орехов; субпродукты; супы; супы овощные; сыворотка молочная; сыры; тахини [паста из семян кунжута]; творог соевый; трюфели консервированные; тунец неживой; устрицы неживые; фалафель; ферменты молочные для кулинарных целей; ферменты сычужные; филе рыб; финики; фрукты глазированные; фрукты замороженные; фрукты консервированные; фрукты, консервированные в спирте; фрукты, подвергнутые тепловой обработке; фундук обработанный; хлопья картофельные; хумус [паста из турецкого гороха]; цедра фруктовая; чеснок консервированный; чечевица консервированная; чипсы картофельные; чипсы картофельные низкокалорийные; чипсы фруктовые; эгг-ног безалкогольный; экстракты водорослей пищевые; экстракты мясные; эскамолес [съедобные личинки муравьев]; юба [спаржа соевая]; ягоды консервированные; яйца улитки; яйца якитори.

30 – ароматизаторы ванили для кулинарных целей; ароматизаторы для кондитерских изделий, за исключением эфирных масел; ароматизаторы для напитков, за исключением эфирных масел; ароматизаторы кофейные; ароматизаторы пищевые, кроме эфирных масел; бадьян; баоцзы [китайские пирожки]; батончики злаковые; батончики злаковые с высоким содержанием белка; блины; блюда на основе лапши; блюда, лиофилизированные, в которых макароны являются основным ингредиентом; блюда, лиофилизированные, в которых рис является основным ингредиентом; бриоши; булгур; булки; бумага рисовая съедобная; бумага съедобная; бурито; ванилин [заменитель ванили]; вареники [шарики из теста фаршированные]; вафли; вермишель; вещества подслащивающие натуральные; вещества связующие для колбасных изделий; вещества связующие для мороженого; вода морская для приготовления пищи; водоросли [приправа]; галеты солодовые; гвоздика [пряность]; глазури зеркальные; глазурь для изделий из сладкого сдобного теста; глюкоза для кулинарных целей; горчица; гренки; гречиха обработанная; добавки глютеносодержащие для кулинарных целей; дрожжи; загустители для пищевых продуктов; закваски; закуски легкие на основе риса; закуски легкие на основе хлебных злаков; заменители кофе; заменители кофе растительные; заправки для салатов; зефир [кондитерские изделия]; изделия

желейные фруктовые [кондитерские]; изделия из сладостей для украшения тортов; изделия кондитерские для украшения новогодних елок; изделия кондитерские из сладкого теста, преимущественно с начинкой; изделия кондитерские мучные; изделия кондитерские на основе арахиса; изделия кондитерские на основе миндаля; изделия макаронные; имбирь [пряность]; йогурт замороженный [мороженое]; какао; камень винный для кулинарных целей / тартрат калия кислый для кулинарных целей; каперсы; карамели [конфеты]; карри [приправа]; кетчуп [соус]; кимбап [корейское блюдо на основе риса]; кимч-хичжон [оладьи из ферментированных овощей]; киноа обработанная; киш; клейковина пищевая; клецки на основе муки; конфеты; конфеты лакричные [кондитерские изделия]; конфеты мятные; конфеты мятные для освежения дыхания; конфитюр молочный; корица [пряность]; кофе; кофе-сырец; крахмал пищевой; крекеры; крем заварной; крупа кукурузная; крупа манная; крупа овсяная; крупа ячневая; крупы пищевые; кубики льда; кукуруза молотая; кукуруза поджаренная; кулебяки с мясом; куркума; кускус [крупа]; лапша; лапша соба; лапша удон; лед для охлаждения; лед натуральный или искусственный; лед пищевой; леденцы; лепешки рисовые; ломпер [лепешка на основе картофеля]; майонез; макарон [печенье миндальное]; макароны; мальтоза; мамалыга; маринад из шинкованных овощей с острой приправой [пикалили]; маринады; марципан; мед; мисо [приправа] / паста соевая [приправа]; молочко маточное пчелиное; мороженое; мука бобовая; мука гречневая; мука из тапиоки; мука картофельная; мука кукурузная; мука ореховая; мука пищевая; мука пшеничная; мука соевая; мука ячменная; муссы десертные [кондитерские изделия]; муссы шоколадные; мюсли; мята для кондитерских изделий; напитки какао-молочные; напитки кофейно-молочные; напитки кофейные; напитки на базе какао; напитки на основе ромашки; напитки чайные; напитки шоколадно-молочные; напитки шоколадные; настои нелекарственные; овес дробленный; овес очищенный; окономияки [японские пикантные блины]; онигири [рисовые шарики]; орех мускатный; орехи в шоколаде; палочки лакричные [кондитерские изделия]; пастила [кондитерские изделия]; пастилки [кондитерские изделия]; патока; паштет запеченный в тесте; пельмени [шарики из теста, фаршированные мясом]; перец; перец душистый; перец стручковый [специи]; песто [соус]; печенье; печенье сухое; пибимпаб [рис, смешанный с овощами и говядиной]; пироги; пицца; подливки мясные; помадки [кондитерские изделия]; попкорн; порошки для приготовления мороженого; порошки пекарские; порошок горчичный; пралине; препараты ароматические пищевые; приправы; продукты для размягчения мяса в домашних условиях; продукты зерновые; продукты на основе овса; прополис; пряники; пряности; птифуры [пирожные]; пудинг рисовый; пудинги [запеканки]; пудра для кондитерских изделий; пюре фруктовые [соусы]; равиоли; рамэн [японское блюдо на основе лапши]; резинки жевательные для освежения дыхания; резинки жевательные; релиш [приправа]; рис; рис моментального приготовления; ростки пшеницы для употребления в пищу; рулет весенний; саго; сахар пальмовый; сахар; семена кунжута [приправы]; семена льна для кулинарных целей [приправы]; семена обработанные, используемые в качестве приправы; семя анисовое; сироп агавы [натуральный подсластитель]; сироп из мелассы / сироп золотой; сладости; смесь тестовая для окономияки [японские пикантные блины]; сода пищевая [натрия бикарбонат для приготовления пищи]; солод для употребления в пищу; соль для консервирования пищевых продуктов; соль поваренная; соль сельдерейная; сорбет [мороженое]; составы для глазирования ветчины; соус клюквенный [приправа]; соус соевый; соус томатный; соус яблочный [приправа]; соусы [приправы]; соусы для пасты; спагетти; специи; спреды на основе шоколада; спреды шоколадные с орехами;

стабилизаторы для взбитых сливок; стружка ледяная с подслащенными красными бобами; сухари; сухари панировочные; суши; сэмбэй [рисовые крекеры]; сэндвичи; табуле; такос; тапиока; тарты; тесто готовое; тесто для кондитерских изделий; тесто миндальное; тесто рисовое для кулинарных целей; тесто сдобное сладкое для кондитерских изделий; тортилли; травы огородные консервированные [специи]; украшения шоколадные для тортов; уксус; уксус пивной; ферменты для теста; халва; хлеб из пресного теста; хлеб; хлопья [продукты зерновые]; хлопья кукурузные; хлопья овсяные; хот-доги; цветы или листья, используемые в качестве заменителей чая; цзяоцзы [пельмени китайские]; цикорий [заменитель кофе]; чай; чай со льдом; чатни [приправа]; чеснок измельченный [приправа]; чизбургеры [сэндвичи]; чоу-чоу [приправа]; шафран [специи]; шоколад; экстракт солодовый пищевой; эссенции пищевые, за исключением эфирных эссенций и эфирных масел; ячмень очищенный.

**(730) Закрытое акционерное общество «Букет Молдавии»,**

г. Дубоссары, ул. Свердлова, д. 109

**(111) 1786**

(210) 18201738

(220) 09.11.2017

(151) 27.06.2018

(180) 09.11.2027

**(540)**

## MARC

(511)

(33) – алкогольные напитки (за исключением пива).

**(730) Закрытое акционерное общество «Фарба-Групп»,**

г. Тирасполь, ул. Шутова, д. 7 «б»

**(111) 1787**

(210) 18201782

(220) 08.06.2018

(151) 12.07.2018

(180) 08.06.2028

**(540)**



(511)

35 – услуги оптовой и розничной торговли.

**(730) Чернега Вадим Федорович,**

г. Тирасполь, ул. Ларионова, д. 44, кв. 7

**(111) 1788**

(210) 18201785

(220) 19.07.2018

(151) 27.07.2018

(180) 19.07.2028

**(540)**

## TUTTOKRUTTO

(511)

41 – воспитание физическое; дискотеки; информация по вопросам отдыха; информация по вопросам развлечений; киностудии; клубы здоровья [оздоровительные и фитнес-тренировки]; клубы-кафе ночные [развлечение]; переподготовка профессиональная; предоставление видеофайлов онлайн, незагружаемых; предоставление музыкальных файлов онлайн, незагружаемых; предоставление незагружаемых телевизионных программ через сервисы «видео по запросу»; предоставление незагружаемых фильмов через сервисы «видео по запросу»; предоставление услуг игровых залов; предоставление услуг кинозалов; прокат кинофильмов; прокат оборудования для игр; прокат спортивного оборудования, за исключением транспортных средств; развлечение гостей; развлечения; услуги караоке; фотографирование; фоторепортажи.

43 – агентства по обеспечению мест [гостиницы, пансионаты]; аренда временного жилья; аренда помещений для проведения встреч; базы отдыха; бронирование мест в гостиницах; бронирование мест в пансионатах; бронирование мест для временного жилья; гостиницы; дома для престарелых; закусочные; кафе; кафетерии; мотели; пансионаты; пансионаты для животных; прокат кухонного оборудования; прокат мебели, столового белья и посуды; прокат осветительной аппаратуры\*; прокат палаток; прокат передвижных строений; прокат раздаточных устройств [диспенсеров] для питьевой воды; рестораны; рестораны самообслуживания; службы приема по временному размещению [управление прибытием и отъездом]; создание кулинарных скульптур; столовые на производстве и в учебных заведениях; услуги баз отдыха [предоставление жилья]; услуги баров; услуги кемпингов; услуги по приготовлению блюд и доставке их на дом; услуги ресторанов ваукоу; ясли детские.

**(730) Чернега Вадим Федорович,**

г. Тирасполь, ул. Ларионова, д. 44, кв. 7

**(111) 1789**

(210) 18201784

(220) 19.07.2018

(151) 27.07.2018

(180) 19.07.2028

**(540)****TUTTOKRUTTO**

(511)

41 – воспитание физическое; дискотеки; информация по вопросам отдыха; информация по вопросам развлечений; киностудии; клубы здоровья [оздоровительные и фитнес-тренировки]; клубы-кафе ночные [развлечение]; переподготовка профессиональная; предоставление видео файлов онлайн, незагружаемых; предоставление музыкальных файлов онлайн, незагружаемых; предоставление незагружаемых телевизионных программ через сервисы «видео по запросу»; предоставление незагружаемых фильмов через сервисы «видео по запросу»; предоставление услуг игровых залов; предоставление услуг кинозалов; прокат кинофильмов; прокат оборудования для игр; прокат спортивного оборудования, за исключением транспортных средств; развлечение гостей; развлечения; услуги караоке; фотографирование; фоторепортажи.

43 – агентства по обеспечению мест [гостиницы, пансионаты]; аренда временного жилья; аренда помещений для проведения встреч; базы отдыха; бронирование мест в

гостиницах; бронирование мест в пансионатах; бронирование мест для временного жилья; гостиницы; дома для престарелых; закусочные; кафе; кафетерии; мотели; пансионаты; пансионаты для животных; прокат кухонного оборудования; прокат мебели, столового белья и посуды; прокат осветительной аппаратуры\*; прокат палаток; прокат передвижных строений; прокат раздаточных устройств [диспенсеров] для питьевой воды; рестораны; рестораны самообслуживания; службы приема по временному размещению [управление прибытием и отъездом]; создание кулинарных скульптур; столовые на производстве и в учебных заведениях; услуги баз отдыха [предоставление жилья]; услуги баров; услуги кемпингов; услуги по приготовлению блюд и доставке их на дом; услуги ресторанов вашоку; ясли детские.

**(730) Государственное унитарное предприятие «Единые распределительные электрические сети»,**

г. Тирасполь, ул. Мира, д. 2

**(111) 1790**

(210) 18201786

(151) 07.08.2018

**(540)**

(220) 19.07.2018

(180) 19.07.2028



(591) – красный, черный.

(511)

37 – устранение помех в работе электрических установок, ремонт линий электропередачи.

39 – распределение электроэнергии.

42 – экспертиза инженерно-техническая.

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Беркут»,**

г. Тирасполь, ул. Свердлова, д. 15

**(111) 1791**

(210) 18201782

(151) 07.08.2018

**(540)**

(220) 18.07.2018

(180) 18.07.2028



(591) – черный, серый, белый.

(511)

41 – клубы здоровья (оздоровительные и фитнес-тренировки); организация спортивных состязаний.

**(730) Общество с ограниченной ответственностью «Беркут»,**

г. Тирасполь, ул. Свердлова, д. 15

**(111) 1792**

(210) 18201783

(220) 18.07.2018

(151) 07.08.2018

(180) 18.07.2028

**(540)**

(591) – красный, черный.

(511)

35 – услуги оптовой и розничной торговли.

40 – тара для упаковки пластиковая.

**(730) Бондаренко Александр Александрович,**

г. Тирасполь, ул. Тарасенко, д. 42

**(111) 1794**

(210) 18201787

(220) 31.07.2018

(151) 12.09.2018

(180) 31.07.2018

**(540)****ДОЗВОН**

(511)

09 – гарнитуры беспроводные для телефонов; моноподы [штативы ручные]; наушники; носители информации магнитные; обеспечение программное для компьютеров; оборудование компьютерное; пленка защитная для смартфонов; приложения для компьютерного программного обеспечения, загружаемые; программы для компьютеров; программы компьютерные [загружаемое программное обеспечение]; прикладное программное обеспечение; программы операционные для компьютеров и смартфонов; смартфоны; смарт-часы; телефоны мобильные/телефоны сотовые; чехлы для смартфонов; аккумуляторы электрические; устройства зарядные для электрических аккумуляторов; провода телефонные; флэш-накопители USB.

16 – продукция печатная; изображения графические.

35 – агентства по импорту-экспорту; продвижение продаж (для третьих лиц); продвижение товаров (для третьих лиц); предоставление места для онлайн-продаж покупателям и продавцам товаров и услуг; презентация товаров на всех медиасредствах с целью розничной продажи; производство рекламных фильмов; публикация рекламных текстов; радиореклама; распространение рекламных материалов; рассылка рекламных материалов; регистрация данных и письменных сообщений; реклама; реклама интерактивной компьютерной сети; реклама почтой; реклама телевизионная; сбор информации в компьютерных базах данных; телемаркетинг; управление процессами обработки заказов товаров.

37 – установка и ремонт телефонов мобильных/сотовых; установка и ремонт смартфонов; установка, обслуживание и ремонт компьютеров.

**(730) Закрытое акционерное общество «Букет Молдавии»,**

г. Дубоссары, ул. Свердлова, д. 109

**(111) 1795**

(210) 18201790

(220) 20.08.2018

(151) 12.09.2018

(180) 20.08.2028

**(540)****GRUNNER**

(511)

33 – алкогольные напитки (за исключением пива).

**(730) Закрытое акционерное общество «Букет Молдавии»,**

г. Дубоссары, ул. Свердлова, д. 109

**(111) 1796**

(210) 18201791

(220) 20.08.2018

(151) 12.09.2018

(180) 20.08.2028

**(540)****VERMALIN**

(511)

33 – алкогольные напитки (за исключением пива).

**(730) Рычкова Ирина Владимировна,**

г. Тирасполь, ул. К. Маркса, д. 167, кв. 51

**(111) 1797**

(210) 18201792

(220) 20.08.2018

(151) 24.09.2018

(180) 20.08.2028

**(540)****BENEFIT**

(511)

44 – салон красоты.

**Передача прав на использование объектов  
интеллектуальной собственности (договоры)**

**№ 99/253** передаточное соглашение об уступке прав на товарный знак, свидетельство № 253 (заявка № 00200119) с приоритетом от 16.06.2000 в отношении всех товаров, указанных в описании товарного знака к свидетельству № 253. Дата регистрации договора – 20 сентября 2018 года. **Цедент** – Бритиш Америкэн Тобэкко (Брэндс) Инк., США (British American Tobacco (Brands) Inc., USA), 2711 Сентервиль Роуд, Сьют 300, Вилмингтон, Делавер 19808, США (2711 Centerville Road, Suite 300, Wilmington, Dela-

ware 19808, USA). **Цессинарий** – Бритиш Америкэн Тобэкко (Брэндс) Лимитед (British American Tobacco (Brands) Limited), Глобус Дом, 4 Темпл Плэйз, Лондон WC2R 2PG, Соединенное Королевство (of Globe House, 4 Temple Place, London WC2R 2PG, United Kingdom).

Территория действия договора – Приднестровская Молдавская Республика.

## ИЗВЕЩЕНИЯ

1. Срок действия свидетельства № **970** (заявка № 07200918) с приоритетом от 8 октября 2007 года на товарный знак восстановлен и продлен с 8 октября 2017 года на 10 лет.

2. Срок действия свидетельства № **1012** (заявка № 08200962) с приоритетом от 13 мая 2008 года на товарный знак восстановлен и продлен с 13 мая 2018 года на 10 лет. Адрес владельца товарного знака изменен на следующий:

(730) г. Тирасполь, ул. Советская, д. 121.

3. Адрес владельца товарного знака № **1546** с приоритетом от 27 мая 2014 года изменен на следующий:

(730) Хонторстстраат 19, 1071 DC Амстердам, Нидерланды (NL) (Honthorststraat 19, 1071 DC Amsterdam, The Netherlands (NL)).

## Объекты авторского права

№ п/п	Наименование объекта	Ф.И.О. автора	Дата регистрации
1	2	3	4
283	Песни на 4 листах машинописного текста и на DVD-диске: 1. «KVINTуем»; 2. «Букет Молдавии»; 3. «Доченька моя»; 4. «Женский феромон».	А.И. Безницкий	08.10.2018
284	Статья на 34 страницах бумажного носителя «Как образовалось название города Дубоссары»	О.А. Морозов	02.11.2018

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Алешенко Светлана Анатольевна** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и приложений ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: alesch.svet@gmail.com

**Арнаутов Владимир Иванович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: arnautov@math.md

**Афонин Виталий Валерьевич** – старший преподаватель кафедры математического анализа и приложений ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: afonins\_02@mail.ru

**Баренгольц Сергей Александрович** – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией электрофизических исследований Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН.

E-mail: sabarengolts@mail.ru

**Баренгольц Юрий Александрович** – кандидат физико-математических наук, доцент.

**Белая Елена Ивановна** – старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: e.i.belaiia@mail.ru

**Берил Степан Иорданович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, ректор ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: rektor@spsu.ru

**Брусенская Елена Ивановна** – кандидат физико-математических наук, до-

цент кафедры общей и теоретической физики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: khamidullin\_ra@mail.ru

**Буйвол Анастасия Владимировна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: laska\_08.94@mail.ru

**Васильев Виталий Васильевич** – старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: florina\_of@mail.ru

**Васильева Ольга Федоровна** – доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: florina\_of@mail.ru

**Вырцан Елена Павловна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: virsanelena@mail.ru

**Гаина Анастасия Александровна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: crotenko@mail.ru

**Гарбузняк Елена Сергеевна** – старший преподаватель кафедры информатики и программной инженерии филиала ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбнице.

E-mail: goldfenix@mail.ru

**Гощина Наталья Николаевна** – магистрант физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: natashka\_5800@mail.ru

**Гребенюк Светлана Анатольевна** – кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и менеджмента ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: grebenuks1@rambler.ru

**Григорьева Наталья Леонидовна** – учитель математики Бендерской средней общеобразовательной школы № 16.

E-mail: amet7711@mail.ru

**Гросул Наталья Сергеевна** – старший преподаватель кафедры «Финансы и кредит» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: natagrosul@mail.ru

**Данич Наталья Викторовна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: natalya.danich@bk.ru

**Диденко Оксана Александровна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: ksyu20070@mail.ru

**Дидурик Наталия Николаевна** – старший преподаватель кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: natnikkr83@mail.ru

**Дмитриева Наталья Николаевна** – старший преподаватель кафедры бухгалтерского учета и аудита ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: ursu-olya@mail.ru

**Долгов Алексей Юрьевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий и автоматизированного управления производственными процессами, проректор по информатизации и инновационным технологиям в образовании ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: dolgov@spsu.ru

**Дрыгина Анастасия Вячеславовна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: romashechka78@gmail.com

**Дубинин Игорь Алексеевич** – магистрант филиала ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбнице.

E-mail: igor15044@gmail.com

**Ермакова Галина Николаевна** – кандидат педагогических наук, доцент, заведующая кафедрой алгебры, геометрии и методики преподавания математики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: galla0808@yandex.ru

**Есир Алла Ивановна** – старший преподаватель кафедры «Финансы и кредит» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: mik-dik@yandex.ru

**Жданов Александр Анатольевич** – магистрант физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: zhdanov.aleksandr94@gmail.com

**Запольская Ольга Юрьевна** – старший преподаватель кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: olia1401@mail.ru

**Зеленин Николай Валерьевич** – старший преподаватель кафедры бухгалтерского учета и аудита ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: nikzelenin@mail.ru

**Зинган Анна Петровна** – доцент кафедры математического анализа и приложений ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: zingan.anna@mail.ru

**Зубку Анна Сергеевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: a.zubku1995@mail.ru

**Каприян Юлия Васильевна** – кандидат экономических наук, доцент кафедры «Финансы и кредит» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: nastika.skrit@gmail.com

**Карай Дорина Сергеевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: pleshka-d@mail.ru

**Карапетян Сергей Артурович** – научный сотрудник НИЛ «Полярон» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: karapetyan.sa@gmail.com

**Кинаш Александр Викторович** – студент физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: kinashsasha98@mail.ru

**Кожухарь Ольга Васильевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: ursu-olya@mail.ru

**Костакий Анастасия Дмитриевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: nastika.skit@gmail.com

**Костенко Наталья Олеговна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: neverna123@mail.ru

**Костюкевич Нина Сергеевна** – преподаватель кафедры прикладной математики и информатики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: gravitonchik@gmail.com.

**Кротенко Юрий Иванович** – профессор кафедры бухгалтерского учета и аудита ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: crotenko@mail.ru

**Кудрик Александра Ивановна** – старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: kudrik.aleksandra@yandex.ru

**Куляк Анастасия Григорьевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: kuliak.anastasia@gmail.com

**Кушнир Анна Олеговна** – магистрант физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: annacostina691@gmail.com

**Лабунский Владимир Владимирович** – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры экономической теории и мировой экономики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: etime.kafedra@mail.ru

**Левицкий Денис Владиславович** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: rabotapgu@rambler.ru

**Макаревич Александр Леонидович** – кандидат технических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: mccar-bendery@mail.ru

**Макаров Петр Витальевич** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики МИСиС.

E-mail: makaroff@gmail.com

**Малютина Надежда Николаевна** – старший преподаватель кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: 231003.bab.nadezhda@mail.ru

**Мироненко Екатерина Николаевна** – старший преподаватель кафедры экономической теории и мировой экономики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: ysatihanna@mail.ru

**Нижегородова Маргарита Владимировна** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: rita\_tiras@mail.ru

**Николаева Людмила Степановна** – старший преподаватель кафедры математического анализа и приложений ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: lisnik.1910@mail.ru

**Овчар Анастасия Анатольевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: nastena1995-08@mail.ru

**Павлин Евгения Васильевна** – старший преподаватель кафедры экономики и менеджмента ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: pav-evgeniya@mail.ru

**Панасенко Вячеслав Валерьевич** – преподаватель кафедры общей и теоретической физики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: foton\_77@bk.ru

**Панчева Юлия Николаевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: iulya.pan4cha@yandex.ru

**Переу Юлия Андреевна** – магистрант физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: A\_P\_Jay@mail.ru

**Плохотнюк Юлия Валериевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: plohotnyuk.yulya@mail.ru

**Помян Светлана Владимировна** – кандидат педагогических наук, доцент ка-

федры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: svpomian@gmail.com

**Руснак Елена Владимировна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: brondolenin2802@mail.ru

**Рябухин Юрий Михайлович** – профессор кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: amet7711@mail.ru

**Салабаш Анна Юрьевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: ysatihanna@mail.ru

**Семенова Наталья Вячеславовна** – старший преподаватель кафедры высшей математики МИСиС.

E-mail: semenova-200662@yandex.ru

**Сенокосов Эдуард Александрович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой твердотельной электроники и микроэлектроники ПГУ им. Т.Г. Шевченко, член-корреспондент РАЕН.

E-mail: senokosov37@mail.ru

**Сенокосова Людмила Григорьевна** – доктор экономических наук, профессор, заведующая кафедрой экономической теории и мировой экономики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: etime.kafedra@mail.ru

**Синявский Элерланж Петрович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: gravitonchik@gmail.com.

**Соболева Анастасия Олеговна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: nastasiia.soboleva@gmail.com

**Сорочан Алексей Александрович** – специалист отдела информационно-технологического обучения ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: alex.sorochan55@gmail.com

**Спаривак Алена Анатольевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: etime.kafedra@mail.ru

**Спиридонова Галина Васильевна** – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: gali-spiridono@yandex.ru

**Стамов Иван Григорьевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры квантовой радиофизики и систем связи ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: istamov51@mail.ru

**Старчук Александр Сергеевич** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей и теоретической физики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: star-alex@idknet.com

**Стасюк Татьяна Петровна** – кандидат экономических наук, доцент, заведующая кафедрой бухгалтерского учета и аудита ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: tatiana.stasyuk@gmail.com

**Табунщикова Марина Владимировна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: chebotar-1991@mail.ru

**Терещенко Елена Владимировна** – старший преподаватель кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: elenateresch@mail.ru

**Терлецкая Ольга Евгеньевна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: olga.terleckaya.93@mail.ru

**Ткаченко Дмитрий Викторович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: dvtkachenko@mail.ru

**Токарь Михаил Сергеевич** – преподаватель кафедры квантовой радиофизики и систем связи ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: mike-onas@yandex.ru.

**Толмачева Ирина Вильевна** – кандидат экономических наук, доцент кафедры «Финансы и кредит», проректор по научно-инновационной работе ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [robotapgu@rambler.ru](mailto:robotapgu@rambler.ru)

**Туранский Андрей Олегович** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [nikzelenin@mail.ru](mailto:nikzelenin@mail.ru)

**Тягульская Людмила Анатольевна** – кандидат экономических наук, доцент, заведующая кафедрой информатики и программной инженерии филиала ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбнице.

E-mail: [tl.a.ki@list.ru](mailto:tl.a.ki@list.ru)

**Узун Иван Николаевич** – кандидат экономических наук, доцент, и.о. декана экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [iv.uzun@rambler.ru](mailto:iv.uzun@rambler.ru)

**Федорченко Григорий Сергеевич** – преподаватель кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [fedgreg@yandex.ru](mailto:fedgreg@yandex.ru)

**Федорченко Сергей Григорьевич** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [fed\\_tir@mail.ru](mailto:fed_tir@mail.ru)

**Флоря Иван Архипович** – доцент, ведущий научный сотрудник НИЛ «Алгебра и ее приложения» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [natnikkr83@mail.ru](mailto:natnikkr83@mail.ru)

**Хаджи Петр Иванович** – доктор физико-математических наук, профессор ка-

федры квантовой радиофизики и систем связи ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

**Хамидуллин Рустам Ангамович** – кандидат физико-математического наук, доцент кафедры общей и теоретической физики ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [khamidullin\\_ra@mail.ru](mailto:khamidullin_ra@mail.ru)

**Цуркан Анжела Александровна** – доцент кафедры бухгалтерского учета и аудита ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [fikys67@mail.ru](mailto:fikys67@mail.ru)

**Чирвина Светлана Леонардовна** – ведущий специалист кафедры машиноведения и технологического оборудования ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [svet-lana-1@mail.ru](mailto:svet-lana-1@mail.ru)

**Чубаров Вадим Алексеевич** – студент физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [4ubarov96@mail.ru](mailto:4ubarov96@mail.ru)

**Чукита Виталий Исакович** – старший преподаватель кафедры твердотельной электроники и микроэлектроники ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [chukita@mail.ru](mailto:chukita@mail.ru)

**Шведюк Ирина Николаевна** – магистрант физико-математического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [ira230396@mail.ru](mailto:ira230396@mail.ru)

**Щербаков Виктор Алексеевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий НИЛ «Алгебра и ее приложения» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [scerb@math.md](mailto:scerb@math.md)

**Юрова Татьяна Федоровна** – доцент кафедры «Финансы и кредит» ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [yrova@rambler.ru](mailto:yrova@rambler.ru)

**Юрченко Анна Руслановна** – магистрант экономического факультета ПГУ им. Т.Г. Шевченко.

E-mail: [anna101914@mail.ru](mailto:anna101914@mail.ru)

---

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Afonin Vitalii Valirievich** – senior lecturer of the department of mathematical analysis and applications, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: afonins\_02@mail.ru

**Aleschenko Svetlana Anatolievna** – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of mathematical analysis and applications, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: alesch.svet@gmail.com

**Arnautov Vladimir Ivanovich** – doctor of physic-mathematical sciences, professor of the department of algebra, geometry and methodology of teaching mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: arnautov@math.md

**Barengol'ts Sergei Aleksandrovich** – doctor of physic-mathematical sciences, head of the laboratory of electrophysical research of Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences.

E-mail: sabarengolts@mail.ru

**Barengol'ts Yurii Alexandrovich** – candidate of physic-mathematical sciences, associate professor.

**Belaia Elena Ivanovna** – senior lecturer of the department of applied mathematics and computer science, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: e.i.belaja@mail.ru

**Beril Stepan Iordanovich** – doctor of physic-mathematical sciences, professor, head of department of general and theoretical physics of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: rektor@spsu.ru

**Brusenskaia Elena Ivanovna** – candidate of physic-mathematical sciences, associate professor of the general and theoretical physics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: khamidullin\_ra@mail.ru

**Buivol Anastasia Vladimirovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: laska\_08.94@mail.ru

**Caprian Yulia Vasilievna** – candidate of economic sciences, associate professor of the department «Finance and credit», Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: nastika.skit@gmail.com

**Chirvina Svetlana Leonardovna** – the leading specialist of the department of mechanical engineering and technological equipment, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: svet-lana-1@mail.ru

**Chubarov Vadim Alekseevich** – student of the faculty of physics and mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: 4ubarov96@mail.ru

**Chukita Vitalii Isakovich** – senior lecturer of the department of solid state electronics and microelectronics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: chykita@mail.ru

**Danich Natalia Viktorovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: natalya.danich@bk.ru

**Didenko Oksana Aleksandrovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: ksyu20070@mail.ru

**Didurik Natalia Nikolaevna** – senior lecturer of the department of algebra, geometry and methodology of teaching mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: natnikkr83@mail.ru

**Dmitrieva Natalia Nikolaevna** – senior lecturer of the department of accounting and auditing of the Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: ursu-olya@mail.ru

**Dolgov Aleksei Yurievich** – candidate of technical science, associate professor of the department of information technologies and automated control of production processes, prorector of information and innovative technologies, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [dolgov@spsu.ru](mailto:dolgov@spsu.ru)

**Drigina Anastasia Viacheslavovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [romashechka78@gmail.com](mailto:romashechka78@gmail.com)

**Dubinin Igor Alekseevich** – graduate student of the branch of Shevchenko State University of Pridnestrovie in Rybnitsa.

E-mail: [igor15044@gmail.com](mailto:igor15044@gmail.com)

**Ermakova Galina Nikolaevna** – candidate of pedagogical sciences, associate professor, head of the department of algebra, geometry and methodology of teaching mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [galla0808@yandex.ru](mailto:galla0808@yandex.ru)

**Esir Alla Ivanovna** – senior lecturer of the department “Finance and credit”, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [mik-dik@yandex.ru](mailto:mik-dik@yandex.ru)

**Fedorchenko Grigirii Sergeevich** – lecturer of the department of computing software and automated systems of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [fedgreg@yandex.ru](mailto:fedgreg@yandex.ru)

**Fedorchenko Sergei Grigorievich** – candidate of technical sciences, associate professor, head of the department of computing software and automated systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [fed\\_tir@mail.ru](mailto:fed_tir@mail.ru)

**Florya Ivan Arkhipovich** – associate professor, leading researcher of the scientific research laboratory «Algebra and its applications» of the Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [natnikr83@mail.ru](mailto:natnikr83@mail.ru)

**Gaina Anastasia Alexandrovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [crotenko@mail.ru](mailto:crotenko@mail.ru)

**Garbuznyak Elena Sergeevna** – senior lecturer of the department of computer science and software engineering of the branch of Shevchenko State University of Pridnestrovie in Rybnitsa.

E-mail: [goldfenix@mail.ru](mailto:goldfenix@mail.ru)

**Goshchina Natalia Nikolaevna** – graduate student of physic-mathematical faculty of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [natashka\\_5800@mail.ru](mailto:natashka_5800@mail.ru)

**Grebenuk Svetlana Anatolievna** – candidate of economic sciences, associate professor of the department «Economics and Management», Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [grebenuk1@rambler.ru](mailto:grebenuk1@rambler.ru)

**Grigorieva Natalia Leonidovna** – teacher of mathematics of the municipal general education institution “Bendery Secondary School №16”.

E-mail: [amet7711@mail.ru](mailto:amet7711@mail.ru)

**Grosul Natalia Sergeevna** – senior lecturer of the department of «Finance and credit», Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [natagrosul@mail.ru](mailto:natagrosul@mail.ru)

**Karai Dorina Sergeevna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [pleshka-d@mail.ru](mailto:pleshka-d@mail.ru)

**Karapetyan Sergei Arturovich** – researcher of research laboratory «Polyaron», Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: [karapetyan.sa@gmail.com](mailto:karapetyan.sa@gmail.com)

**Khadzhi Petr Ivanovich** – doctor of physical and mathematical sciences, professor of the department of quantum radiophysics and communication systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

**Khamidullin Rustam Angamovich** – candidate of physic-mathematical sciences, associate professor of the department of general and theoretical physics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: khamidullin\_ra@mail.ru

**Kinash Alexander Viktorovich** – student of the faculty of physics and mathematics, the Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: kinashsasha98@mail.ru

**Kostakii Anastasia Dmitrievna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: nastika.skit@gmail.com

**Kostenko Natalia Olegovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: neverna123@mail.ru

**Kostukevich Nina Sergeevna** – lecturer of the department of applied mathematics and informatics of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: gravitonchik@gmail.com

**Kozhukhar Olga Vasilievna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: ursu-olya@mail.ru

**KrotenkoYurii Ivanovich** – professor of the department of accounting and audit, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: crotenco@mail.ru

**Kudrik Aleksandra Ivanovna** – senior lecturer of the department of applied mathematics and computer science, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: kudrik.aleksandra@yandex.ru

**Kuliak Anastasia Grigoryevna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: kuliak.anastasia@gmail.com

**Kushnir Anna Olegovna** – graduate student of physic-mathematical faculty of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: annacostina691@gmail.com

**Labunskii Vladimir Vladimirovich** – candidate of agricultural sciences, the department of economic theory and the world economy, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: etime.kafedra@mail.ru

**Levitskii Denis Vladislavovich** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: rabotapgu@rambler.ru

**Makarevich Alexander Leonidovich** – candidate of technical science, associate professor of the department of quantum radiophysics and communication systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: mccar-bendery@mail.ru

**Makarov Petr Vitalievich** – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the higher mathematics department of the Moscow institute of steel and alloys.

E-mail: makaroff@gmail.com

**Malutina Nadezhda Nikolaevna** – senior lecturer of the department of algebra, geometry and methodology of teaching mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: 231003.bab.nadezhda@mail.ru

**Mironenko Ekaterina Nikolaevna** – senior lecturer of the department of economic theory and world economy, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: ysatihanna@mail.ru

**Nikolaieva Liudmila Stepanovna** – senior lecturer of the department of mathematical analysis and applications, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: lisnik.1910@mail.ru

**Nizhegorodova Margarita Vladimirovna** – candidate of pedagogical sciences, associate professor of the department of computing software and automated systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: rita\_tiras@mail.ru

**Ovchar Anastasia Anatolievna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: nastena1995-08@mail.ru

**Panasenko Viacheslav Valerievich** – lecturer of the department of general and theoretical physics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: foton\_77@bk.ru

**Pancheha Yulia Nikolaevna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: iulya.pan4eha@yandex.ru

**Pavlin Eugenia Vasilievna** – senior lecturer of the department of economics and management, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: pav-evgeniya@mail.ru

**Pereu Yulia Andreevna** – graduate student of physic-mathematical faculty of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: A\_P\_Jay@mail.ru

**Plohotnuk Yulia Valerievna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: plohotnyuk.yulya@mail.ru

**Pomyan Svetlana Vladimirovna** – candidate of pedagogical sciences, associate professor of the department of computing software and automated systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: svpomian@gmail.com

**Riabukhin Yurii Mikhailovich** – professor of the department of algebra, geometry and methodology of teaching mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: amet7711@mail.ru

**Rusnak Elena Vladimirovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: brondolenin2802@mail.ru

**Salabash Anna Yurevna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: ysatihanna@mail.ru

**Semenova Natalia Viacheslavovna** – senior lecturer of the department of higher mathematics, Moscow Institute of steel and alloys.

E-mail: semenova-200662@yandex.ru

**Senokosov Eduard Aleksandrovich** – doctor of physic-mathematical sciences, professor, head of the department of solid-state electronics and microelectronics of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: senokosov37@mail.ru

**Senokosova Lyudmila Grigorievna** – doctor of economic sciences, professor, head of the Department of economic theory and world economy, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: etime.kafedra@mail.ru

**Shcherbakov Victor Alekseevich** – doctor of physic-mathematical sciences, professor, head of the scientific research laboratory «Algebra and its applications» of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: scerb@math.md

**Shveduk Irina Nikolaevna** – graduate student of physic-mathematical faculty of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: ira230396@mail.ru

**Sinyavskii Elerlange Petrovich** – doctor of physic-mathematical sciences, professor of the department of general and theoretical physics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: gravitonchik@gmail.com

**Soboleva Anastasia Olegovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: nastasiia.soboleva@gmail.com

**Sorochan Alexei Alexandrovich** – specialist of the unit of information and technical training, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: alex.sorochan55@gmail.com

**Sparivak Alena Anatolievna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: etime.kafedra@mail.ru

**Spiridonova Galina Vasilievna** – candidate of technical sciences, associate professor of the department of applied mathematics and informatics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: gali-spiridono@yandex.ru

**Stamov Ivan Grigorievich** – doctor of physic-mathematical sciences, professor of the department of quantum radiophysics and communication systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: istamov51@mail.ru

**Starchuk Alexander Sergeevich** – candidate of physic-mathematical sciences, associate professor of the department of general and theoretical physics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: star-alex@idknet.com

**Stasuk Tatiana Petrovna** – candidate of economic sciences, associate professor, head of the department of accounting and auditing, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: tatiana.stasyuk@gmail.com

**Tabunschikova Marina Vladimirovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: chebotar-1991@mail.ru

**Tereschenko Elena Vladimirovna** – senior lecturer of the department of software of computer facilities and automated systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: elenateresch@mail.ru

**Terletskaia Olga Evgenievna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: olga.terleckaya.93@mail.ru

**Tiagulskaya Lyudmila Anatolievna** – candidate of economic sciences, associate professor, head of the department of computer science and software engineering, branch of Shevchenko State University of Pridnestrovie in Rybnitsa.

E-mail: tla.ki@list.ru

**Tkachenko Dmitrii Viktorovich** – candidate of physic-mathematical sciences, associate professor of the department of quantum radiophysics and communication systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: dvtkachenko@mail.ru

**Tokar' Mikhail Sergeevich** – lecturer of the department of quantum radiophysics and communication systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: mike-onas@yandex.ru

**Tolmacheva Irina Vil'evna** – candidate of economic sciences, associate professor of the department of «Finance and credit», protector of scientific and innovative work, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: rabotapgu@rambler.ru

**Tsurcan Angela Aleksandrovna** – associate professor of the department of accounting and auditing, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: fikys67@mail.ru

**Turanskii Andrei Olegovich** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: nikzelenin@mail.ru

**Uzun Ivan Nikolaevich** – candidate of economic sciences, associate professor, acting dean of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: iv.uzun@rambler.ru

**Vasiliev Vitalii Vasilievich** – senior lecturer of the department of applied mathematics and computer science, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: florina\_of@mail.ru

**Vasilieva Olga Fedorovna** – associate professor of the department of quantum radiophysics and communication systems, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: florina\_of@mail.ru

**Vyrtsan Elena Pavlovna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: virsanelena@mail.ru

**Yurchenko Anna Ruslanivna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: anna101914@mail.ru

**Yurova Tatiana Fedorovna** – associate professor of the department of «Finance and credit», Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: yrova@rambler.ru

**Zapolskaia Olga Yurievna** – senior lecturer of the department of algebra, geometry and methodology of teaching mathematics, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: olia1401@mail.ru

**Zelenin Nikolai Valerievich** – senior lecturer of the department of accounting and

auditing, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: nikzelenin@mail.ru

**Zhdanov Alexander Anatolievich** – graduate student of physic-mathematical faculty of Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: zhdanov.aleksandr94@gmail.com

**Zingan Anna Petrovna** – associate professor of the department of mathematical analysis and applications, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: zingan.anna@mail.ru

**Zubku Anna Sergeevna** – graduate student of economic faculty, Shevchenko State University of Pridnestrovie.

E-mail: a.zubku1995@mail.ru

## СОДЕРЖАНИЕ

### ФИЗИКА. МАТЕМАТИКА

<i>С.И. Берил, С.А. Баренгольц, Ю.А. Баренгольц, А.С. Старчук. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ.</i>	3
<i>Э.А. Сенокосов, В.И. Чукица, А.А. Жданов. УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЕЙ ВЫРАЩИВАНИЯ В КВАЗИЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИ СОВЕРШЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СЛОЕВ.</i>	16
<i>Э.П. Синяевский, С.А. Карапетян, Н.С. Костюкевич. ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕССЫ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ</i>	19
<i>Э.П. Синяевский, С.А. Карапетян, Н.С. Костюкевич. МОДЕЛИ ОПИСАНИЯ РАССЕЯНИЯ НОСИТЕЛЕЙ НА ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОКАХ</i>	24
<i>О.Ф. Васильева, А.П. Зинган, В.В. Васильев, П.И. Хаджи. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОЛЯРИТОНОВ В МИКРОРЕЗОНАТОРЕ</i>	29
<i>Р.А. Хамидуллин, Е.И. Брусенская. ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.</i>	34
<i>В.В. Афонин, В.В. Панасенко, И.Г. Стамов, Д.В. Ткаченко. ДАТЧИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРОХОДНОГО ТИПА НА ОСНОВЕ ТЕТРАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ CdP<sub>2</sub> И ZnP<sub>2</sub></i>	41
<i>А.Л. Макаревич, М.С. Токарь, А.В. Кинаш, В.А. Чубаров. ГЕНЕРАТОР, УПРАВЛЯЕМЫЙ НАПРЯЖЕНИЕМ, ДЛЯ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ.</i>	47
<i>В.А. Щербаков, Н.Н. Малютина. РОЛЬ КВАЗИГРУПП В КРИПТОСИСТЕМАХ. АЛГОРИТМ МАРКОВСКОГО.</i>	53
<i>Ю.М. Рябухин, Н.Л. Григорьева. ПОЛЯ И РАДИКАЛЬНЫЕ КОЛЬЦА</i>	57
<i>В.И. Арнаутов, Г.Н. Ермакова. О МОДУЛЯРНОСТИ НЕКОТОРЫХ РЕШЕТОК КОЛЬЦЕВЫХ ТОПОЛОГИЙ</i>	63
<i>Г.Н. Ермакова, Н.Н. Гощина. АЛГЕБРА ДВОЙНЫХ ЧИСЕЛ</i>	67
<i>И.А. Флоря, Н.Н. Дидурик. i-КВАЗИГРУППЫ</i>	74

<i>Г.В. Спиридонова, П.В. Макаров, Н.В. Семенова.</i> ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ЧИСЛА ФИРМ-ПОСРЕДНИКОВ В СИСТЕМЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ОДНИМ РЫНКОМ СПРОСА И ОДНИМ РЫНКОМ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ $S$ ФИРМ.....	80
<i>Г.В. Спиридонова, О.Ю. Запольская, Н.В. Семенова.</i> РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА РЕСУРСООБМЕНА В ОТКРЫТОЙ СИСТЕМЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТРЕХ ФИРМ, ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЯХ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ.....	84
<i>С.А. Алещенко.</i> ПОЛУИЗОМЕТРИЧЕСКИЙ ИЗОМОРФИЗМ КОЛЕЦ КОМПАКТНЫХ ОПЕРАТОРОВ.....	89
<i>С.А. Алещенко, А.О. Кушнир.</i> РАЗРЕШИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЙ В КЛАССЕ АБСТРАКТНЫХ ФУНКЦИЙ.....	95
<i>И.Н. Шведюк.</i> СВОЙСТВА ПЛОЩАДЕЙ ПЛОСКИХ ФИГУР, ОГРАНИЧЕННЫХ КРИВЫМИ ДАННОГО ПЕРИМЕТРА.....	101
<i>Ю.А. Переу.</i> ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД И НЕКОТОРЫЕ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ...	107

## ИНЖЕНЕРИЯ. ИНФОРМАТИКА

<i>А.Ю. Долгов, Е.В. Терещенко, А.А. Сорочан.</i> ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ГИПОТЕЗЫ В УСЛОВИЯХ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	112
<i>Л.А. Тягульская, Е.С. Гарбузняк, И.А. Дубинин.</i> РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ СБОРА, УЧЕТА И ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ.....	118
<i>С.Г. Федорченко, С.Л. Чирвина, С.В. Помян, М.В. Нижегородова.</i> ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ РЕЗУЛЬТАТЫ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА.....	126
<i>Г.С. Федорченко.</i> КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ РЕГИОНА.....	132

## ЭКОНОМИКА. УПРАВЛЕНИЕ

<i>Л.Г. Сенокосова, А.А. Спаривак.</i> ПРОБЛЕМЫ ЭВОЛЮЦИИ РЕЖИМОВ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ.....	139
<i>И.Н. Узун, А.О. Соболева.</i> ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ПОВЫШЕНИЮ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ ЭКСПОРТА ПРОДУКЦИИ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ НА МИРОВОМ РЫНКЕ (на примере ЗАО «Одема» им. В. Соловьевой).....	144
<i>В.В. Лабунский, Е.П. Вырцан.</i> ГОСУДАРСТВЕННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ.....	152
<i>В.В. Лабунский, Ю.В. Плехотнюк.</i> СОВМЕСТНОЕ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО КАК ФОРМА РЕАЛИЗАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА ПРЕДПРИЯТИЯ.....	158

---

<i>Е.Н. Мироненко, А.Ю. Салабаи.</i> ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СРЕДСТВО УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОМПАНИЯХ .....	162
<i>И.В. Толмачева.</i> ОЦЕНКА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ВУЗА .....	166
<i>И.В. Толмачева, Д.В. Левицкий.</i> ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ .....	170
<i>Ю.В. Каприян, А.А. Овчар.</i> САМОФИНАНСИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ МЕТОДОВ ИНВЕСТИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ .....	174
<i>А.С. Зубку.</i> ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ УПРАВЛЕНИЯ ОБОРОТНЫМИ И ВНЕОБОРОТНЫМИ АКТИВАМИ КОМПАНИИ .....	179
<i>А.Д. Костакий.</i> СИСТЕМА СБАЛАНСИРОВАННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАК ИНСТРУМЕНТ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ .....	183
<i>А.И. Есир, М.В. Табуницикова.</i> ОЦЕНКА ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ КАПИТАЛА ПРЕДПРИЯТИЙ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ СОБСТВЕННОСТИ .....	190
<i>Ю.В. Каприян, О.А. Диденко.</i> ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И АНАЛИЗ ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ФИЛИАЛА ЗАВОДА «ПРИБОР» АО «НПЦ ГАЗОТУРБОСРОЕНИЯ „САЛЮТ“» .....	196
<i>Т.Ф. Юрова, А.В. Буйвол.</i> ОРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ БАНКОВСКИХ УСЛУГ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ПРИДНЕСТРОВСКОЙ МОЛДАВСКОЙ РЕСПУБЛИКЕ .....	201
<i>Н.С. Гросул, А.Р. Юрченко.</i> БАНКРОТСТВО КАК КРАЙНЕЕ ПРОЯВЛЕНИЕ КРИЗИСНОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ .....	206
<i>Ю.И. Кротенко, А.А. Гаина.</i> ПРИНЦИП СИСТЕМНОСТИ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ АНАЛИЗА ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТОРГОВЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ .....	211
<i>А.Г. Куляк.</i> МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ АУДИТА УЧЕТНОЙ ПОЛИТИКИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СУБЪЕКТА .....	216
<i>Т.П. Стасюк, Н.В. Данич.</i> МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ КРЕДИТНОЙ ПОЛИТИКИ ПРЕДПРИЯТИЯ В РАМКАХ СОПУТСТВУЮЩИХ АУДИТУ УСЛУГ И УСЛУГ ФИНАНСОВОГО КОНСАЛТИНГА .....	222
<i>А.В. Дрыгина.</i> ВНЕДРЕНИЕ СИСТЕМЫ БЮДЖЕТИРОВАНИЯ НА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ КАК ОДНОЙ ИЗ КОМПОНЕНТ КОМПЛЕКСНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНЧЕСКОГО УЧЕТА .....	229
<i>Т.П. Стасюк, Е.В. Руснак.</i> НЕКОТОРЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ДЕБИТОРСКОЙ ЗАДОЛЖЕННОСТЬЮ ..	235
<i>А.А. Цуркан, Д.С. Карай.</i> АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ В УСЛОВИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО КРИЗИСА .....	241

---

<i>А.А. Цуркан, Н.О. Костенко.</i> МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ АНАЛИЗА КОММЕРЧЕСКИХ, ОБЩИХ И АДМИНИСТРАТИВНЫХ РАСХОДОВ НА ПРИМЕРЕ ЗАО «ТМКЗ „KVINT“» .....	247
<i>Н.Н. Дмитриева, О.В. Кожухарь.</i> ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ФИНАНСОВУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ .....	253
<i>Н.В. Зеленин.</i> КРЕДИТНЫЙ КОНСАЛТИНГ И ФИНАНСИРОВАНИЕ МАЛЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ .....	257
<i>Н.В. Зеленин, А.О. Туранский.</i> ОСОБЕННОСТИ АУДИТОРСКИХ ПРОЦЕДУР ПРИ ПРОВЕРКЕ НАЧИСЛЕНИЯ ПОДОЗРИТЕЛЬНЫХ ДЕНЕЖНЫХ ВЫПЛАТ РАБОТНИКАМ .....	263
<i>О.Е. Терлецакая, Е.В. Павлин.</i> КЛЮЧЕВЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫМ СОСТОЯНИЕМ ПРЕДПРИЯТИЯ В СОВРЕМЕННЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ .....	268
<i>С.А. Гребенюк, Ю.Н. Панчева.</i> СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ .....	273
<i>Е.И. Белая, А.И. Кудрик, Л.С. Николаева.</i> КАЧЕСТВО ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ РЕГИОНА: МЕТОДИКА ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ НА ПРИМЕРЕ ПРИДНЕСТРОВСКОЙ МОЛДАВСКОЙ РЕСПУБЛИКИ. ....	280

## **ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СОБСТВЕННОСТЬ**

ОФИЦИАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБЪЕКТАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ, зарегистрированных в Министерстве юстиции Приднестровской Молдавской Республики .....	286
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ .....	309

Научно-методический журнал

ВЕСТНИК ПРИДНЕСТРОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
Серия: **Физико-математические и технические науки**

Редактор *Ю.Н. Ткаченко*  
Компьютерная верстка *А.Н. Федоренко*

ИЛ № 06150. Сер. АЮ от 21.02.02.  
Подписано в печать 17.12.2018. Формат 70×100/16.  
Уч.-изд. л. 20,25. Усл. печ. л. 26,1. Заказ № 662.

Изд-во Приднестр. ун-та. 3300, г. Тирасполь, ул. Мира, 18.  
*Электронное издание*